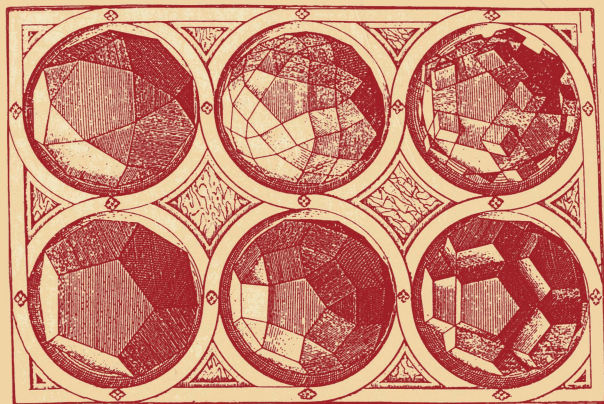


Lucien Gérardin

Le mystère des nombres

Arithmétique et géométrie sacrées

18^e mille



Collection « Horizons ésotériques »

Editions  **Dangles**

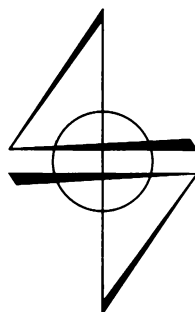
DANS LA MÊME COLLECTION

- Robert Ambelain : **Les Traditions celtiques**. Doctrine initiatique de l'Occident.
- Irène Andrieu : **Initiation à l'astrologie d'évolution**. Traité pratique d'astrologie traditionnelle, spirituelle et karmique.
- Irène Andrieu : **L'Astrologie, clé des vies antérieures**. L'interprétation des nœuds lunaires en astrologie karmique.
- Irène Andrieu : **La Roue de la Vie**. Méditation sur le zodiaque.
- Jean-Pierre Bayard : **La Spiritualité de la Franc-Maçonnerie**. De l'Ordre initiatique aux obédiences.
- Jean-Pierre Bayard : **Les Talismans**. Psychologie et pouvoirs des symboles protecteurs.
- Jean-Pierre Bayard : **La Tradition cachée des cathédrales**. Du symbolisme médiéval à la réalisation architecturale.
- Jean-Pierre Bayard : **La Pratique du Tarot**. Symbolisme, tirages et interprétations.
- Roger J.V. Cotte : **Musique et symbolisme**. Résonances cosmiques des instruments et des œuvres.
- Lucien Gérardin : **Le Mystère des nombres**. Arithmétique et géométrie sacrées.
- Lucien Gérardin : **Les Carrés magiques**. Mystérieuses harmonies des nombres.
- Mario Mercier : **Le Monde magique des rêves**. Connaissance initiatique et symbolique des songes.
- Mario Mercier : **Chamanisme et chamans**. Le vécu dans l'expérience magique.
- Papus (Dr Gérard Encausse) : **Les Arts divinatoires**. Graphologie, chiromancie, morphologie, astrologie, physiognomonie, astrosophie.
- Jérôme Piétri : **Réincarnation et survie des âmes**. Mystères et traditions de l'au-delà.
- François Ribadeau Dumas : **La Lumière et l'illumination**. L'énigme de la lumière, source de vie spirituelle et de connaissance.
- Bernard Roger : **A la découverte de l'alchimie**. L'art d'Hermès à travers contes, légendes, histoires et rituels maçonniques.
- René-Lucien Rousseau : **Le Langage des couleurs**. Énergie, symbolisme, vibrations et cycles des structures colorées.
- René-Lucien Rousseau : **L'Envers des contes**. Valeur initiatique et pensée secrète des contes de fées.
- Annick de Souzaenelle : **Le Symbolisme du corps humain**. De l'arbre de vie au schéma corporel.
- Fernand Schwarz : **Les Traditions de l'Amérique ancienne**. Olmèques, Chavin, Mayas, Aztèques, Incas...

« Expériences vécues » :

- Mario Mercier : **La Nature et le Sacré**. Initiation chamanique et magie naturelle.
- Mario Mercier : **Les Rites du Ciel et de la Terre**. La quête spirituelle de l'Homme.

Le mystère des nombres



AUTRES OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

L'Alchimie, tradition et actualité (épuisé).

La Magie, un savoir en action (épuisé).

Le Biofeedback au service de la maîtrise et de la connaissance de soi
(Retz-C.E.P.L., Paris, 1978).

Les Futurs possibles (Hachette, 1971).

La Bionique (Hachette, 1968 ; épuisé).

Les Carrés magiques (Dangles, 1986).

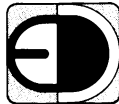
Lucien Gérardin

avec la collaboration de Ghislaine Gérardin

Le mystère des nombres

**Arithmétique et géométrie
sacrées**

18^e mille



Éditions DANGLES

18, rue Lavoisier
45800 ST-JEAN-DE-BRAYE



L'AUTEUR :

Lucien Gérardin, né en 1923 à Nancy, fit ses études de mathématiques à l'Université de Toulouse, à l'époque de la Seconde Guerre mondiale. Il fut alors reçu ingénieur électronicien (on disait alors radioélectricien) de l'École supérieure d'électricité de Paris. Sa carrière professionnelle s'est déroulée dans une grande société française d'électronique où il a mené avec succès des

actions de recherche dans de nombreux domaines : radar, calculateurs, énergie nucléaire, systèmes, informatique théorique et enfin prospective. Il a écrit plusieurs ouvrages techniques ainsi qu'une centaine d'articles techniques dans des revues spécialisées. Il se passionne depuis toujours pour les connaissances traditionnelles. En 1972, il publie : *L'Alchimie, tradition et actualité* qui fut suivi de deux autres ouvrages en collaboration avec son épouse Ghislaine (aujourd'hui décédée) : *La Magie, un savoir en action* (1974) puis : *Le Mystère des nombres* (1975), réédité en 1985 par les Éditions Dangles en une version complétée et mise à jour. En 1975, il découvre la méditation ainsi que certains biofeedback (ondes alpha et biofeedback thermique), ce qui lui fait écrire, en 1978 : *Le Biofeedback au service de la maîtrise et de la connaissance de Soi*.

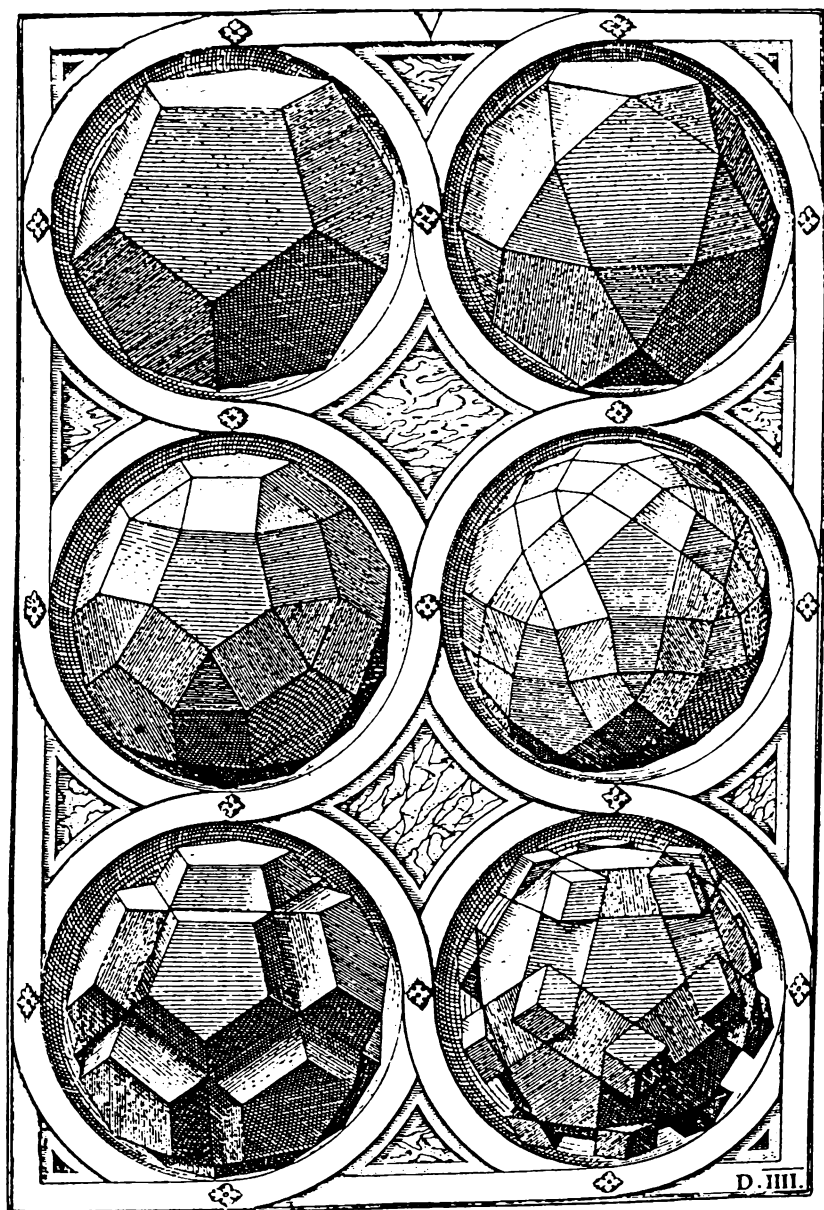
Lucien Gérardin est membre du comité de lecture de la revue *Atlantis* et membre du comité d'honneur de la revue *Kadath*. Il s'intéresse beaucoup aux anciennes civilisations de l'Europe, en particulier à tout ce qui concerne le mégalithisme, sans conteste la première des civilisations technologiques ayant précédé la nôtre. Sa recherche s'inscrit essentiellement dans l'impérieuse nécessité d'une vivante synthèse entre, d'une part l'actuelle vision d'une vie intelligente infiniment complexe dans un univers qui s'est agrandi à l'infini dans l'espace et le temps et, d'autre part, toutes les sagesses traditionnelles.

ISSN : 0182-063X

ISBN : 2-7033-0279-7

© Éditions Dangles, St-Jean-de-Braye (France) - 1985

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.



Le Démiurge de Platon s'est servi du dodécaèdre comme modèle cos-
mique (*gravure de Jamnitzer, XVI  siècle*).

*Pour ma toute jeune Delphine,
qui commence à savoir compter,
et en mémoire de Ghislaine.*

L.G.

Introduction

Treize à table...

Qui se risquerait à mourir dans l'année ?

Mieux vaut s'abstenir en préférant la plénitude de Douze. N'y a-t-il pas douze apôtres autour du Christ, douze mois dans l'année ?

Pourquoi suffit-il de sept notes pour composer de la musique, pourquoi la perfection de la lumière blanche donne-t-elle sept couleurs dans l'arc-en-ciel ?

Jamais Deux sans Trois : trois amis constituent le cercle idéal, ce que travestit le boulevard, usant et abusant des couples triangulaires.

Nombres bénéfiques et nombres maléfiques, ce symbolisme issu du fond des âges serait-il arbitraire ?

Que non pas ?

Ainsi, il y a quatre saisons et quatre points cardinaux parce que Quatre « mesure » l'Univers. La gamme contient sept notes, et sept seulement, parce que Sept démultiplie la Mesure qui est Quatre.

Le voyage dans le mystère infini des nombres n'a rien d'irrationnel ou de fantaisiste. L'harmonie du paysage résulte d'une logique profonde, comme le révèle le philosophe Platon : « *La première et la plus importante science est celle du nombre en soi, en excluant le calcul vulgaire. Cette science explique comment il est engendré par le pair et l'impair, quelles sont ses vertus et comment il communique sa nature à toutes choses. Vient ensuite la géométrie dont le nom, hélas ! est bien mal choisi ; certains nombres sont par nature non comparables entre eux : en les rattachant à des surfaces, la science manifeste leurs similitudes profondes. Si l'on comprend ces merveilles, on se rend compte qu'elles n'ont pu être inventées par l'homme, mais qu'elles procèdent d'une inspiration d'en haut.* »

L'homme a compté bien avant d'écrire. Des séries de traits gravés sur os témoignent de l'existence de livres de comptes, il y a vingt

ou trente mille ans. Les Occidentaux bâtisseurs de mégalithes ont su, avec ces structures en pierre que sont les alignements de menhirs, effectuer des opérations traduisant l'harmonie des sphères célestes. Habiles calculateurs, les Sumériens et les Babyloniens ont, dans leurs spéculations astrologiques, rêvé de structurer l'Univers par le Nombre. Ils ont aussi inventé ce thème de Kabbale : calculer la valeur en nombres des noms et des mots. Cette assimilation fut grandement facilitée par le fait que les Hébreux (et les Grecs) ne surent pas inventer des signes spéciaux pour représenter les nombres. Ils utilisaient à cet effet des lettres détournées de leur signification alphabétique.

La confusion du nombre et de son vêtement de chiffres (ou de lettres-chiffres) constitue toutefois un piège majeur : il est d'autant plus aisé d'y tomber que le chiffre a fini par absorber presque complètement le nombre.

L'énigmatique figure de Pythagore domine la science du Nombre en Soi. Écrasés par son puissant génie, des érudits grincheux ont, au XIX^e siècle, nié son existence, tout en admettant à contrecœur la lignée de ses disciples ! On revient aujourd'hui à une plus saine vision des choses. Pythagore n'a rien, certes, d'un savant spécialisé à la mode du siècle passé. Il réalise en lui cette si rare alliance de la pensée logique déductive et de la pensée analogique créatrice dont le XX^e siècle finissant redécouvre l'importance essentielle. L'homme ne se retira pas dans la tour d'ivoire chère aux penseurs modernes, mais se mêla activement de la chose publique, estimant que le Pouvoir du chef politique ne trouve sa légitimité que s'il s'appuie sur l'Autorité du sage. Au IV^e siècle avant notre ère, la Grande Grèce faillit bien s'imposer au monde sous la direction éclairée du pythagoricien Archytas, sept fois stratège de Tarente. La force brutale du militarisme romain brisa finalement cet élan.

Premier des mathématiciens, Pythagore puisa dans son savoir la connaissance de l'immortalité de l'âme. Respectueux de la vie, il préférait les règles éthiques aux sacrifices sanglants et substitua la divination par les nombres à l'interrogation des entrailles fumantes des victimes. La Roue de Pythagore a traversé les âges.

Par le Pair et l'Impair, elle permet de prévoir (ou, restons modestes, de pré-voir) l'issue de telle ou telle compétition. A la limite, certains voudront peut-être s'en servir pour faire leur loto hebdomadaire !

Puisque Quatre mesure toutes choses, il existe tout naturellement quatre aspects principaux dans la Science du Nombre : l'Arithmétique, la Géométrie, la Cosmographie et la Musique. Enluminures de manuscrits ou sculptures de monuments ont reproduit maintes et maintes fois les Sept Arts libéraux (aux quatre disciplines précédentes du cycle supérieur du *Quadrivium* s'ajoutent la Grammaire, la Logique et l'Art de discourir qui constituent le cycle préparatoire, ou *Trivium*).

Je me souviens d'avoir admiré, il y a de cela quelques décennies déjà, les statues des Sept Arts Libéraux ornant le tombeau de l'évêque Hughes des Hazards, en l'église lorraine de Blénod-lès-Toul. La couleur ajoutait encore au riche symbolisme. Mais le vent du renouveau a, depuis le Concile, balayé le symbolisme des couleurs : soigneusement décapé, le tombeau a pris ce froid dépouillement qui serait, dit-on, le signe de l'engagement authentique.

Transmis et approfondi par Philolaos, Archytas et Platon, épanoui dans la cosmopolite Alexandrie des débuts de notre ère, le



Arithmétique, musique, géométrie et cosmographie sont les quatre savoirs mathématiques. Ces statues ornent le tombeau de Hugues des Hazards, en l'église de Blénod-lès-Toul (Lorraine).

message de Pythagore fut redécouvert avec émerveillement à la Renaissance. Il est une des origines de notre civilisation de savoirs technologiques. La course actuelle aux savoirs pour l'unique exploitation de leurs fruits a conduit à cette prospérité matérielle inouïe qui se développe de plus en plus sous l'effet de processus auto-amplificateurs. La prospérité entraîne malheureusement le désintérêt pour la connaissance, cette intégration essentielle du savoir à l'homme intérieur. La sagesse devient d'abord superflue, puis elle est ressentie comme inutile et enfin comme néfaste, car elle souligne par trop toute l'illusion de la seule prospérité matérielle. Comme l'illusion l'emporte par sa facilité, l'homme se détourne du plus-être au profit du plus-avoir. C'est ainsi que sont mortes les civilisations passées dont le feu d'artifice a disparu dans la nuit, ne laissant que quelques étincelles pour allumer les civilisations suivantes. Plaise à Dieu que notre société de savoir-faire et de savoirs technologiques, de plus-avoir d'objets et de services, n'ait pas atteint le point critique ! Les signes sont heureusement nombreux qui annoncent une redécouverte des valeurs de la Tradition. Qu'on ne se méprenne pas sur ce que je veux dire par là. Il ne s'agit nullement de faire œuvre d'érudit en reconstruisant péniblement des savoirs passés : ce ne serait que squelettes décharnés et sans vie. Il ne s'agit pas non plus de s'en remettre aux bons soins d'un Maître Initiateur : nul ne peut être initié, sinon par lui-même, au prix d'un labeur personnel et vivant qui allie tout le passé, tous les passés, et tout le présent, tous les présents. Ah ! certes, ce serait infiniment plus facile de pouvoir s'en remettre béatement à autrui du soin de prendre en charge ce qui ne peut être que prise en charge de soi-même par soi-même. La Science traditionnelle du Nombre et des Nombres Sacrés peut jouer un rôle dans cette quête, à condition de ne pas se satisfaire de la passivité, mais de lire et de méditer, « la plume à la main ». Il n'est heureusement pas question de mathématiques savantes, mais de choses fort simples.

Certes, on ne calcule pas aujourd'hui comme on calculait au XII^e siècle ou, plus avant, dans les écoles d'Alexandrie. Sans aller jusqu'à l'emploi de l'ordinateur (de plus en plus facile, reconnaissons-le), disons que la barre de fraction (la notation a/b pour un rapport) n'est pas si ancienne qu'on le croit. On peut alors se demander comment travaillèrent les pythagoriciens ; la réponse immédiate est : sûrement pas comme nous ! Alors, comment Platon (sans doute à travers Philolaos) trouva-t-il la « Formule de l'Ame du Monde », telle qu'exposée dans *le Timée* ? C'est une question à

laquelle j'ai beaucoup réfléchi, depuis la première édition de cet ouvrage, faite en commun avec celle que m'a ravie la maladie (une longue maladie, selon l'euphémisme en usage dans une société qui se refuse à voir que Vie et Mort ne sont que les deux faces d'une même réalité). Contrairement à bien des idées reçues, les très anciens mathématiciens grecs n'étaient pas dépourvus d'aides mécaniques. Ils disposaient de « planches à calculer », ou « abaquas » (ressemblant aux bouliers russes et chinois). Afin de montrer ce dont étaient capables ces instruments, un chapitre additionnel expose comment a pu être élaborée la formule de l'Ame du Monde platonicienne. Cela, en suivant les raisonnements que nous ont transmis ces authentiques pythagoriciens que furent Théon de Smyrne et surtout Nicomaque de Gérase.



L'art d'arithmétique et de géométrie, selon le *Mirouer de la Vie humaine*.

Note pour le lecteur :

Afin de bien distinguer les divers sens du nombre et pour souligner la différence entre un nombre et la séquence de chiffres qui le représente, la typographie suivante a été adoptée :

— Considéré comme nom propre, avec majuscules, Cent Cinquante-Trois (par exemple) désigne ce nombre en soi, 17^o triangulaire.

— Considéré comme nom commun, avec minuscules, cent cinquante-trois (par exemple) distingue ce nombre particulier de sa représentation décimale 153.

Une exception à ces règles : les relations sont presque toujours écrites systématiquement en chiffres afin d'alléger la lecture. Il a paru moins lourd d'écrire :

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

plutôt que :

« nombre carré construit sur trois plus nombre carré construit sur quatre égale nombre carré construit sur cinq ».

CHAPITRE I

Des entailles et des menhirs

1. Des décomptes par encoches

L'astronomie ne joue plus guère de rôle dans notre société, si cultivée qu'elle en devient presque totalement artificielle au sens vrai du mot : fait par art, par industrie humaine. Qui, de nos jours, dans les beaux quartiers ou les H.L.M. des nébuleuses urbaines, regarde encore la Lune et les étoiles ? L'éclairage électrique et l'atmosphère empoussiérée se montrent, il est vrai, peu propices à cette contemplation du ciel nocturne. Chacun vit pourtant dans la perpétuelle hantise de l'heure exacte : l'heure du train de banlieue matinal, l'heure de la pendule pointeuse, l'heure de la fin du travail, l'heure du feuilleton télé, l'heure des informations. Mais l'heure est devenue, elle aussi, artificielle. La notion du temps naturel et de ses rythmes a disparu. Même les agriculteurs dont l'activité journalière se réglait il y a peu encore sur le cours du Soleil sacrifient aux horaires précis des mass media électroniques. L'almanach des postes ne mentionne plus les phases de la Lune. Le solstice d'été et ses fêtes, les feux de la Saint-Jean ne sont désormais que sujets d'études érudites pour spécialistes du folklore.

Ce besoin de l'heure exacte a été secrété par les exigences des transports modernes. Au XIX^e siècle, la montre restait un objet de luxe dont on héritait. L'apache n'hésitait pas à assassiner le bourgeois pour lui voler ce trésor. La sirène des manufactures suffisait pour régler la vie laborieuse d'ouvriers qui n'habitaient pas alors à des heures de trajet de leur lieu de travail.

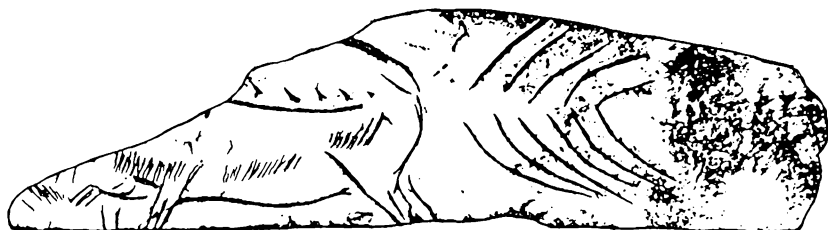
Quelques siècles plus tôt, l'étude des horloges était œuvre de rares savants ; seuls les plus habiles artistes mécaniciens se révélaient capables de mener à bien l'ouvrage digne d'être offert aux princes et aux empereurs ou d'orner les cathédrales. Régulée par le rythme solaire, la vie quotidienne ignorait l'heure exacte, ce qui ne veut pas dire qu'elle ignorait le temps. Les saisons ordonnent les travaux d'agriculture et d'élevage : un calendrier se montre une nécessité.

Les plus anciennes civilisations connues ont investi beaucoup d'efforts pour observer le Soleil et la Lune. Certains mettent en avant le culte solaire, les religions astrales.

Formules passe-partout par trop commodes !

L'observation (puis la prévision) du mouvement des deux grands luminaires célestes s'avère indispensable pour régler les principales activités humaines. L'environnement naturel n'explique pas tout. Son impact se révèle pourtant infiniment plus profond que celui des événements politiques. Directement liés aux problèmes de subsistance quotidienne, le climat et la géographie régissent certaines de ces forces de changement qui provoquent l'auto-évolution interne des choses. Au risque de schématiser à l'extrême, on peut dire que ce sont des facteurs naturels qui expliquent le rôle des planètes à Babylone, du Soleil en Égypte, de la Lune chez les constructeurs de mégalithes. La Lune fut observée de temps réellement immémorial. Le mois lunaire de 29 à 30 jours constitue en effet une unité toute naturelle de temps, ni trop longue ni trop courte. Et douze de ces mois forment à peu près une année solaire.

Les collections préhistoriques qui dorment dans les tiroirs poussiéreux de ces cimetières sinistres que sont trop souvent les musées comportent de nombreux objets sur lesquels on discerne des séries de traits ou d'encoches. Nul ne s'était vraiment soucié d'analyser objectivement ces reliques, jusqu'à ce que A. Marshack se mette, vers 1962, à les regarder d'un œil neuf. Il y avait pourtant des dizaines d'années que ces os ou ces plaquettes de schiste avaient été trouvés, nettoyés, étiquetés, catalogués. Ils existent en très grand nombre. Et personne ne les avait examinés ! Le récit des découvertes d'A. Marshack est plus passionnant qu'un roman d'aventures. En observant les encoches au microscope, ce chercheur se rendit compte qu'elles n'avaient pas été faites à la file, en une seule fois. Des burins différents avaient été utilisés. On avait donc voulu compter quelque chose au fil des jours. A. Marshack eut une intuition : pourquoi pas des

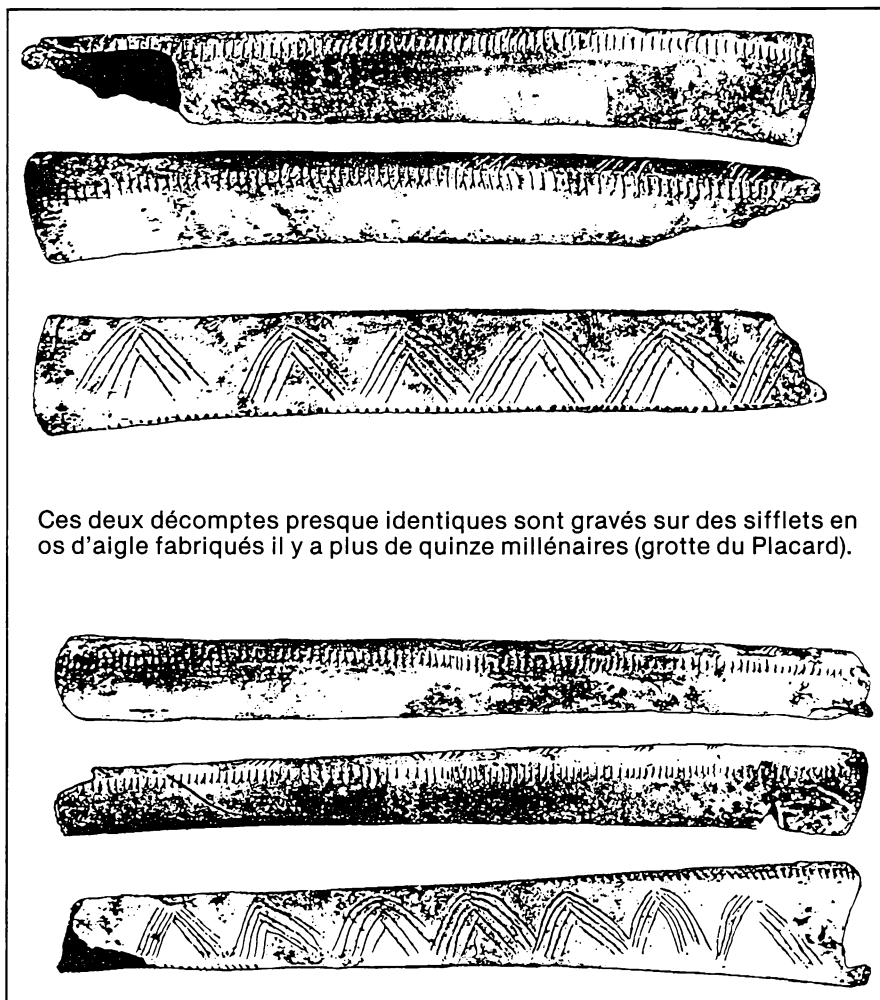


Renne et décompte par chevrons, sur un éclat d'os de renne trouvé à Gourdan.

mois lunaires ? Nouvelle Lune et Pleine Lune constituent des repères naturels. Certes, la notion fort abstraite de nombre n'existait pas encore. Une trouvaille faite dans la grotte du Placard, en Charente (date probable : – 13 000 ans), est décrite en ces termes par A. Marshack : « *Le même site, la même période et le même niveau ont livré deux os d'aigle gravés dans un style absolument semblable. Ils avaient peut-être été travaillés par la même main, à coup sûr ils avaient été secrétés par la même tradition, par la même culture. Deux trouvailles aussi parfaitement assorties doivent être extrêmement rares, et je n'en connais pas d'autres exemples pour le Paléolithique supérieur.* »

A. Marshack crut voir dans les traits gravés le décompte de deux fois deux mois lunaires et demi. Sur d'autres os, il crut pouvoir démontrer que ces séries d'encoches se groupaient volontiers par 15 ou 30, c'est-à-dire par demi-mois et par mois lunaires. Des études plus sérieuses, mettant en jeu plus d'objets, n'ont pas confirmé la chose. Que l'homme préhistorique ait tenu des livres de compte, c'est plus que probable. Mais le bon sens est là pour dire qu'il y avait bien d'autres choses à compter que les jours de la Lune. On peut en particulier s'expliquer les deux os de la grotte du Placard en se disant que l'homme savait déjà comparer, encoche à encoche, l'os qu'il gravait avec un témoin, et cela jusqu'à ce que les entailles en cours de gravure atteignent le total du témoin.

Cette méthode simple, mais sûre, de compter à l'aide d'encoches a survécu longtemps. Charles Dickens conte cette histoire extraordinaire dans un pamphlet acide sur *la Réforme administrative* (sous-entendez, en Angleterre) : « *On tenait les comptes à la Cour de l'Échiquier en faisant des encoches sur des bâtons de bois, à peu près*



comme Robinson Crusoé dans son île tenait son calendrier. Une multitude de comptables, de teneurs de livres, d'actuaire, étaient nés, étaient morts, et la routine officielle tenait à ces bâtons de bois d'orme appelés tallies comme s'ils étaient les piliers de la Constitution. Sous le règne de Georges III, un esprit révolutionnaire vint à souffler : on examina la question de savoir si, étant donné l'existence des plumes, de l'encre, du papier, des ardoises et de leurs crayons, on continuerait à s'entêter dans cette coutume désuète et si on n'adopterait pas quelque système plus moderne. La bureaucratie s'obstina dans sa routine, et les bâtons ne furent abolis qu'en 1826. » A la même époque, les Indiens des grandes plaines de l'Amérique du Nord utilisaient toujours des calendriers lunaires, à base d'encoches tracées sur des bâtons ou des poteaux. De nos jours, on a encore trouvé des « hommes médecine » possédant deux sacs de peau et 365 petits bâtons. Chaque jour, ils font passer un bâton d'un sac dans l'autre, ce qui leur permet de tenir un calendrier. L'écart entre le nombre entier de 365 bâtons et le nombre fractionnaire 365,25 de jours dans l'année peut se corriger en observant le solstice d'été.

2. Ordinal, cardinal

Le nombre est infiniment plus naturel que l'écriture. Beaucoup d'animaux en possèdent quelque notion. Le corbeau saurait même compter, si l'on en croit cette incroyable anecdote. Un propriétaire avait résolu de se débarrasser d'un de ces oiseaux qui venait nicher dans un ancien pigeonnier, genre de tour isolée. Las ! chaque fois que l'homme essayait de surprendre le volatile, celui-ci quittait sa tour et se perchait sur un arbre voisin, attendant le départ de son adversaire. De guerre lasse, le propriétaire employa la ruse pour arriver à ses fins. Deux valets entrèrent dans le pigeonnier, un seul ressortit. Peine perdue : le corbeau attendit la sortie du second valet pour rentrer au pigeonnier. L'oiseau saurait-il compter jusqu'à trois ? Oui. Mais lorsqu'on fit entrer cinq valets dans la tour et que quatre seulement sortirent, le corbeau s'embrouilla dans le compte. Il quitta l'arbre refuge et vint se faire prendre.

Cet intelligent volatile aurait possédé un sens inné du nombre bien supérieur à celui que les explorateurs ont observé chez les peuples très primitifs, comme les aborigènes australiens des déserts intérieurs de la grande île. Des peuplades africaines n'ont, de leur côté, pas de

mot pour désigner les chiffres au-delà de trois. Mais alors, et ces longues séries d'encoches sur les calendriers préhistoriques ? L'homme, à ces époques lointaines, en aurait-il su infiniment plus sur le nombre que les hommes primitifs actuels ? Que non pas, car il faut faire attention aux caractères de ce qu'on appelle nombre.

Chacun a appris à l'école qu'il existait deux sortes de nombres : l'ordinal et le cardinal.

Jacques est le troisième de sa classe ; Paul est arrivé en cinquième position dans la course ; le violet est la septième couleur de l'arc-en-ciel. Autant d'utilisations ordinales du nombre.

Cet objet coûte vingt-cinq francs ; la vitesse est limitée à quatre-vingt-dix kilomètres/heure sur route ; l'apôtre Pierre pêcha miraculeusement cent cinquante-trois poissons. Il s'agit cette fois de nombres cardinaux.

La différence entre les deux espèces s'avère profonde. Les psychologues se sont demandé comment ces deux notions venaient aux jeunes enfants. Ceux-ci ont-ils d'abord l'idée de plus grand et de plus petit, d'ordre et de classement, en un mot de nombre ordinal ? Ou bien acquièrent-ils d'abord le nombre cardinal, c'est-à-dire la correspondance un à un entre membres de divers ensembles ? Le nombre cardinal quatre résulte bien de cette abstraction qui émerge quand on compare des collections diverses : quatre pommes, quatre bonbons, quatre objets en plastique, etc.

Il convient de citer en premier (nombre ordinal !) le travail de pionnier de J. Piaget. Un certain manque de rigueur dans la définition des hypothèses mathématiques testées contradictoirement fait que son matériel expérimental ne permet pas de trancher en toute certitude. Les travaux récents de Ch. J. Brainerd à l'université canadienne d'Alberta sont autrement plus solides. Il convient en pareille matière de bien concevoir l'expérience ; il se pourrait en effet que les enfants auxquels on s'adresse se montrent fort capables de mener à bien certaines opérations logiques et mathématiques tout en restant incapables de comprendre exactement ce que leur demande un expérimentateur qui ne se serait pas mis suffisamment à leur portée. Ch. J. Brainerd n'utilisait évidemment pas des nombres ordinaux ou cardinaux tels quels, mais mettait en œuvre les concepts de base qui sont derrière ces notions. Les résultats furent clairs : le nombre ordinal est appréhendé bien avant le nombre cardinal. Il arrive fréquemment que des enfants manient sans grande erreur le concept de plus

grand ou plus petit, alors qu'ils n'ont aucune idée de la correspondance entre collections analogues.

Notre corbeau ne comptait pas les valets qui entraient et sortaient ; il avait une idée de plus ou de moins et se trompa dans son évaluation du quatrième au cinquième. L'homme paléolithique aux deux os gravés de la grotte du Placard ne comptait pas le nombre des encoches. Il comparait au fur et à mesure la suite qu'il traçait avec celle de son témoin. Encore qu'il ait eu déjà une vague idée du nombre cardinal car, en gravant un nouveau trait, il mettait en œuvre une certaine correspondance d'encoches une à une.

Il existe un autre aspect du nombre : trois est la somme de un plus deux. Vingt-cinq est égal à cinq fois cinq unités. De telles opérations arithmétiques s'exécutent facilement, par exemple avec des petits cailloux. Ch. J. Brainerd s'est posé la question : y a-t-il ou non parallélisme entre l'acquisition de ce sens arithmétique et celui des concepts ordinal et cardinal ? La réponse fut claire : le nombre ordinal constitue la base sur laquelle tout se construit, mais l'enfant peut parfaitement exécuter des opérations arithmétiques tout en n'ayant pas encore acquis le concept de nombre cardinal. Ce dernier représente le plus haut degré d'abstraction. Le nombre cardinal n'a été bien compris que récemment, avec le développement de la théorie des ensembles de la mathématique moderne. Les relations arithmétiques se montrent effectivement beaucoup plus anciennes comme le révèle l'étude des savoirs dans les plus antiques civilisations.

3. Des lignes et des cercles de pierres

La reconstruction du passé, plus exactement des passés plausibles, n'est pas une opération strictement objective : chacun y projette ses propres subjectivités. Comme le remarque Colin Renfrew, professeur d'archéologie à l'université de Southampton : « *Pendant de nombreuses années, les préhistoriens avaient édifié la préhistoire européenne sur une idée de base fausse : l'idée que tous les changements significatifs résultaient d'influences venues des contrées plus civilisées de l'Orient. En conséquence, on a fortement sous-estimé la créativité et le caractère original des habitants de l'Europe préhistorique, ces habitants qui furent — c'est maintenant clair — capables de*

construire des tombeaux en pierre avant que l'on observe ailleurs dans le monde d'autres architectures similaires. Ces habitants qui construisirent aussi Stonehenge et l'utilisèrent comme observatoire astronomique (plus exactement comme observatoire solaire et lunaire) des siècles avant le développement de la civilisation dans la Grèce continentale. Voilà des constatations qui obligent à reconstruire notre description de la façon dont les choses évoluent. Au lieu de s'attacher aux événements ponctuels, aux migrations, aux influences extérieures, on doit étudier plus soigneusement les forces de changement qui sont à l'œuvre sur place, ces progressions dans la nourriture, la technologie des choses. Voilà pourquoi une archéologie sociétale devient nécessaire. Tous les manuels existants sont bons à mettre au panier, il faut les récrire dans une nouvelle optique. »

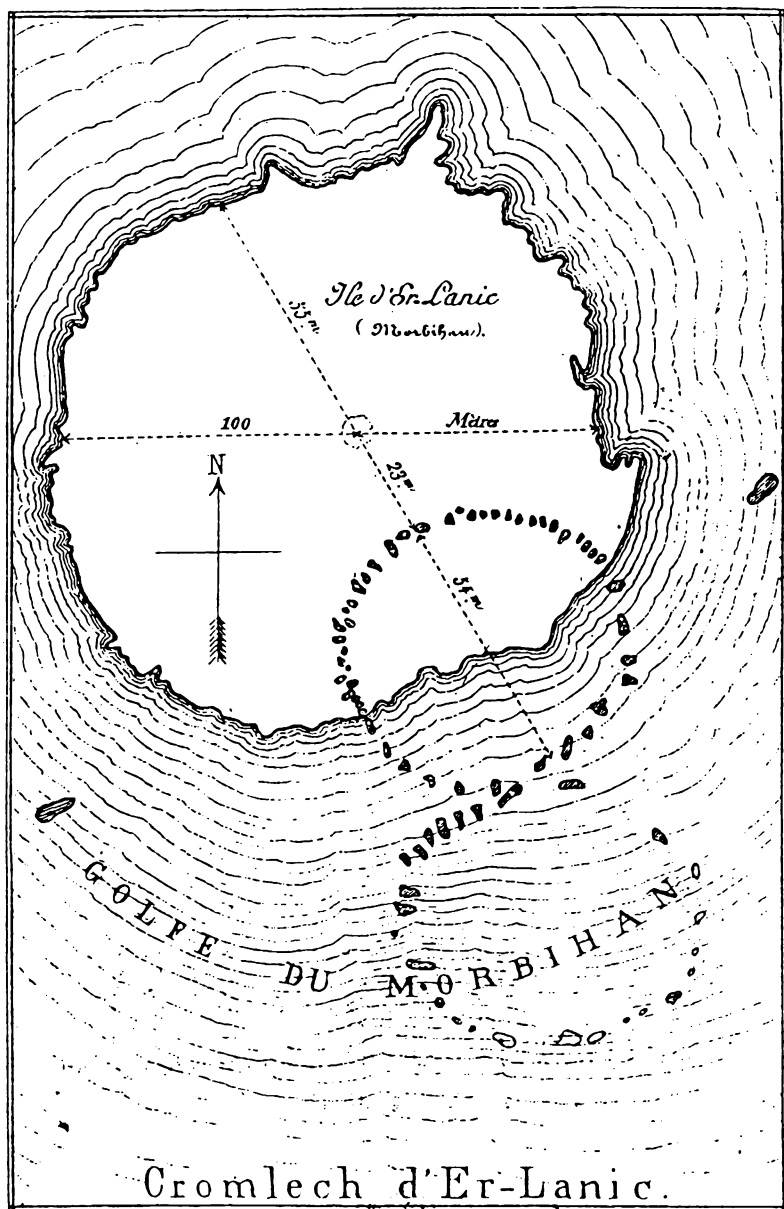
L'agriculture fait son apparition dans nos contrées occidentales au IV^e millénaire. Innovation capitale : le stockage des grains et l'élevage permettent à l'homme de mieux se mettre à l'abri du lendemain. En contrepartie, un calendrier devient nécessaire. Il faut pouvoir semer à coup sûr et réaliser en temps voulu l'accouplement du bétail. Ces agriculteurs se doubleraient de hardis marins. L'océan Atlantique et la mer d'Irlande ne sont pas de navigation facile. On n'a sur les bateaux alors utilisés que le renseignement suivant. Vers - 500, Carthage décida deux missions d'exploration dans l'océan Atlantique. Le suffète Hannon descendit le long des côtes d'Afrique alors que le suffète Himilcon vogua vers le nord. Au retour, les relations de voyage furent gravées dans le temple de Baal Moloch. Tout disparut dans la destruction sauvage de Carthage par les Romains en - 146. Des copies et des traductions avaient heureusement été faites à des époques inconnues. Himilcon racontait que les Hyperboréens se rendaient en deux jours d'Angleterre en Irlande, avec des barques formées de peaux cousues, tendues sur une armature de bois. Familier de la mer d'Irlande où il a navigué plus de cinquante étés, le professeur A. Thom remarque combien « *la navigation dans ces eaux, avec de petits bateaux, est sous la totale dépendance des courants dus à la marée et des tourbillons qui s'ensuivent* ». Le marin qui veut se lancer dans ces parages doit, avant de partir, prévoir les courants qu'il va rencontrer. Le parallélisme entre marées et phases de la Lune a été observé de temps immémorial. La relation des grandes marées aux mois de l'année n'a pu manquer d'être, elle aussi, notée. L'observation attentive des mouvements de la Lune s'avérait indispensable aux

Hyperboréens pour régler leur navigation, aussi indispensable que celle du Soleil pour ordonner leur agriculture.

Il y a bien longtemps que l'on a reconnu le caractère solaire attaché à certains alignements de pierres. Au solstice d'été, le Soleil, vu du centre de Stonehenge, se lève sur un menhir appelé la Heelstone. La première étude véritablement complète des mégalithes considérés comme observatoires solaires ne parut toutefois qu'en 1906. N. Lockyer essaya d'estimer la date approchée de la construction des premières structures de Stonehenge, celles qui servirent à l'observation du solstice d'été : vers 1680 avant notre ère, à plus ou moins deux cents ans près.

Les modernes estimations par la méthode du carbone 14 corrigé grâce aux observations faites sur les plus vieux arbres du monde trouvés en Californie dans ce qu'on a appelé « la combe de Mathusalem » donnent une ancienneté autrement plus grande : 2500 à 2700 avant notre ère. Mais il est vrai que le décalage séculaire fruit de la précession des équinoxes reste tout petit. Pardonnons son erreur à N. Lockyer, en remarquant que personne, en 1900, ne croyait à la très grande antiquité des mégalithes, ni surtout à leur antériorité par rapport aux pyramides d'Égypte.

La détermination précise d'une date unique dans l'année paraît insuffisante pour parler de calendrier. Quoi de plus naturel alors que d'édifier tout un cercle de pierres pour compléter le menhir solsticial : en repérant la pierre sur laquelle se lève l'astre du jour, une bonne approximation de la date peut être obtenue. Il ne s'agit évidemment pas d'avoir la date exacte au sens moderne du mot, mais de régler sans trop d'inexactitude le rythme des travaux agricoles. Les cercles de pierres, « cromlech » en gaël, subsistent fort nombreux, dans les îles Britanniques et l'Irlande. On dit qu'il y en aurait encore 800 à 900, dont quelque 200 à 300 en assez bon état de conservation. Les cercles sont, par contre, fort rares en France, encore que la petite île d'Er-Lanic dans le golfe du Morbihan en conserve un exemplaire remarquable. Comme le montre la planche ci-après, il est aujourd'hui submergé, conséquence de ce lent affaissement de terrain qui donna naissance au golfe dans le début de notre ère. Le grand menhir situé au nord-est du cercle marque, comme la Heelstone, la direction du Soleil levant d'été, vu du centre du cercle supérieur. La présence remarquable d'un second cercle tangent au premier et d'un second menhir orienté vers l'ouest (Soleil couchant aux équinoxes ?) reste



Que peuvent bien signifier ces deux cercles tangents de menhirs édi-
fiés sur l'îlot d'Er-Lanic, dans le golfe du Morbihan ?

mystérieuse. Notons également à Crucuno, non loin de Carnac, une curieuse enceinte rectangulaire orientée sur les solstices d'été et d'hiver (aujourd'hui, les menhirs de ce monument sont totalement enfouis dans de hauts ajoncs : la France ne se soucie guère de ce passé lointain, se bornant au cliché d'Obélix le Gaulois grand livreur de menhirs, alors que les mégalithes sont infiniment plus anciens que les Celtes).

Mais qu'aurait-on observé à l'aide des cercles : le Soleil, ou la Lune ? Le professeur écossais A. Thom répondit péremptoirement : la Lune, et cela avec une précision extrême. Pourtant, l'observation de la Lune s'avère considérablement plus difficile que celle du Soleil. Notre satellite orbite dans un plan légèrement incliné sur l'écliptique et se trouve soumis aux effets perturbateurs de l'astre du jour. Ce n'est qu'en moyenne que son mouvement se montre régulier. Sans entrer dans d'inutiles détails, il suffit de noter que l'intersection du plan d'orbite lunaire et du plan de l'écliptique n'a pas une direction immuable dans l'espace. La ligne d'intersection, dite ligne des nœuds lunaires, fait le tour de l'écliptique en 18,60 ans. Par conséquent, il faut tantôt ajouter, tantôt retrancher à l'inclinaison de l'axe terrestre, l'angle entre le plan d'orbite lunaire et l'écliptique. Il en résulte, même en moyenne, un mouvement apparent de la Lune fort irrégulier. L'éclat lumineux faible de l'astre des nuits permet, par contre, de le viser sans difficulté. Suivant en cela une idée émise au début du siècle par l'amiral anglais Sommerville, A. Thom affirma que les observateurs mégalithiques alignaient un menhir, la Lune, et un point remarquable de l'horizon : pointe de colline ou col bien découpé entre deux montagnes. Il est bien évident que personne n'est plus là pour témoigner de la chose. Les démonstrations faites par l'Écossais ne reposent finalement sur rien de solide et personne ne peut affirmer, comme il avait cru pouvoir le faire, que les astronomes mégalithiques auraient été étonnants de précision. Disons simplement, et ceci reste solide, que l'on a observé le Soleil et la Lune de temps immémorial sans doute pour des besoins de calendrier. Et que ces besoins, mettre en accord une année solaire de 365,25 jours et un mois lunaire de 29,5 jours, ont conduit à soupçonner ce que l'on sait aujourd'hui et ce que savaient, on en est quasi sûr, les Grecs du 1^{er} millénaire avant notre ère : il y a 235 lunaisons dans 19 années solaires et, mieux, tous les 57 ans, les phases de la Lune reviennent à la même heure du même jour. Toutes ces spéculations sur le calendrier ont très probablement

joué un rôle important dans l'élaboration d'une science sacrée du Nombre.

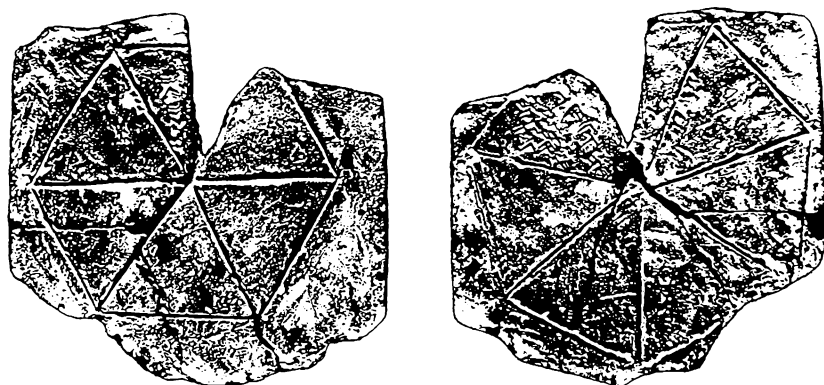
4. Systèmes de numération

Le décompte un par un : un caillou dans un récipient pour un animal (ou un trait gravé sur un os, ou une figure peinte sur un caillou pour toute chose en stock) s'avère simple. Il se montre toutefois peu commode pour noter efficacement des quantités dépassant la dizaine. Les décomptes primitifs un par un ont assez naturellement conduit à de véritables systèmes de numération.

Un système de numération est parlé avant d'être écrit. Il semble que l'homme ait commencé par des systèmes de numération parlés « fermés », ce qualificatif s'opposant à « ouvert ». Un système de numération ouvert se montre capable de noter, du moins en principe, des nombres quelle que soit leur grandeur. Un système de numération fermé consiste par contre en une multiplicité finie de pluriels pour signifier deux, trois, etc., puis beaucoup. L'homme ressent globalement et intuitivement le nombre au lieu de l'appréhender analytiquement et intellectuellement, comme il est devenu si courant aujourd'hui.

Les Indo-Européens qui ont submergé les civilisations européennes autochtones (Vieille Europe et mégalithisme) auraient élaboré le plus puissant de tous les systèmes parlés fermés connus, puisqu'il se serait étendu jusqu'à Trente-Deux. Bien entendu, n'ajoutons pas que les civilisations submergées étaient intellectuellement moins avancées ; disons seulement qu'elles étaient plus pacifiques.

L'actuel système ouvert de numération décimale écrite avec sa notation de position et sa virgule se montre si commode que l'on a beaucoup de mal à admettre qu'il n'a pas toujours existé, et que sa lente élaboration reste un des plus importants acquis de l'humanité. Dans son ouvrage très complet et pratiquement définitif sur les systèmes de numération, G. Guitel rappelle tout d'abord en quoi consiste tout système de numération. Il s'agit de résumer un certain nombre d'unités élémentaires en une seule unité plus grande à laquelle on donne un nom. A son tour, un certain nombre de ces unités plus grandes est résumé en une unité unique encore plus grande à laquelle on donne un autre nom. *A priori*, rien n'oblige deux résumés successifs à



Polygones réguliers tracés sur des briques babyloniennes trouvées à Suse.

être identiques. On pourrait imaginer, par exemple, que cinq unités élémentaires A étant résumées en une grande unité B, ce soit vingt grandes unités B qui se résument en une très grande unité C. En fait, on ne connaît pas d'exemple d'un tel choix. Les unités successives sont toujours les puissances successives d'un même nombre qu'on appelle la base du système de numération.

La plus simple de toutes les bases est 2, de puissances successives 2, 4, 8, 16, 32, 64, etc. Les Chinois avaient bâti avec elle trigrammes et hexagrammes divinatoires. Les Égyptiens la mirent toujours en œuvre pour multiplier et diviser. Commode en métrologie et en arithmétique, la base deux n'est toutefois guère efficace pour noter un grand nombre. Il s'avère préférable d'utiliser une base plus élevée. Dix s'impose alors tout naturellement du fait des dix doigts des mains humaines.

Certains peuples ont préféré la base vingt : Aztèques et Mayas de l'Amérique centrale en particulier. Les druides auraient également utilisé vingt comme base de leurs décomptes savants. L'alphabet ogham des Celtes d'Irlande possède vingt caractères rigoureusement géométrisés, groupés en quatre familles de chacune cinq caractères (à l'image des quatre fois cinq doigts des deux mains et des deux pieds). Le français a conservé quelques traces de l'ancestral emploi : quatre-vingts, ou encore Quinze-Vingts (hôpital célèbre fondé par Saint

Louis en 1260 pour 300 aveugles) ; dans *l'Avare*, Molière fit dire par Frosine à Harpagon : « *vous passerez les six-vingts* ».

Exceptionnellement, le plus ancien système de numération historiquement connu est à base sexagésimale : c'est celui des Sumériens. Il survit encore de nos jours, avec les soixante minutes de l'heure et les trois cent soixante degrés du cercle. Ce système fut supplanté dans la vie courante des Babyloniens par un système à base dix, mais la numération sexagésimale resta en usage pour les calculs savants. A dire vrai, il s'agit plutôt d'un système mixte décimal et sénaire, car dix y joue un rôle privilégié d'unité secondaire, tout comme six.

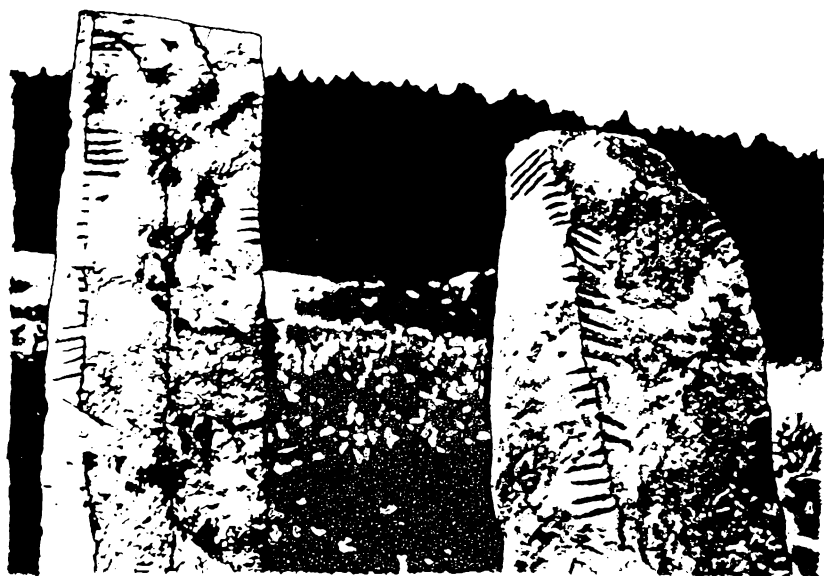
Certains se sont demandé si une civilisation aussi avancée pour son temps que fut celle des mégalithes n'avait pas possédé des connaissances également avancées. A. Thom, déjà mentionné, a beaucoup milité pour l'emploi d'une unité de mesure dans le tracé des cercles de pierres levées. J'ai personnellement repris tous ses calculs pour m'apercevoir de la fragilité de la base mathématique mise en œuvre. Mais surtout, A. Thom n'a jamais songé à la nécessité simultanée d'un système de numération, ce qui finit d'enlever toute valeur à ses reconstructions. Se basant sur des données assez sûres : la statistique du nombre des pierres composant les cercles bien connus (390 environ) des îles Britanniques, le préhistorien A.-W. Burl a montré qu'un système à base sénaire (6) ou duodécimale (12) aurait pu être utilisé par la civilisation mégalithique. Cela s'explique par la facilité de fractionner 12 (2, 3, 4, 6) plus facilement que 10 (2, 5). Comme le dirent les pythagoriciens : Douze est un nombre « abondant ». Entendez par là que la somme de ses diviseurs (on parlait autrefois de « parties aliquotes ») est supérieure au nombre lui-même. Et en effet :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 \text{ plus grand que } 12$$

alors que Dix est « déficient » puisque :

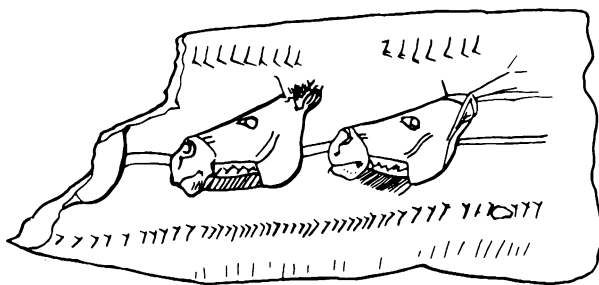
$$1 + 2 + 5 = 8 \text{ plus petit que } 10$$

Douze est d'ailleurs le premier nombre abondant. Quant à Soixante, et surtout Trois Cent Soixante, ce sont des nombres « très abondants ». On s'explique ainsi le rôle majeur de Douze en numérologie sacrée, lié à ses propriétés calendaires : il y a en gros douze mois lunaires dans une année solaire et douze est « abondant ». On s'explique aussi le rôle de Sept, en qui certains ont parfois tendance à résumer toute la numérologie : Sept est le premier nombre entier qui ne peut pas diviser exactement Soixante (alors que ce dernier est divisible



Inscriptions oghamiques sur des stèles, à Drumloban, Comté de Waterford (Irlande).

par Un, par Deux, par Trois, par Quatre, par Cinq et enfin par Six). Cette non-divisibilité confère à Sept un caractère quelque peu démoniaque, et l'on sait qu'il n'y a jamais loin du démoniaque au divin !



Les hommes préhistoriques associèrent symboles numériques et animaux (os trouvé au Mas-d'Azil).

CHAPITRE II

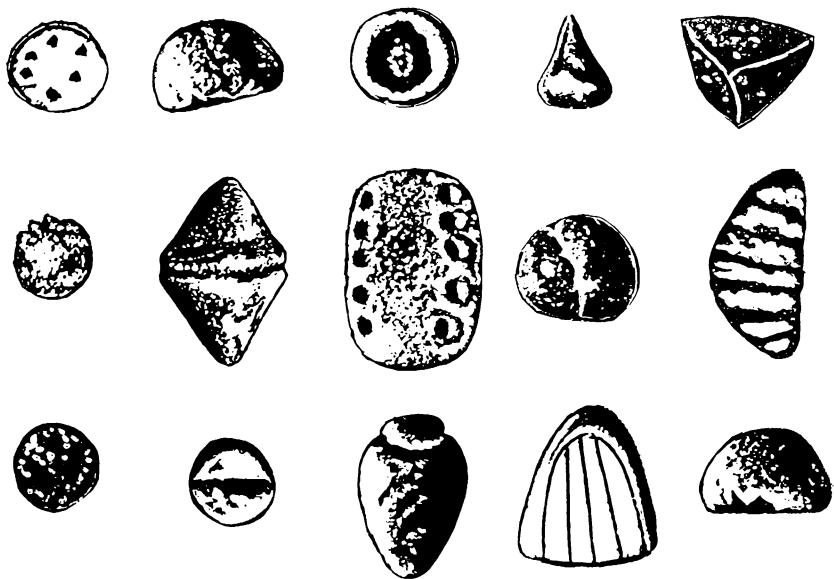
Mathématiques sans mathématique

1. « Calculi » et calcul

En 1928-1929, on a mis au jour à Nuzi en Mésopotamie, près de Mossoul, un curieux objet fabriqué 1 500 ans avant notre ère. Il s'agit d'un petit ovoïde creux qui aurait dû contenir des cailloux, ou plutôt de petites boules d'argile. Une inscription sur l'ovoïde précisait un décompte de 48 têtes de bétail : 21 brebis, 6 agneaux femelles, 8 béliers, 4 agneaux mâles, 6 chèvres, 1 bouc et 2 chevrettes. Il fallut trente ans aux archéologues pour se rendre compte qu'il avait dû y avoir, dans la boule creuse, 48 objets, un par tête de bétail, avec sans doute une certaine spécificité des jetons d'argile contenus dans la boule. Le professeur Denise Schmandt-Besserat, de l'Université du Texas, à Austin, a bien débrouillé le mystère de ces objets dont l'antiquité a reculé jusqu'aux limites de la préhistoire. On avance des dates vers -8000, aussi bien pour Tepe Asiab, dans le Zagros iranien, que pour Beldibi, sur la côte Sud de l'Asie Mineure.



Boule babylonienne creuse trouvée dans les ruines de Nuzi.



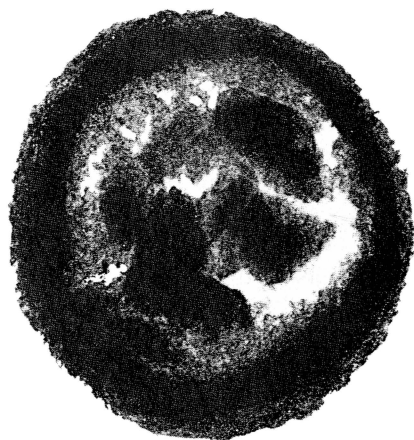
« *Calculi* » du quatrième millénaire av. J.-C., trouvés à Suse et conservés au Musée du Louvre.

On a souvent trouvé d'autres formes que de simples petites boules à l'intérieur des enveloppes creuses d'argile. Comme le remarque G. Guitel dans son étude exhaustive des systèmes de numération : « *De petits objets façonnés en argile sous la forme de demi-sphères, de sphères, de petits conoïdes, pouvaient figurer les diverses catégories d'animaux domestiques. On conçoit que de là, on puisse s'élever dans l'abstraction et passer à des objets qui représentaient diverses collections d'unités. Des " calculi " (du latin : cailloux) de différentes formes ou de différentes tailles suivant les collections qu'on veut figurer, voici un progrès décisif dans l'art de compter... Possédant des calculis de diverses formes, figurant des collections variées d'objets, on peut organiser des conversions et atteindre le véritable dénombrement d'une collection importante, c'est-à-dire utilisant le plus petit nombre possible des diverses formes de calculi ; la technique figurée des diverses opérations apparaîtra ensuite. Plus tard, les Sumériens ont eu l'idée de graver sur leurs tablettes d'argile des signes qui rappelaient grossièrement la forme des calculi... La numération*

figurée se muait en numération écrite. » Ajoutons même : en écriture ; on pense de plus en plus aujourd'hui que l'on est passé du décompte pur et simple à des représentations figurées plus complexes où l'on notait à la fois nombres et choses énumérées (par exemple des boisseaux d'orge, ou des mesures de bière) pour aboutir finalement à de l'écriture proprement dite. Ainsi le Nombre serait nettement plus ancien que la Lettre (il n'était évidemment pas encore question d'alphabet, celui-ci ne sera inventé que des millénaires plus tard, vers 1500 avant notre ère).

Certains de ces petits objets sumériens font irrésistiblement penser à des objets préhistoriques aussi anciens et fort célèbres : les galets peints du Mas-d'Azil, découverts (ou redécouverts) par E. Piette à la fin du siècle dernier. La culture azilienne (9000 à 7000 avant notre ère) profita d'un fort réchauffement climatique qui permit aux hommes de sortir des cavernes magdaléniennes. L'art pariétal ne se justifiait plus guère et c'est pourquoi les témoins « artistiques » sont essentiellement des galets peints ou gravés retrouvés dans une quarantaine de sites allant des Pyrénées à la Suisse.

L'étude de quelque 1 400 galets aziliens a conduit Claude Couraud à conclure que, si 85 % des galets ne portent qu'entre 1 à 4 « signes », certains (5 % environ du total) comportent des figurations de grands nombres, la gamme 21-29 semblant intentionnelle. Ce chercheur en a conclu que les Aziliens savaient bien manier les grands nombres, et qu'ils préféraient peut-être même certains de ces grands



Radiographie d'une boule creuse intacte trouvée près de Dharan ; on distingue des « *calculi* » à l'intérieur.

nombres à d'autres. Mais Claude Couraud reste prudent : « *Si certains motifs de galets semblent avoir été un décompte du temps, il serait imprudent de vouloir attribuer à l'ensemble de ces objets une seule et même interprétation.* »

2. Dix et soixante

L'enracinement de notre culture dans le passé est réellement très profond. Ainsi de la division de la journée en vingt-quatre heures que l'horloge a rendu toutes égales. Elles ne l'étaient pas autrefois où il y avait tout naturellement douze heures de jour et douze heures de nuit. Ce fractionnement s'avère somme toute bizarre : pourquoi douze ? et non dix ? quatorze ou sept ? Il s'explique par l'analogie avec les douze mois lunaires qui forment à peu près une année solaire. La division de l'heure en soixante minutes et, ce qui en découle, du cercle en trois cent soixante degrés, apparaît moins évidente.

A de multiples reprises, on a tenté d'introduire la logique décimale pour simplifier les opérations complexes qu'entraîne un système sexagésimal. Peine perdue ! Le grade (1) n'a pu supplanter le degré et seuls les ordinateurs estiment leur temps de travail en centièmes et dixièmes de minute. C'est que le compte par soixante a derrière lui une histoire longue de cinq à six millénaires, peut-être davantage !

Comme on l'a vu précédemment, l'homme paléolithique comptait en alignant des séries de traits. Puis vinrent au Moyen-Orient les ensembles de « calculi » enfermés dans des boules avec, parfois pour les moins anciennes, une impression sur la boule du décompte interne. Avec l'augmentation des échanges commerciaux fruit de l'invention de la ville, il fallut trouver plus efficace, et donc inventer un système de numération.

En comparant par exemple (ce n'est qu'une hypothèse, mais une hypothèse vraisemblable) une série de traits, ou un ensemble de menus objets avec les doigts d'une ou des deux mains, on peut tracer un unique symbole global pour cinq (ou dix) unités élémentaires, et ainsi de suite.

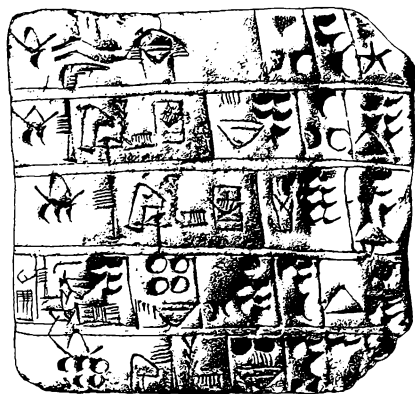
Dix constitue un bon compromis car il permet de figurer un nombre en n'utilisant que peu de chiffres. Cent cinquante-trois traits

1. Centième partie de l'angle droit ; 400 grades valent 360 degrés.

par exemple se trouvent signifiés par trois chiffres seulement : 153, soit un groupe de cent traits, cinq groupes de dix traits et le reste de trois traits élémentaires. Mais rien n'oblige à compter par dix, on peut tout aussi valablement grouper les unités deux par deux seulement et représenter ainsi cent cinquante-trois par : 10011001. Ce nombre s'analyse bien comme une fois cent vingt-huit traits, une fois seize traits, une fois huit traits, plus un trait restant. L'inconvénient saute aux yeux : il faut presque trois fois plus de chiffres, mais il y a l'avantage de deux symboles seulement : 1 et 0. Découvert dans les hexagrammes divinatoires chinois par Leibniz, ce système binaire envahit notre vie quotidienne, de plus en plus réglée et surveillée par l'ordinateur digital. La main humaine comportant cinq doigts, ce nombre peut être choisi comme base, encore qu'un peu petite. Le même cent cinquante-trois s'écrirait $1\ 103 (1 \times 125 + 1 \times 25 + 0 \times 5 + 3)$. Cela montre en passant toute l'erreur de certains pseudo-kabbalistes modernes qui, confondant le Nombre et son vêtement tout extérieur de chiffres, se livrent à des calculs échevelés sur ces chiffres au lieu de méditer sur le Nombre lui-même.

Dès l'aube de leur histoire, les Sumériens sont en possession d'un calendrier lunaire, donc d'une année de onze jours plus courte que l'année solaire. Tous les trois ans, il fallait donc ajouter un mois intercalaire, chose que mentionnent les édits royaux. Précisons que cette addition mentionnait que le mois supplémentaire ne modifiait en rien la collecte des impôts : le fisc reste toujours le plus fort !

Soixante est le plus petit nombre entier qui soit à la fois multiple de dix et de douze : il n'y a donc rien de trop étonnant à ce que les Sumériens aient choisi un système de numération à base soixante, ce système qui survit avec l'heure de soixante minutes et le cercle de six fois soixante degrés. En fait, les choses sont d'ailleurs un peu plus compliquées, et ce n'est que depuis quelques années que l'on a presque totalement débrouillé l'écheveau. Il faut dire que le déchiffrement des textes les plus anciens connus (comme ceux trouvés à Jemdet-Nasr, sur le haut Euphrate) est très difficile. Comme le nota en 1984 le professeur suédois Jöran Friberg, de l'Université de Göteborg : « *On ne sait toujours pas interpréter correctement nombre de signes des inscriptions proto-sumériennes de Jemdet-Nasr, et ces textes restent plus ou moins inintelligibles. Il n'est même pas sûr que la langue soit sumérienne.* » Mais, fort heureusement : « *Les nombres qui apparaissent dans ces textes sont en général tracés avec le bout arrondi du stylet et sont toujours faciles à identifier.* »



Cette tablette protosumérienne trouvée à Jemdet-Nasr détaille les rations alimentaires fournies à 40 ouvriers pendant 5 jours. Les signes les plus à gauche signifient : Jour 1, jour 2...

Il s'agit parfois de documents administratifs : distribution de rations de bière et d'orge (la monnaie de l'époque). Mais on trouve également de nombreux textes scolaires tracés par des apprentis scribes qui conservaient ensuite leurs devoirs comme aide-mémoire. Jöran Friberg a démontré que l'on utilisait aussi bien la base dix que la base soixante, encore qu'il y ait en quelque sorte spécialisation. Ainsi qu'il l'écrit, les principales catégories sont : des énumérations de personnes (dénombrement au moyen de nombres sexagésimaux), des calculs de la ration de céréales allouées à des individus (nombres exprimant une capacité et nombres sexagésimaux) ou à des animaux (nombres décimaux), etc.

Il nous paraît curieux de ne pas utiliser le même système de numération dans tous les cas ; c'est qu'il faut bien se garder de transposer dans le passé les traits culturels d'aujourd'hui. Comme le disait Colin Renfrew, la reconstruction du passé, plus exactement des passés plausibles n'est pas une opération strictement objective, et il faut essayer de se remettre par la pensée dans la culture de l'époque. Ce n'est jamais facile. En ne s'efforçant pas de le faire, on peut tomber totalement dans l'erreur.

3. Istar vaut Quinze

Comment écrire un nombre dans un système à base soixante ? Puisqu'il faut dix symboles différents dans la numération décimale,

avait-il fallu inventer soixante chiffres différents ? Que non pas ! Soixante resta une expansion de cette grande unité naturelle qu'est dix. Les prêtres du Pays d'Entre-les-Fleuves employaient donc dix comme unité auxiliaire. On avait d'abord les chiffres 1, 2, 3, . . . 8, 9 formés par la répétition du symbole de l'unité. Puis 10 qui possédait un symbole spécial, ensuite 20, 30, 40 et 50, notés par le symbole de 10 deux, trois, quatre et cinq fois répété. Pour alléger l'écriture, les scribes usaient de la soustraction : 9 par exemple se notait par un 10 et un 1 à gauche (une méthode toujours utilisée par les Romains : IX, CD ou CM).

Soixante constituant la première grande unité, soixante fois soixante fut longtemps le terme ultime au-delà duquel les nombres n'étaient plus concevables, d'où son nom de « *Sar* » : cercle, totalité. Et puis, les mathématiciens débordèrent la limite, ils poussèrent jusqu'au « *Grand Sar* » de deux cent seize mille, le triple produit de soixante, peut-être même au-delà : le « *Sar de sar* », soixante à la quatrième puissance, près de treize millions. Les calculs astronomiques les plus complexes n'exigèrent pas de dépasser cet infini. La lente conquête des Cités-États sumériennes par les nomades akkadiens fit que le système décimal de ces derniers finit par supplanter dans la vie courante le traditionnel système sexagésimal. Mais celui-ci se maintint dans la mathématique savante. Ne l'employons-nous pas toujours dans les calculs trigonométriques sur le cercle de trois cent soixante degrés ?

L'utilisation d'une grande unité comme soixante facilite énormément les calculs sur les nombres fractionnaires. Il s'agit là d'une notion fort abstraite. Les fractions ne sont-elles pas toujours le cauchemar de certains écoliers, ceux qui n'auraient pas reçu le don de la mythique « bosse des maths » ? Rien d'étonnant à cette difficulté. La décomposition d'une certaine chose en parties toutes égales entre elles n'est pas une opération si évidente que cela. Intuitif au premier abord, le découpage présente vite d'insurmontables embarras pratiques : essayez donc de partager une tarte en sept ou onze morceaux rigoureusement égaux entre eux ! Comme le fractionnement se réalise aisément dans certains cas, quand il y a par exemple deux ou quatre parts, la généralisation de nombres fractionnaires d'expression $\frac{1}{n}$ n'est pas impensable. Les prêtres égyptiens n'ont jamais été plus loin.

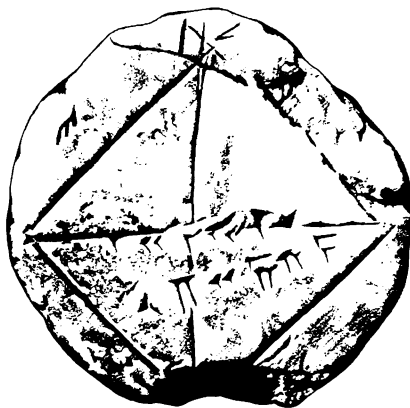
Des expressions plus complexes comme $\frac{3}{16}$ ou $\frac{16}{24}$ dépassèrent leur entendement.

Les Sumériens ont résolu la difficulté par une tout autre méthode en mettant justement à profit la grande valeur de leur unité sexagésimale. Les scribes notaient : $\frac{1}{3}$ est 20, $\frac{1}{2}$ est 30, plus exactement : en

face de 20, en face de 30 (sous-entendez : sur la liste figurant sur cette tablette aide-mémoire). Un nombre et son inverse par rapport à soixante forment un couple indissoluble et les calculateurs passaient sans peine d'un terme à l'autre. Une quantité fractionnaire quelconque était toujours exprimée par une combinaison convenable de fractions sexagésimales (ou sexasexagésimales). La chose est grandement facilitée par le nombre élevé de diviseurs que possède justement soixante. Il n'en reste pas moins qu'elle s'avère impossible parfois. La première butée est sept : il ne peut être question d'exprimer exactement la septième partie d'une chose par des fractions sexagésimales.

Il faut une suite indéfinie : $\frac{1}{7} = \frac{8}{60} + \frac{34}{3\,600} + \frac{17}{216\,000} + \text{etc.}$, que les scribes notaient 8 34 17, etc. Cette irréductibilité sacrée fit attribuer sept aux démons divins, qui sont aussi sept fois sept, c'est-à-dire définitivement irréductibles. Il était prudent de ne rien entreprendre les 7^e, 14^e, 21^e et 28^e jours du mois, surtout si l'on était un personnage important. Lors de la captivité de Babylone, les prêtres hébreux furent frappés de ce repos sacré. La semaine prit donc place dans le récit de *la Genèse* lorsque celle-ci fut, avec les autres livres bibliques, reconstituée définitivement par le scribe Esdras au V^e siècle avant notre ère. Cette création divine fit disparaître le sens maléfique de Sept, tout en renforçant encore le caractère sacré qu'il possédait.

Si la fraction Un Septième se montre irréductible, il n'y a aucune gêne en ce qui concerne les autres fractions simples dont les nombres inverses vis-à-vis de soixante signifient les principaux personnages divins. Ainsi l'unité d'Anu-le-Monde est la totalité de Soixante. A Bel-le-Ciel, partie principale du Monde, Cinquante. Ea-la-Terre, moins complet, n'est que Quarante. Entre les deux grands luminaires, Sin-la-Lune l'emporte, ce qui reste normal dans un pays où le calendrier est lunaire ; son nombre de Trente domine le Vingt de Shamash-le-Soleil. Dix caractérise enfin Gishbar-le-Feu, premier-né d'Anu.



Cette tablette, sans doute un devoir d'apprenti scribe, donne la valeur sexagésimale de la diagonale du carré, ou racine de Deux.

Dans le ciel si pur de Chaldée, la planète Vénus brille d'un fort éclat, au point de donner une faible ombre portée si la Lune est absente. Lorsqu'on cligne des yeux en la regardant, on voit apparaître une croix à quatre branches (2). Quatre (sous-entendez : soixantièmes) est Quinze, nombre d'Ishar-Vénus.

Ces nombres divins viennent d'une origine lointaine. Les Sumériens du IV^e millénaire en attribuaient la révélation à la dame des étoiles, Nisaba-le-Roseau, ce roseau indispensable aux scribes pour imprimer dans la brique crue les caractères cunéiformes :

« O Roseau-Nisaba, pur, nourri du lait sacré !

Qui manies le stylet aux Sept Nombres,

Qui accomplis les Cinquante décrets du Ciel »,

proclame une tablette de pierre gravée, trouvée dans les ruines de la Cité-État sumérienne de Tello.

*
* *

2. Par diffraction entre les cils.

4. Les tablettes de Suse

L'assimilation des noms et des nombres ne se limita pas aux seules correspondances précédentes. Une énigmatique phrase de Sargon II d'Assyrie (VII^e siècle avant notre ère) affirme : « *De seize mille deux cent quatre-vingt-trois coudées, le nombre de mon nom, je fis le circuit de la muraille* » (entourant la ville nouvelle de Khorsabad). Ces spéculations ne furent pas ignorées des juifs vivant à l'époque du Christ : l'apôtre Jean fait mesurer la Jérusalem céleste de l'*Apocalypse* par un ange qui tenait un « roseau d'or ». Ce descendant lointain de Nisaba « *mesura la muraille de cent quarante-quatre [144 = 12 × 12] coudées, mesure d'homme et aussi mesure d'ange* ».

Les devins babyloniens utilisèrent probablement les nombres des noms pour déchiffrer le bon vouloir des dieux. Aucune civilisation n'eut, à un tel point, le souci de la divination. Il est vrai que l'environnement naturel du Pays d'Entre-les-Fleuves se révèle souvent terrible : orages, inondations. La légende du déluge vient en droite ligne d'une de ces catastrophes, sans doute particulièrement dramatique. Les prêtres imaginèrent de nombreuses méthodes pour pénétrer le futur : consultation du sort par des dés ou des baguettes, examen des entrailles des animaux sacrifiés, jet d'huile dans une coupe d'eau où elle dessine des formes variées et astrologie.

Par un curieux hasard, il y a juste sept planètes visibles à l'œil nu, en y comptant le Soleil et la Lune. Le mouvement apparemment désordonné de ces astres (on les appelait « chèvres » à cause du caractère « capricieux » de leurs trajectoires dans le ciel) signifiait aux mortels le bon plaisir de leurs maîtres célestes. L'astrologie conduisit à mieux observer les astres pour prévoir à l'avance le destin des humains. On ignore quand fut découverte l'identité entre l'Étoile du Soir, Istar féminine et douce, et l'Étoile du Matin, Istar mâle et guerrière. Pas avant le début du I^{er} millénaire avant notre ère, estime le savant père Kugler. Les plus anciens recueils d'observations restent très approximatifs, en particulier les fameuses tablettes d'Ammizadoug dont des fantaisistes ont usé et abusé. L'étude sérieuse du mouvement des planètes ne commença en effet qu'au VIII^e siècle avant notre ère, à la grande époque de Babylone, constate l'érudit jésuite qui ajoute : « *Les textes astrologiques de cette époque offrent des données nombreuses et variées. On notait le jour du lever et du coucher héliques de Vénus en tant qu'Étoile du Soir et Étoile du*

Matin, le mois du lever héliaque des autres planètes, la première station (c'est-à-dire l'orientale) des planètes supérieures, la station de Vénus, le mouvement rétrograde (c'est-à-dire vers l'ouest) de Jupiter, le passage devant une étoile fixe (formation d'une sorte de queue à la planète), le coucher héliaque, la durée de l'arrêt d'une planète dans une constellation. »

De tout cela, les Babyloniens tiraient leurs présages, sans jamais s'élever à la vision générale d'un Monde organisé harmonieusement. Sur la surface solide de la voûte céleste, la Lune, le Soleil, Istar et les quatre autres planètes circulaient sur leurs chars (un véhicule royal), rencontraient des étoiles, se croisaient, échangeant ainsi facilement sympathies et antipathies qui rayonnaient sur les humains. Cette erreur, imposée par l'astrologie, d'un univers sans profondeur finit par freiner le savoir astronomique qu'elle avait d'abord suscité. Habiles calculateurs, les scribes babyloniens maîtrisaient pourtant parfaitement la prévision des positions planétaires qu'ils calculaient d'une façon très moderne en utilisant des sortes de développements en série de termes sexagésimaux.

On reste toujours confondu par leur virtuosité à se débrouiller dans les arcanes du système sexagésimal. Il est vrai qu'ils en avaient une très longue pratique, que l'on connaît assez bien car les fouilles ont livré de nombreuses tablettes mathématiques. Suse, capitale de l'Élam, adversaire traditionnel de Babylone, a fourni des textes contemporains de la première dynastie de Babylone, dont l'apogée se situe sous Hammourabi (– 1792/ – 1750). Les tracés du pentagone et de l'hexagone n'avaient déjà plus de secret pour les scribes. Une tablette donne les surfaces de ces polygones et mentionne aussi celle

du triangle équilatéral : 52, 30, c'est-à-dire $\frac{52}{60} + \frac{30}{3\,600}$, soit 0,875

alors que la valeur exacte est $\frac{\sqrt{3}}{2}$, soit 0,866. Les tablettes de Suse

donnent d'autres irrationnelles : 1,25, pour $\sqrt{2}$, c'est-à-dire $1 + \frac{25}{60}$ ou 1,417, alors que la valeur exacte est 1,414 ; l'approximation reste honorable. Les scribes s'étaient de plus intéressés au cercle et avaient calculé π par la méthode classique d'approximation du tracé continu par des polygones réguliers inscrits, ce qui leur avait donné

$3 + \frac{1}{8}$, soit 3,125, au lieu de 3,142. L'idée de moyenne arithmétique entre deux grandeurs était connue ; on l'employait pour calculer, de façon erronée d'ailleurs, la surface d'un quadrilatère quelconque dont on avait mesuré les quatre côtés.

Experts en inverses, les Babyloniens ont en outre inventé, sans le savoir, la moyenne harmonique, celle-ci n'étant pas autre chose que la moyenne arithmétique des inverses de deux nombres. Ainsi six et douze ont comme moyenne arithmétique neuf ($9 = \frac{6+12}{2}$) et comme moyenne harmonique huit. En effet :

$$9 = \frac{6 \times 12}{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) / 2$$

La série 6, 8, 9, 12 et la série analogue 6, 9, 12, 18 auront une longue histoire. Elles descendent en droite ligne de Sumer.

Par contre, les Babyloniens ne s'élevèrent jamais à l'idée générale de rapport ni, *a fortiori*, à celle de proportion ou égalité entre deux rapports. Nous estimerions aujourd'hui le développement en fractions sexagésimales de $\frac{1}{7}$ en utilisant des rapports. Les scribes du

Pays d'Entre-les-Fleuves opéraient plus simplement : ils mesuraient soixante par sept, d'où la valeur huit pour le numérateur de la première fraction sexagésimale, plus un reste de quatre. En comparant le nombre original sept à quatre fois soixante, on obtient trente-quatre, numérateur de la fraction sexagésimale d'ordre deux, plus un reste de deux. Et ainsi de suite. Astronomes et mathématiciens grecs utilisèrent à l'envi cet algorithme sous le nom d'antypharèse.

5. Fantaisies pyramidales

L'environnement naturel de l'Égypte est tout à l'opposé de celui de Sumer : la contrée est une longue oasis constituée par l'étroite bande de terre fertile proche du Nil. La vie agricole, donc la vie tout court, se place sous le signe d'une régularité exemplaire orchestrée par

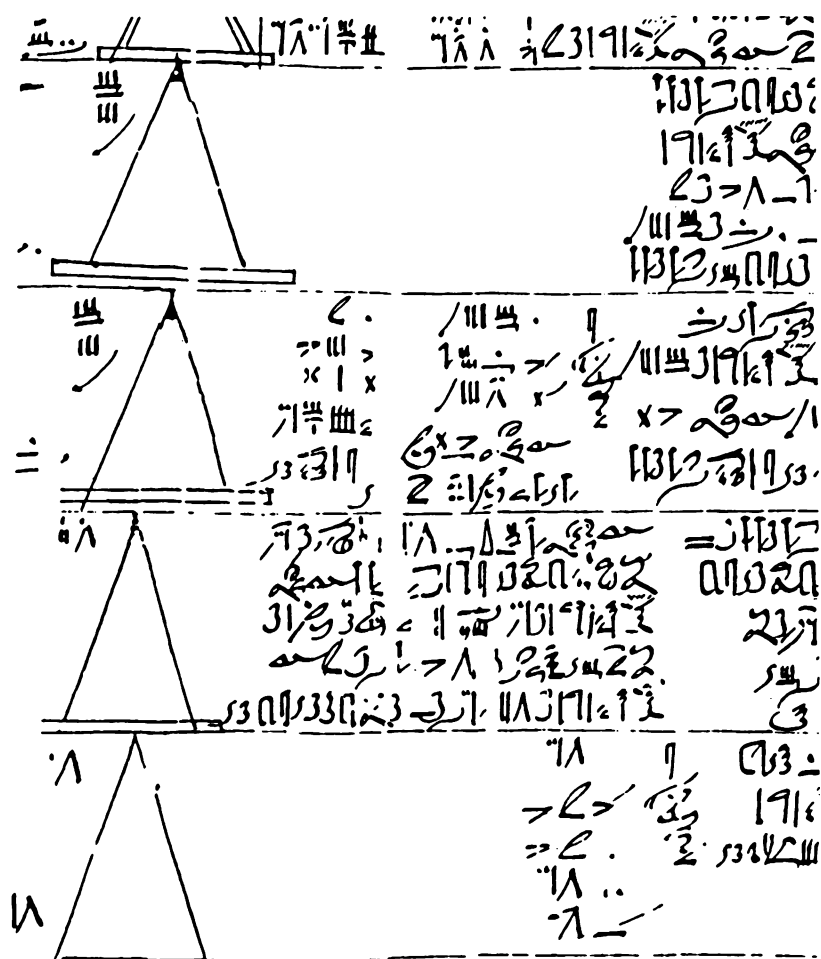
la crue annuelle amenant le limon fertilisateur. Nul aléa dans ce phénomène majeur, ce qui explique le désintérêt total de la civilisation égyptienne pour les présages et la divination. On ne saurait trop souligner ce contraste avec le Pays d'Entre-les-Fléuves.

La date de la crue est liée à l'année solaire. C'est donc Râ-le-Soleil qui tient la première place sur une voûte étoilée qu'il parcourt tous les jours en barque. Régulièrement, le fleuve céleste déborde, comme le fleuve terrestre, et la barque solaire se rapproche de notre terre : mythe ingénieux pour expliquer les variations au cours de l'année de la hauteur maximale de l'astre à son midi. De façon générale, l'évaluation précise du jour du solstice se montre d'autant plus délicate qu'on se rapproche de l'équateur. Les Hyperboréens atlantiques avaient déjà dû mettre en œuvre un procédé par visées décalées. A Thèbes, en haute Égypte, il ne faut pas y penser. Les Égyptiens utilisaient pour régler leur calendrier le phénomène du lever héliaque d'une étoile très brillante.

Par suite du mouvement annuel de la Terre, le Soleil semble se lever successivement dans les diverses constellations du zodiaque. En observant quelles sont les étoiles brillantes qui apparaissent juste avant le Soleil, on peut déterminer des dates avec précision. Les Égyptiens choisirent le lever héliaque de Sirius, pour eux Sothis, lever qui coïncidait avec l'arrivée de l'inondation. Ils adoptèrent malheureusement une année de trois cent soixante-cinq jours, un peu trop courte. En quatre ans, le décalage était d'un jour. En cent vingt ans, on avait glissé d'un mois. Assez curieusement, la civilisation égyptienne se cramponna pourtant à son erreur, ce qui fit qu'on célébra parfois les fêtes agricoles de l'été au milieu de l'hiver !

Pourquoi ?

En 1318 avant notre ère, le calendrier solaire se trouva en accord avec le lever héliaque de Sirius, ce que tout le pays fêta dans la liesse. Puisqu'il faut 1 460 ans pour que le décalage cumulé soit juste d'une année, le calendrier avait donc été instauré vers -2778 ou vers -4238. La seconde date garde la faveur de ceux qui veulent à tout prix que l'Égypte ait été la mère de toute civilisation. De plus en plus, on penche pour la première qui coïncide avec le règne de Djoser, constructeur de la première pyramide véritable, l'édifice à degrés de Saqqarah. Ce souverain ouvre les III^e et IV^e dynasties (-2778/-2563, aux incertitudes près !), celles des grands bâtisseurs de pyramides,



Le Papyrus Rhind contient des calculs sur la pyramide.

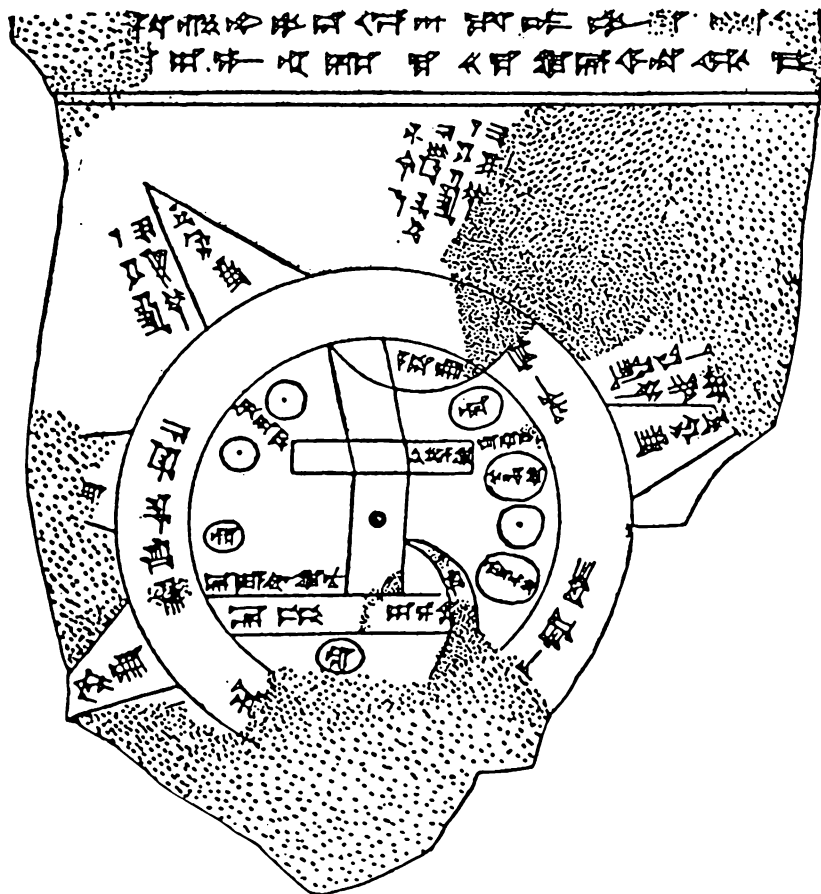
tous pharaons sur lesquels il faut bien reconnaître que l'on ne sait à peu près rien, en dehors de leurs noms, et qui furent d'ailleurs très calomniés dans les siècles suivants au cours des convulsions communistes de la Première Période Intermédiaire. Ce flou est bien commode pour certains, en ce sens qu'il leur permet de raconter ce qui leur plaît. Essayez d'imaginer le règne de Louis XIV reconstruit totalement à partir d'une visite au château de Versailles ! Comme le constate A. Pochan, « *les rêveurs bibliques, genre Morton Edgar, considèrent la Grande Pyramide comme une " bible de pierre " révélant aux clairvoyants les événements passés et futurs. Chaque partie de l'édifice a des dimensions significatives qu'il suffit d'exprimer en coudées, palmes, pouces ou doigts pyramidaux, sachant que la coudée pyramidale, imaginaire autant que sacrée, égale la dix millionième partie du rayon polaire terrestre, soit 0,635660 mètre.*

« *Les rêveurs pseudo-scientifiques, genre Piazzi Smith, astronome connu, et ses émules, l'abbé Moreux, Ch. Lagrange et David Davidson, sont plus dangereux car ils ont la prétention, par des arguments a priori, fondés sur des données fausses, de montrer d'étonnantes relations mathématiques existant dans la Grande Pyramide. Piazzi Smith ayant mis à la torture toutes les dimensions (inexactes d'ailleurs) de la pyramide découvre que le monument est non seulement un repère géométrique, mais aussi une horloge astronomique, doublée d'un bureau central des poids et mesures, une maquette du système solaire (en poids, volume et densité), une carte du Nil avec le régime des crues, etc. En tout vingt-deux relations plus étranges les unes que les autres, que de nombreux collaborateurs postérieurs ont abondamment complétées.* »

On ne saurait rédiger critique plus pertinente. Aucun texte authentique n'apporte le moindre élément de confirmation de toutes ces rêveries, et les calculateurs mystiques sont tellement déçus par les papyrus mathématiques qu'ils se refusent à les prendre en compte. Voici un extrait du plus célèbre : le papyrus Rhind. Rédigé vers - 1660, ce papyrus a été copié sur un texte plus ancien de quelques siècles, ce qui reste peu éloigné de l'époque des pyramides. On y trouve, comme on le voit, des calculs sur ce volume, mais aussi bien

d'autres choses, comme la valeur de $\frac{\pi}{4} : \left(1 - \frac{1}{9}\right)^2$, soit 3,160, une

approximation fort honorable. Il n'y a rien sur le globe terrestre, et pour cause, car la Terre était alors vue comme plate. Les scribes baby-



L'anneau du fleuve Océan entoure le monde connu, c'est-à-dire Baby-lone (tablette du *British Museum*).

loniens de la même époque ont tracé sur leurs tablettes ce monde circulaire, entouré par l'anneau du fleuve Océan.

N'est-il pas curieux de voir tous les pyramidomanes limiter, sans exception, leurs calculs à la pyramide de Chéops ? Et celle de Chéphren, presque aussi grande ? Et la troisième, de Mycérinos ? Et les dizaines de plus petites qui existent encore en dépit des terribles destructions exécutées aux XII^e et XIII^e siècles par les sultans qui transformèrent ces monuments en carrière, et firent arracher les revêtements extérieurs que les constructeurs avaient peint en rouge au moyen d'un enduit presque indestructible, à base d'huile, de sels de fer pour colorer et de sels de manganèse pour faire durcir.

Une des rares données astronomiques sérieuses sur les pyramides reste leur précision de pointé du nord vrai. Il y a d'ailleurs là une question à élucider. Les carrés de base des pyramides de Chéops et Chéphren sont parfaits, les côtés faisant entre eux des angles rigoureusement droits, à une minute ou une minute et demie d'arc près. Cette précision s'avère remarquable, encore qu'elle puisse être atteinte par des procédés de visée astronomique simples. Détail curieux, les carrés de base des pyramides ne pointent pas exactement le nord. L'écart est identique : dans les deux cas, quatre à cinq minutes d'arc vers l'ouest ; cela ne peut être attribué au hasard ou à des erreurs des constructeurs. Alors ? Dérive des continents avec l'ouverture, en cours, de la mer Rouge ? Tremblement de terre exceptionnel lié, par exemple, à l'explosion de Santorin vers - 1500 ? Les hypothèses restent ouvertes.

6. Au royaume du binaire

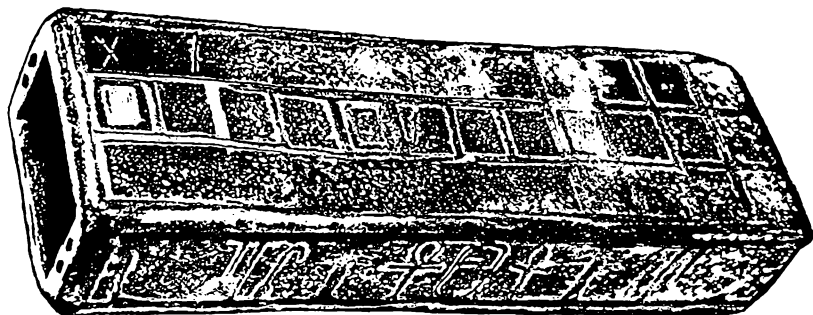
Le caractère statique et immuable des savoirs dans l'antique Égypte a toujours frappé. Les mathématiques en sont une illustration parfaite. L'arpentage, donc la géométrie, se révèle absolument indispensable dans une contrée où les bornages des champs sont souvent effacés par la crue du fleuve. Les prêtres arpenteurs, les « harpédonaptes » des voyageurs grecs, ne surent pourtant jamais bien définir l'aire d'un quadrilatère. Ils utilisèrent tout au long de leur histoire la même relation approchée, analogue somme toute à celle des scribes babyloniens, et le papyrus d'Akhmin (VII^e siècle avant notre ère)

n'apporte rien de mieux que le papyrus Rhind. Certains se sont valablement demandé si l'époque des pyramides n'avait pas été le plus haut degré du développement des savoirs égyptiens. Les convulsions révolutionnaires de la Première Période Intermédiaire brisèrent à tout jamais l'essor. On s'expliquerait le pieux attachement au calendrier inexact de Djoser : il rappelait l'âge d'or révolu de l'Ancien Empire.

Ce n'est qu'à l'époque tardive des souverains gréco-égyptiens qu'Alexandrie prit figure de capitale mondiale des sciences, avec l'apport décisif du génie grec. Ne gratifions pas les siècles antérieurs de ce qui se montre l'apanage de cette basse époque. L'erreur est d'autant plus aisée que les Alexandrins en vinrent à renier quelque peu leurs origines. Soumis à la domination politique de Rome, ils se consolèrent en rêvant qu'ils étaient les héritiers de millénaires d'histoire et de science. Ce n'est pas pour rien qu'un Ptolémée fit rédiger par Manéthon une histoire (perdue) qui a longtemps fait rêver l'égyptologie.

La position d'un Démocrite, par exemple, tranche singulièrement sur cette attitude tardive. Ce puissant génie grec du V^e siècle avant notre ère, élève des mages et savants chaldéens, se serait en effet exclamé : *« J'ai parcouru de nombreux pays, je me suis entretenu avec de nombreux savants, et je n'ai trouvé personne qui me soit supérieur dans les savoirs et les démonstrations géométriques, pas même ceux qu'on nomme en Égypte les harpédonaptés. »* On reste d'autant plus d'accord avec ce jugement de première main que les savants égyptiens n'eurent, pas plus que les Babyloniens, le concept d'idée générale. Ils ignorèrent qu'il existait des théorèmes, encore qu'ils aient été de bons calculateurs.

Les documents sur papyrus sont rares, comparés à l'abondance des briques cunéiformes. Ils suffisent à montrer le rôle important joué par le pair et l'impair dans la mathématique égyptienne. N'est-ce pas d'ailleurs dans la vallée du Nil que l'on a inventé le jeu de dames ? La multiplication de deux nombres s'effectue aujourd'hui en posant d'abord ceux-ci l'un au-dessous de l'autre ; puis on opère les produits partiels du nombre supérieur, le multiplicande, par les chiffres successifs du multiplicateur. Le résultat est la somme de tous ces produits partiels, convenablement décalés les uns par rapport aux autres. Les Égyptiens procédaient plus simplement. Soit à faire, par exemple, le produit de quarante-trois par seize. Pair, ce dernier se décompose en deux fois huit. L'opération requise équivaut à multiplier le double de



Damier de la pharaonne Hatshepsout (1500 av. J.-C.), conservé au Musée du Louvre.

quarante-trois par la moitié de seize. On poursuit ce processus jusqu'à ce que, de division par le pair en division par le pair, on arrive à l'unité, en face de laquelle figure le résultat cherché.

Et si le multiplicateur est impair ? Dix-neuf par exemple ? Le scribe prenait le nombre pair immédiatement inférieur, soit dix-huit, en n'oubliant pas de mettre de côté une fois quarante-trois ; puis il continuait son processus de division et de multiplication simultanées par deux, ce qui lui donnait :

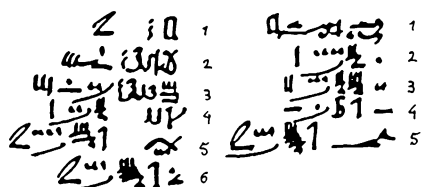
43	19	(1)
86	9	(1)
172	4	(0)
344	2	(0)
688	1	(1)

Le résultat de huit cent dix-sept s'obtient en ajoutant au dernier nombre de la première colonne ce qui a été mis de côté à l'occasion des divisions par deux des multiplicateurs impairs. Les chiffres écrits entre parenthèses ne sont autres que dix-neuf écrit dans un système de numération binaire : l'ordinateur digital renoue à travers cinq millénaires avec les constructeurs de pyramides !

Les prêtres de la vallée du Nil manipulèrent de façon analogue les fractions, ramenant par le pair les irréductibles, comme $\frac{2}{7}$ par exemple, à des sommes de fractions à numérateur toujours unité :

$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$. Le scribe babylonien jonglait avec les inverses par rap-

port à soixante ; l'harpédonapte maniait couramment la progression de type 1, 2, 4, 8, etc., où chaque terme est le double du précédent. Le papyrus Rhind contient un curieux problème où il est question de sept maisons contenant quarante-neuf chats qui chassent trois cent quarante-trois souris afin qu'elles ne dévorent pas deux mille quatre cent un grains de blé qui pourraient donner une récolte de seize mille huit cent sept boisseaux. Cette fois, il s'agit d'une progression géométrique construite sur sept. Le papyrus associe d'ailleurs à cette progression une série arithmétique, association que le baron Napier (1550-1617) immortalisera sous le nom de logarithmes. Au XIII^e siècle, Léonard de Pise reprit ce problème mot pour mot dans son *Liber abaci*. Faut-il admirer cette transmission sans changement, trois millénaires durant ? Oui et non. Ne faut-il pas admirer plutôt les pythagoriciens et Platon qui combinèrent progressions égyptiennes et spéculations sur le Pair et l'Impair, d'une part, moyenne babylonienne des inverses et sens mystique des nombres, d'autre part, afin d'en construire l'harmonieux édifice des quatre savoirs mathématiques ?



Le Papyrus Rhind contient un exercice qui est une ébauche du calcul par logarithmes.

CHAPITRE III

Un monde en pair et impair

1. L'arithmologie de Philolaos

« *Philolaos composa un livre dont Hermippe rapporte que Platon, venu en Sicile à la cour de Denys, l'acheta quarante mines (1) à ses héritiers. Il en tira la matière du Timée.* » Cette phrase de l'historien Diogène Laërce a le don de mettre en colère les commentateurs modernes du grand philosophe grec. Comment imaginer que l'immortel *Timée* ait été inspiré par Philolaos ! La chose reste concevable lorsqu'on l'examine sans idée préconçue : Platon se passionna pour les doctrines de Pythagore et c'est à l'école de ce dernier qu'il apprit le plus. L'ouvrage acheté portait un curieux titre : *les Bacchants* ; perdu, il n'en subsiste que quelques fragments démembrés, suffisants pour montrer qu'il ne s'agit nullement d'une description des mystères tumultueux de Bacchus. Les Bacchants désignent les astres qui dansent harmonieusement dans le Cosmos. Philolaos avait intitulé les trois parties de son traité : « Du Monde », « De la Matière », « De l'Ame ». Il entendait par âmes les entités subtiles qui gouvernent le fonctionnement des êtres, animés ou inanimés. *Le Timée* discutera de façon approfondie de l'Ame du Monde.

Disciple rapproché de Pythagore, Philolaos professa la même vénération que son maître pour le nombre Dix, expression de la Tétraktys ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$). Son Cosmos est donc organisé en dix

1. Monnaie grecque. Cette somme est considérable.

sphères dont le centre commun est un feu, lien et mesure de la nature. Les corps célestes exécutent leurs « chœurs dansants » autour. En s'éloignant du feu central, on trouve d'abord l'Anti-Terre, curieux astre dont on se demande s'il n'est pas là uniquement pour arriver au total de Dix.

Puis vient la Terre qui, choriste dansant, n'est pas immobile dans l'espace mais orbite autour du centre du Monde. La Lune succède à la Terre. On trouve ensuite le Soleil et les cinq planètes. Le dernier Bacchant est le ciel étoilé. Symétrique du feu central, le feu empyrée enveloppe le tout dans sa fixité. La science a pour objet l'ordre qui se manifeste dans les phénomènes célestes. Philolaos précise sa pensée dans la partie traitant de la Nature. Voici le début conservé : « *La Nature constituant le Monde est un composé harmonieux d'illimité et de fini [...]. Toute chose qui existe possède un nombre, car il n'est pas possible que quoi que ce soit soit connu ou même seulement imaginé sans son nombre. Le nombre a deux espèces propres : l'impair et le pair, et une troisième espèce dérivée de leur mélange : le pair-impair (2). Chacune de ces espèces est susceptible de formes très nombreuses.* »

La danse harmonieuse des astres se trouve régie par des nombres, comme toute chose. Elle constitue un modèle parfait pour la musique. La différence entre deux choristes cosmiques est tout naturellement l'intervalle d'un ton de la gamme, soit $9/8$. Philolaos pose, rapporte le patrice romain Boèce, pour point de départ le cube du principe impair : « *Trois fois Trois font Neuf et Neuf fois Trois Vingt-Sept. En soustrayant l'impair Trois de ce cube, on trouve Vingt-Quatre, dont le rapport à Vingt-Sept donne Neuf Huitièmes.* »

Certains nombres sont caractéristiques d'une culture. Neuf resta inemployé chez les Sumériens et les Akkadiens : il ne figure ni dans le poème cosmogonique dit *Enuma Elis* ni dans l'épopée du héros Gilgamesh. G. Germain eut la curiosité de regarder l'emploi des nombres par Homère : sur 550 emplois recensés, Trois et ses multiples Six, Neuf et Douze viennent en tête avec un score de 254. Sept est utilisé relativement moins et toujours isolé : 34 cas. Dix et ses multiples Vingt, Cinquante et Cent ont servi 139 fois. Huit reste très peu employé : 10 mentions seulement, alors que Quatre se rencontre assez

2. Comme 6, pair, dont la division par 2 donne l'impair 3.

fréquemment : 43 cas. Plutarque expliquait les préférences du vieil aède par ces considérations simples sur le pair et l'impair qu'il attribue à Pythagore : « *Le pair est toujours imparfait et il lui manque quelque chose. Le nombre impair est au contraire plein et complet ; uni au pair, il conserve son caractère puisque le résultat est impair [...] ; uni à lui-même, c'est-à-dire à un nombre impair quelconque, il produit le pair, montrant par là sa fécondité. On ne peut le diviser en deux parties sans qu'il n'y ait un reste. A l'opposé, le nombre pair uni à lui-même se montre incapable de procréer l'impair, et il se laisse aisément diviser. Homère n'a pas ignoré cela.* » Et Plutarque de donner quelques exemples, en remarquant : « *Notre poète emploie souvent les nombres Trois, Cinq, Sept et surtout Neuf [...]. Pourquoi ce nombre Neuf est-il plus parfait ? Parce qu'il est le carré du premier nombre impair et qu'il n'est composé que de nombres impairs. Il se divise en trois ternaires, chacun composé de trois unités.* »

Principe de tous les nombres, Un contient à la fois le Pair et l'Impair puisque, comme le précise Théon de Smyrne, érudit néopythagoricien du II^e siècle :

Un + Pair = Impair

Un + Impair = Pair

Deux et Trois ne sont pas réellement des nombres, mais les principes du Pair et de l'Impair. En combinant convenablement ces deux principes, on construit la décade d'où Sept est exclu sans l'être. Sa construction par des additions ne mettant en jeu que le pair et l'impair s'avère quelque peu boiteuse (paire de Pair, plus une fois l'Impair) :

4 : 2 + 2

5 : 2 + 3

6 : 3 + 3

7 : 2 + 3 + 2

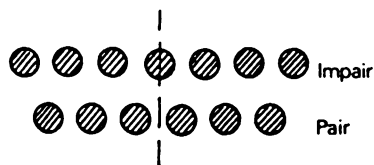
8 : 2 + 2 + 2 + 2

9 : 3 + 3 + 3

Théon de Smyrne qualifie Sept de « *nombre vierge* », traditionnellement attribué à Athéna. Son isolement sacré chez Homère diffère de celui trouvé par les Akkadiens. Sept s'explique par Dix et non plus par Soixante. Le rejet de Huit par Homère devient clair : ce nombre n'est construit que sur le pair.

2. Triangulaires et carrés

Le pair équivaut à l'imparfait et donc à l'illimité, alors que l'impair s'avère beaucoup plus parfait et participe de la fixité. Les néo-pythagoriciens donnèrent une autre justification à cette assimilation, à l'aide des nombres figurés arithmético-géométriques. Il paraît si aisé de calculer aujourd'hui avec la numération décimale de position : 216, 153, etc., que l'on a invinciblement tendance à penser qu'il en a toujours été ainsi ; cette numération n'a pourtant que quelques centaines d'années d'application réelle. Au temps de Pythagore, on utilisait une représentation concrète : autant de petits cailloux que d'unités dans le nombre à figurer. Ces cailloux étaient rangés à la file et l'on comprend tout de suite l'importance donnée au pair et à l'impair. Quoi de plus logique que de vouloir séparer en deux files égales la file initiale ? Puis, de simplification en simplification, de continuer l'opération. Les prêtres calculateurs de l'Égypte procédaient bien ainsi pour multiplier. Si, partant des deux extrémités et avançant d'un caillou à chaque pas, on arrive finalement entre deux marqueurs, le nombre est pair. Si les deux mouvements de décompte se réunissent sur un caillou central, le nombre est impair.



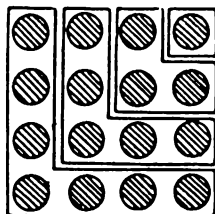
Le pair se laisse diviser en deux parties égales, mais non l'impair.

De la file alignée à un arrangement plus complexe de cailloux, l'évolution est aisée. Pythagore fit de cette idée la base de sa théorie originale des nombres figurés. De ces derniers, seul le nombre carré conserve sa fonction ; mais il y avait aussi des nombres triangulaires, rectangles, pentagonaux et plus généralement polygonaux.

En disposant l'une au-dessous de l'autre 5 rangées de 5 cailloux, la figure formée par ces 25 marqueurs est carrée. Vingt-Cinq est donc le nombre figuré carré construit sur Cinq, en abrégé le carré de Cinq. Les nombres carrés successifs se construisent en emboîtant les uns dans les autres une série d'équerres, ce que les pythagoriciens appelaient des « gnomons », ou « mesures ».

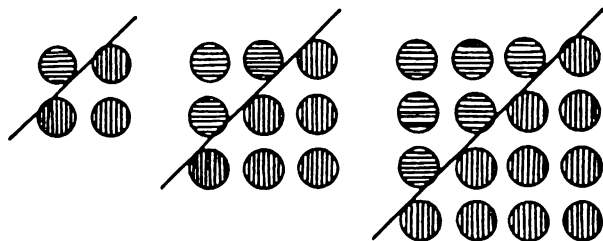
Ajouté à un carré existant, le gnomon en équerre en accroît les dimensions sans en modifier la forme. Il y a là, en germe, les idées de

croissance par séries et de différences (ou différentielles) entre deux quantités.



Croissance par « gnomons » d'un nombre figuré carré.

En traçant une ligne diagonale, il est impossible de décomposer le nombre carré en deux moitiés égales. On obtient deux figures semblables, de dimensions différentes. Le schéma ci-dessous en montre plus qu'un long discours :

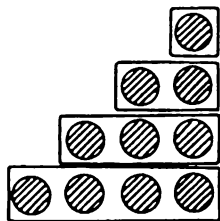


Un nombre carré se décompose en deux nombres triangulaires.

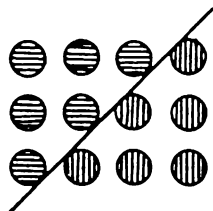
Les nombres figurés contenus dans le carré divisé sont des nombres triangulaires. Leur invention fut traditionnellement attribuée à Pythagore. Un des plus anciens témoignages sur leur ancienneté reste celui d'Aristote : « *Eurytus décidait quel nombre appartenait à telle chose, par exemple que ce nombre particulier était le nombre d'un homme, celui-là le nombre d'un cheval. Il faisait avec des cailloux des figures semblables à la forme des plantes, à la manière de ceux qui mettent les nombres en forme de triangle ou de carré.* »

La figuration géométrique rend intuitif ce résultat : un nombre carré d'un certain rang est la somme des deux nombres triangulaires successifs de même rang et de rang juste inférieur. La considération des gnomons montre qu'un nombre triangulaire s'obtient par addition des entiers successifs. La suite des nombres triangulaires est

ainsi : Un, Trois, Six, Dix (la Tétraktys), Quinze, etc. Deux triangulaires auront une longue histoire : Cent Cinquante-Trois (17^e) et Six Cent Soixante-Six (36^e).



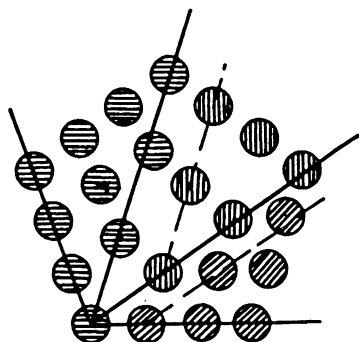
Nombre figuré triangulaire.



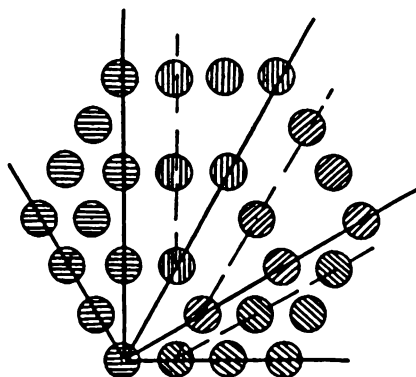
Un nombre rectangle (ou hétéromêque) contient deux fois un triangulaire.

Qu'obtient-on si l'on accole deux nombres triangulaires identiques ? Le résultat est un nombre rectangle, à côtés inégaux différant juste d'une unité. Les pythagoriciens l'appelaient hétéromêque (3). Produit de deux nombres adjacents, donc d'un pair par un impair, un nombre hétéromêque est toujours pair, à la différence des nombres triangulaires et carrés qui sont tantôt pairs, tantôt impairs.

On généralise en disposant les cailloux marqueurs en forme de pentagones, d'hexagones, etc. Ces spéculations seraient très ancien-



Nombres pentagonaux.



Nombres hexagonaux.

3. Hétéromêque : à longueurs différentes.

nes au témoignage des *Théologoumènes de l'Arithmétique*, une compilation sur la mystique des nombres attribuée au néo-pythagoricien Jamblique (vers 250 - vers 325) : « *Speusippe, fils de Potone, sœur de Platon, fut le successeur de son oncle à la tête de l'Académie. Il étudia sans cesse les leçons des pythagoriciens et surtout les écrits de Philolaos* [achetés, on s'en souvient par son oncle]. *Il composa un excellent traité : Sur les nombres pythagoriciens. La première moitié traite avec une rare élégance des nombres linéaires et polygones, de toutes sortes de plans et solides, puis des cinq polyèdres réguliers qu'on attribue aux éléments du monde, enfin des proportions continues et discontinues.* »

Le tableau ci-dessous donne les premiers nombres polygonaux, écrits en chiffres :

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Triangulaire	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Pentagonal	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Hexagonal	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190

Nicomaque de Gêrase, néo-pythagoricien du I^{er} siècle de notre ère, fait remarquer qu'un nombre polygonal quelconque est la somme du nombre polygonal de même rang, mais d'ordre inférieur, et du nombre triangulaire de rang immédiatement inférieur. Par exemple : pentagonal ordre 5 = 35 = 25 + 10 = carré ordre 5 + triangulaire ordre 4. La figuration géométrique des nombres figurés rend intuitive cette propriété que vérifie le calcul. Dans le tableau ci-dessus, dû précisément à Nicomaque, les lignes constituent des progressions de type arithmétique dont la raison seconde (c'est-à-dire la différence entre les différences de termes successifs) est égale au nombre de côtés, du polygone figuratif. Par exemple : $(22 - 12) - (12 - 5) = 3$ (soit $5 - 2$).

Les colonnes représentent d'autres progressions arithmétiques dont la raison est, cette fois, le nombre triangulaire de la colonne précédente. Tout nombre polygonal s'exprime donc finalement par une somme convenable de triangulaires. La table montre que certains nombres appartiennent à plusieurs familles. Vingt-Huit est le 7^e trian-

gulaire et le 4^e hexagonal (le produit 7×4 des rangs redonne Vingt-Huit qui est aussi, on le verra, parfait). La physique moderne a retrouvé 28 dans la stabilité des noyaux atomiques et l'a baptisé Nombre Magique ! Trente-Six, 8^e triangulaire ($8 \times 3 = 24$) et 6^e carré ($6 \times 4 = 24$), se relie doublement à Vingt-Quatre. On peut se poser la question générale : quels sont les nombres à la fois triangulaires et carrés ? La réponse fournit la série : 36, 1 225, 41 616, etc., ou encore : triangulaires et pentagonaux : 210, 2 926, 40 755, etc.

On peut aussi se demander : un nombre étant donné, est-il polygonal ? et si oui, de combien de façons ? Ainsi Deux Cent Dix, 20^e triangulaire et 12^e pentagonal, est aussi le 3^e nombre construit sur un polygone de 71 côtés. On constitue ainsi des relations et des familles de nombres apparentés. Il ne s'agit pas de jeux « mystiques » et puérils. La résolution met en jeu des équations en nombres entiers dont certaines sont dites diophantiennes, du nom d'un mathématicien alexandrin du IV^e siècle de notre ère. Traduit par Bachet à la Renaissance, Diophante a enthousiasmé Fermat. Descartes étendit la croissance gnomonique aux nombres figurés construits sur les cinq polyèdres réguliers platoniciens. Demeuré longtemps manuscrit, son traité illumina Leibniz, un des fondateurs du calcul différentiel. La résolution d'équations différentielles par ordinateurs s'appuie ainsi directement sur les géniales idées arithmético-géométriques de Pythagore. Qui le sait encore parmi les informaticiens et les ingénieurs !

3. Impair limité, pair illimité

La figuration géométrique de nombres arithmétiques permettait des démonstrations intuitives : par exemple, un nombre polygonal s'exprime par une combinaison de nombres triangulaires. Il existe entre ces nombres d'autres genres de relations. La somme des n premiers nombres cubes vaut ainsi le carré du triangulaire de même rang :

$$1^3 + 2^3 = 9 = 3^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = 6^2, \text{ etc.}$$

Les pythagoriciens se livrèrent sur les nombres figurés à d'autres spéculations plus métaphysiques. Les gnomons successifs des nombres carrés sont constitués par la série des impairs :

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2, \text{ etc.}$$

Tous ces nombres carrés conservent immuablement la même forme parfaite. Le dynamisme de l'addition des impairs à eux-mêmes aboutit à la fixité et au limité. On génère de même les nombres cubes par des sommes d'impairs :

$$3 + 5 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 3^3, \text{ etc.}$$

Cette façon de procéder était connue de Nicomaque de Gérase. On peut généraliser aux hypercubes à quatre, cinq, etc., dimensions comme l'ont montré L.-C. Karpinsky et Norman Anning. Dans tous les cas, la forme des nombres résultats demeure immuable : l'impair correspond par essence à la fixité.

De leur côté, les gnomons des nombres rectangulaires hétéromèques successifs correspondent à la série des pairs, la racine de base étant Deux, principe du pair :

$$2 = 1 \times 2$$

$$2 + 4 = 2 \times 3$$

$$2 + 4 + 6 = 3 \times 4, \text{ etc.}$$

Les suites de gauche représentent les doubles des nombres triangulaires successifs. La forme de ces hétéromèques varie sans cesse, partant de 2 (l'octave) pour tendre vers 1 sans jamais l'atteindre. Les pythagoriciens donnèrent des noms aux premiers de ces rapports :

hémiole : $\frac{3}{2}$, épitríte : $\frac{3}{4}$, épiquarte : $\frac{5}{4}$, etc. Poursuivant la fixité par-

faite du carré sans jamais l'atteindre, le dynamisme des sommes des pairs correspond au devenir perpétuel, donc à l'illimité ou à l'indéfini. Comme dans le cas de l'impair, on généralise en construisant des nombres parallélépipèdes par sommes de pairs :

$$2 + 4 = 1 \times 2 \times 3$$

$$6 + 8 + 10 = 2 \times 3 \times 4$$

$$12 + 14 + 16 + 18 = 3 \times 4 \times 5, \text{ etc.,}$$

puis des hyperparallélépipèdes à 4, 5, etc., dimensions.

Aristote se montre garant de l'ancienneté de l'explication précédente qu'il rappelle brièvement : « *Parmi les pythagoriciens, certains reconnaissent dix principes qu'ils ordonnent en deux colonnes : Limité et Illimité, Impair et Pair, Un et Multiple, Droite et Gauche, Mâle et Femelle, Fixe et Dynamique, Rectiligne et Courbe, Lumière*

et Obscurité, Bon et Mauvais, Carré et Rectangle. » Paul-Henri Michel explique ainsi ces oppositions : « *Le carré est fondé sur l'Unité et engendré par la somme des impairs. Le rectangle, ou hétéromèque, est fondé sur la Dyade et engendré par la somme des pairs. Le carré est toujours semblable au carré, toujours le même. Les rectangles successifs sont perpétuellement différents, toujours autres.* »

Les choses ne sont toutefois jamais totalement tranchées, noires ou blanches, vraies ou fausses. Le limité englobe, ce n'est pas un paradoxe, l'illimité, et l'illimité participe du limité. Pour le montrer, il suffit de regarder d'un œil différent les nombres figurés carrés et rectangles. Le nombre triangulaire reste la pierre angulaire de toutes ces spéculations, puisqu'il permet de construire aussi bien des carrés que des rectangles. Le nombre carré contient deux triangulaires dont les rangs diffèrent de Un. Le rapport des dimensions de ces deux triangulaires (soit $\frac{n+1}{n}$) varie quand n varie. Partant de la valeur

Deux, ce rapport tend vers Un, sans pouvoir jamais atteindre l'Unité limite. La fixité du limité (le carré) cache bien un dynamisme illimité. D'un autre côté, le nombre hétéromèque (de côtés $n+1$ et n) se décompose en deux nombres triangulaires identiques, de rang n . L'illimité du nombre rectangle cache la fixité d'une immuable identité des triangulaires jumeaux.

Les diverses familles de nombres figurés, et d'abord les triangulaires, carrés et rectangles, permettent de comprendre une chose qui fut très importante aux yeux des pythagoriciens. Il s'agit de la différence, et aussi de la complémentarité entre addition et multiplication. L'addition est en quelque sorte une opération divine, puisque l'adjonction d'une unité à un nombre quelconque change ses propriétés du tout au tout. Ainsi, ajoutant Un à Seize, on passe d'un nombre carré ($16 = 4 \times 4$) pairement pair (16 est divisible par 2, donnant 8 à son tour divisible par 2, et ainsi de suite jusqu'à trouver 1) à un nombre premier (17 n'est divisible que par lui-même et par l'unité). Par contre, la multiplication reste une opération humaine, totalement réversible. On peut toujours retrouver les facteurs dont la multiplication a donné tel nombre. Derrière 272, on retrouve sans difficulté les facteurs 16 et 17 ($272 = 16 \times 17$).

Comme l'écrit en un excellent raccourci G. Jouven en son ouvrage sur *les Nombres Cachés* : « *La raison d'être de l'arithmolo-*

gie pythagoricienne fut de trouver les nombres privilégiés divinement créés par addition-sommatation, possédant leur correspondance calculée humainement par multiplication produit, et cela de la plus simple façon possible, ou du plus grand nombre de façons possibles. » Prenons, par exemple, les nombres triangulaires. Ils sont aussi bien la sommatation des entiers successifs, que le demi-produit de deux entiers successifs. En notation algébrique moderne :

— Triangulaire de rang $n = 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 + n$.

— Triangulaire de rang $n = n \text{ fois } (n + 1)/2$.

De même pour les nombres carrés :

— Carré de rang $n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$.

— Carré de rang $n = n \text{ fois } n$.

Cette connaissance de la complémentarité, par opposition, entre addition et multiplication était encore familière à un auteur traditionnel aussi tardif que Louis-Claude de Saint-Martin. En son traité posthume *les Nombres*, il écrit (je cite d'après l'édition récente faite à partir de la copie de Prunelle de Lierre) : « *Multiplication et Addition. Une des grandes clefs des Nombres est de ne pas confondre les deux opérations. C'est par l'attention à les distinguer que l'on peut connaître entre deux nombres pris spirituellement lequel est racine, et lequel est produit. Celui où vous allez par l'addition est la racine ; celui où vous allez par multiplication est produit ou puissance. »*

Ainsi que je l'ai écrit dans les premières pages, la valeur vivante de la Tradition se mesure à son éternelle redécouverte. Non pas reconstruction érudite laborieuse de telle ou telle connaissance attribuée à tel ou tel sage, mais assimilation personnelle réinterprétée dans la vie et la culture la plus actuelle. Il n'y a donc rien d'étonnant à voir la science la plus moderne utiliser la correspondance pythagoricienne addition-multiplication. La description des phénomènes fait toujours appel à des systèmes plus ou moins complexes d'équations différentielles plus ou moins compliquées. La résolution d'une équation différentielle n'est au fond que la mise en correspondance d'une somme infinie de termes indéfiniment petits, et d'une valeur de fonction. La somme n'est pas calculable, humainement parlant, car il faudrait pour cela des moyens infinis. Mais certaines sommes correspondent à des fonctions que l'on sait aisément calculer par des multiplications. Ne s'étonneront de cela que ceux qui ont oublié (ou à qui on n'a jamais enseigné !) que les fondateurs du calcul différentiel et intégral, Newton et Leibniz, étaient familiers de la philosophie pythagori-

cienne, cultivée par les grands algébristes des XVI^e et XVII^e siècles, tous lecteurs assidus en particulier de Diophante d'Alexandrie.

4. Théodore trébuche sur Dix-Sept

Considérer que tout nombre reste décomposable en unités élémentaires finies conduit à l'étude des quantités plus petites que Un sous la forme de nombres fractionnaires, rapports de deux nombres entiers. Lorsque l'unité employée se montre trop grande pour mesurer convenablement une chose donnée, il suffit en effet de changer l'échelle en prenant une unité beaucoup plus petite. Contrainte essentielle : cette unité doit rester finie. La représentation figurée exclut les nombres irrationnels et les nombres transcendants qui exigent le recours à des unités indéfiniment petites. L'utilisation des nombres irrationnels et transcendants s'avère pourtant naturelle : quoi de plus simple que de construire un carré et de se demander quelle est la valeur de la diagonale par rapport au côté ? Ou encore de tracer avec un piquet et une corde un cercle et de chercher combien vaut, en diamètre, la longueur de la circonférence ? Dans le premier cas, la réponse est $\sqrt{2}$, nombre irrationnel. Dans le second, π , nombre transcendant.

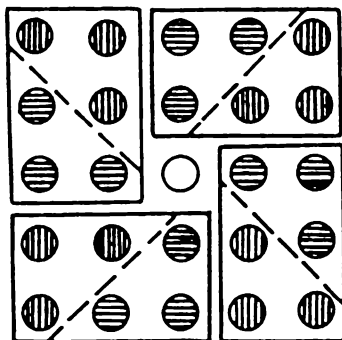
La découverte par Pythagore du théorème qui porte son nom permettait d'espérer résoudre le premier problème. La valeur de $\sqrt{2}$ ne s'exprime pas par un nombre entier. Il suffisait de trouver un nombre fractionnaire convenable et l'on pouvait espérer y arriver par un procédé approprié. Les Babyloniens du II^e millénaire avant notre ère avaient su trouver une valeur fort exacte de $\sqrt{2}$ comme le montre une tablette reproduite plus haut. Mais les efforts des pythagoriciens durent s'avérer vains : quel que soit le processus, on n'arrivait jamais à un résultat ultime bien défini. Il fallut l'admettre : la diagonale du carré est sans mesure commune avec le côté. La découverte de l'irrationalité reste, elle aussi, traditionnellement attribuée à Pythagore. Certains commentateurs modernes ont, à ce sujet, parlé de scandale. L'existence de quantités irrationnelles ne venait-elle pas jeter à bas la vision d'un Cosmos régi harmonieusement par des proportions en nombres entiers ? La question déborde la mathématique, on se trouve face à une difficulté quasi religieuse ! On a usé et abusé à cet égard d'une anecdote tardive et suspecte du III^e siècle de notre ère.

Hippase de Métaponte, disciple direct de Pythagore, aurait dévoilé publiquement l'irrationalité tenue secrète par l'école pythagoricienne consternée de son existence. Les dieux vengèrent le sacrilège en faisant périr le profanateur dans un naufrage.

L'existence de quantités facilement concevables et pourtant non mesurables en rapports de nombres entiers obligea certes Pythagore à réfléchir. Aristote remarqua combien ce genre de réflexion s'avère fécond : « *Ce qui poussa autrefois les hommes à la recherche philosophique fut, comme aujourd'hui, la faculté de s'étonner... devant les phénomènes tels qu'ils paraissent. Par exemple, les statues mobiles par elles-mêmes, l'arrêt du Soleil au solstice ou encore l'incommensurabilité de la diagonale au côté du carré. Il paraît étonnant à première vue qu'une quantité ne puisse être mesurée, au besoin avec une très petite unité. En fait, c'est du contraire qu'il faudrait s'étonner... La connaissance procure la clé. Rien ne causerait plus d'étonnement à un géomètre que d'apprendre que l'on a pu mesurer la diagonale du carré par rapport à son côté.* »

Pythagore ne fut donc ni scandalisé, ni terrifié par sa découverte. On ne connaîtra jamais le fil exact de son raisonnement, mais Aristote a transmis une démonstration dont la saveur archaïque reste indéniable. Cherchant à exprimer $\sqrt{2}$ par le rapport de deux entiers, on constate que ceux-ci devraient être à la fois pairs et impairs, ce qui est manifestement absurde ; $\sqrt{2}$ se montre bien d'une nature à part, il est irrationnel.

L'étonnement et la curiosité conduisirent à se poser la question : qu'en est-il pour $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, etc. La recherche fut menée activement. Dans le *Théétète*, Platon fait ainsi parler ce géomètre : « *Théodore que voici avait fait devant nous des figures pour montrer que celles de trois et cinq unités ne sont point commensurables en longueur à l'unité. Il continua l'étude, cas par cas, jusqu'à la figure de dix-sept unités et s'en tint là.* » On s'est étonné de cet arrêt à Dix-Sept. C'est pourtant lui qui livre la clé du raisonnement de Théodore, avec le mot « figure ». Pythagoricien convaincu, ce dernier se tourna tout naturellement vers les nombres figurés. Comme le remarque Plutarque : « *L'unité est un triangle ; si on l'ajoute à n'importe quel triangle pris huit fois, on obtient un carré.* » Effectivement, quatre nombres rectangles hétéromèques s'ordonnent aisément autour d'un point central pour former un carré de côté impair. Ce dernier vaut ainsi huit fois le même triangulaire plus un.



Tout nombre carré impair vaut huit triangulaires plus l'Unité.

Essayons de mettre $\sqrt{3}$ sous la forme du rapport rationnel de deux entiers ; on constate que ceux-ci ne peuvent être qu'impairs. La relation entre leurs carrés équivaut à une relation simple entre nombres triangulaires. On montre alors que les rangs de ces triangulaires devraient être tels qu'un pair égale un impair. Ici aussi, l'absurdité éclate. Mais quand on en arrive à $\sqrt{17}$, la relation entre triangulaires n'est plus *a priori* absurde. Théodore s'arrêta donc.

N'est-il pas curieux que l'Évangile de l'apôtre Jean fasse pêcher miraculeusement 153 poissons ? Cent Cinquante-Trois est le 17^e triangulaire !

5. Racines en devenir

La recherche d'une valeur rationnelle pour $\sqrt{2}$ conduit à écrire une suite de rapports dont un des termes, le dénominateur par exemple, soit un carré parfait :

$$(\sqrt{2})^2 = \frac{8}{4} = \frac{18}{9} = \frac{32}{16} = \dots \frac{288}{144} = \dots = \frac{578}{289} = \dots$$

Si un numérateur de cette suite figurait ailleurs comme dénominateur, on trouverait une valeur de 2 sous forme d'un rapport de carrés. C'est impossible, mais, par exemple, 288 est très voisin de 289 (17×17). Le nombre rationnel $17/12$ constitue une bonne approximation (1,41667) de $\sqrt{2}$ (1,41421).

Dès la fin du V^e siècle avant notre ère, une méthode très générale de calcul des quantités irrationnelles avait été élaborée par Archytas

de Tarente. Deux nombres entiers a et b quelconques forment avec leur moyenne arithmétique $\frac{a+b}{2}$ et leur moyenne harmonique $\frac{2ab}{a+b}$ une proportion en harmonie :

$$\frac{a}{\text{moyenne arithmétique}} = \frac{\text{moyenne harmonique}}{b}$$

Il revient au même de considérer le produit des entiers a et b ou celui de leurs moyennes. On peut recommencer l'opération en prenant chaque fois comme nouveaux nombres les moyennes obtenues précédemment. Ce faisant, on construit une double série de nombres qui se rapprochent l'un de l'autre. La racine d'un nombre quelconque N mis sous la forme d'un produit d'entiers a et b s'approche de mieux en mieux par la série de ces moyennes arithmétiques successives. Dans le cas par exemple de $\sqrt{2}$, les nombres de départ peuvent être 1 et 2. Les moyennes arithmétiques successives sont $\frac{3}{2}, \frac{17}{12}$ (que l'on retrouve), $\frac{577}{408}$, etc. La troisième valeur s'avère excellente puisqu'elle vaut 1,41421 (soit 6 chiffres exacts).

Il existe une autre méthode pour évaluer $\sqrt{2}$ en utilisant ce qu'on appelle les fractions continues. Entrevu par Euclide, ce procédé fut largement développé au XVII^e siècle par John Wallis (1616-1703), professeur à Oxford. Recherchant le nombre x dont le carré soit égal à 2, il retranche l'unité de chaque côté de l'égalité $x^2 = 2$, ce qui lui montre que sa quantité x est de la forme :

$$x - 1 = \frac{1}{1 + x}$$

Adoptant pour première valeur approchée de x (donc de $\sqrt{2}$) l'unité, on calcule une seconde valeur approchée égale à $1 + \frac{1}{1+1}$; soit $\frac{3}{2}$. On poursuit ce processus, ce qui fournit la suite de valeurs $1, \frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{41}{29}, \frac{99}{70}$, etc., où se rencontre, bien sûr, $\frac{17}{12}$. Dans cette suite, les quantités de rang pair sont plus grandes que $\sqrt{2}$, les impaires étant

plus petites. Symboliquement, on représente ce processus par la fraction continue :

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \text{etc.}}}}$$

Les quantités irrationnelles sont en quelque sorte en devenir perpétuel vis-à-vis des nombres rationnels qui servent à les exprimer de plus en plus finement.

Un ami de J. Wallis, lord Brouncker (1620-1684), premier président de la Royal Society, montra que le nombre transcendant π peut également s'exprimer par une fraction continue. Cette fois, les nombres entiers successifs qui figurent dans la fraction se montrent tous différents, ce qui signe la transcendance par rapport à l'irrationalité. Ces entiers sont les nombres carrés construits sur les impairs successifs :

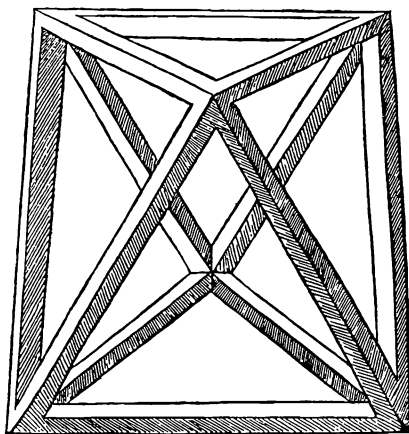
$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1}{9 + \frac{1}{2 + \frac{1}{25 + \frac{1}{2 + \frac{1}{49 + \frac{1}{2 + \frac{1}{81 + \frac{1}{2 + \text{etc.}}}}}}}}}}$$

En d'autres termes, $\frac{4}{\pi}$ s'approche par la suite rationnelle $1, \frac{4}{3}, \frac{24}{19}, \frac{181}{141}$, etc. Il existe entre la transcendance de π et l'Impair une autre relation simple, elle aussi en devenir indéfini :

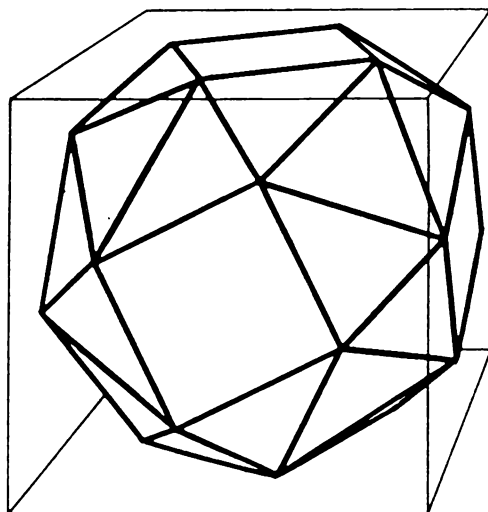
$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \text{etc.}$$

Plus on prend de termes en considération et plus le nombre rationnel trouvé s'approche de la valeur exacte, alternativement par défaut et par excès.

Les relations précédentes n'ont plus aujourd'hui qu'une valeur symbolique car l'inexactitude ne diminue que très lentement quand on augmente le nombre de termes considérés. Par contre, la méthode d'Archytas garde toute sa valeur pour estimer les nombres irrationnels. Appliqué à $\sqrt{3}$, ce procédé fournit la suite de nombres rationnels $2, \frac{7}{4}, \frac{97}{56}$, etc. On améliore la précision en prenant comme résultat un nombre situé entre les moyennes arithmétique et harmonique. La troisième étape fournissait le couple $\frac{97}{56}$ et $\frac{168}{97}$; le nombre rationnel intermédiaire $\frac{97 + 168}{56 + 97}$, soit $\frac{265}{153}$, fut utilisé par Archimède comme valeur de $\sqrt{3}$: curieux retour de Cent Cinquante-Trois !



L'irrationnelle racine de Trois gouverne l'octaèdre (dessin attribué à Léonard de Vinci).



Cube transformé.

CHAPITRE IV

Décade sacrée pythagoricienne

1. La flèche d'Abaris

L'île de Samos demeure aujourd'hui célèbre pour ses vins de soleil ; elle recèle pourtant quelque chose d'infiniment plus insolite : un extraordinaire aqueduc souterrain creusé en plein roc. Long d'un peu plus d'un kilomètre, ce tunnel alimentait en eau l'imprenable citadelle édifiée par le dictateur Polycrate vers 525 av. J.-C. On se demande toujours comment le maître d'œuvre Eupalinos a su mener à bien les difficiles opérations d'arpentage et de visées géométriques : la réalisation fut exécutée en travaillant simultanément depuis les deux orifices, entrée et sortie. La jonction reste visible car elle forme un petit coude brusque, la discontinuité en hauteur étant plus accusée. Cette faible erreur se montre tout à l'honneur d'Eupalinos. On ignorera toujours s'il exerça quelque influence sur Pythagore. Trois siècles plus tard, Aristarque, lui aussi de Samos, savait que la Terre et les autres planètes tournent autour du Soleil, centre et pivot de l'Univers alors connu.

La dévotion de disciples transforme vite un grand homme en héros de légende. Ce fut le cas pour Pythagore et il s'avère très malaisé, sinon impossible, de débrouiller le vrai du faux à son sujet. Ses premiers élèves s'attachèrent plus à ses idées qu'à ses faits et gestes. La chose n'a rien d'extraordinaire : il ne serait guère possible de tracer la vie des plus illustres savants d'aujourd'hui en consultant uniquement leurs publications scientifiques ! Les journalistes ne se font pas faute de combler les lacunes en imaginant de belles images d'Épinal ! Pourquoi en aurait-il été différemment il y a 2 500 ans ?

Le nom même de Pythagore (prédit par la pythie, sous-entendez : de Delphes) possède une origine fabuleuse. Son père Mnésarque, orfèvre et bijoutier, emmena sa femme en voyage d'affaires à Delphes et tous deux profitèrent de cette visite pour consulter l'oracle d'Apollon, le dieu solaire. La pythie leur annonça la naissance future d'un fils. On s'explique que Pythagore se soit senti une affinité secrète avec ce Dieu-Soleil. Des disciples enthousiastes allèrent même jusqu'à faire de leur maître une réincarnation d'Apollon. Pourquoi pas !

Le jeune Pythagore s'initia tout naturellement à l'art paternel : féconde éducation que celle qui développe l'habileté manuelle tout autant que le savoir intellectuel. Diogène Laërce, dans ses *Vies des philosophes*, rapporte que le jeune homme, séjournant à Lesbos chez son oncle Zoïle, y fabriqua trois coupes en argent. Son père Mnésarque l'emmenait dans les voyages qu'il effectuait pour vendre au mieux les produits de son art. Au cours de jeux donnés à Phlionte, Pythagore répondit au dictateur des Phliasiens, curieux de connaître son métier, qu'il était « philosophe ». Étonné par ce mot qu'il n'avait jamais entendu, l'homme politique se le fit expliquer : « *Le philosophe s'applique à connaître la Nature. C'est la plus belle et la plus noble occupation en ce monde.* » Cette ardeur pour la connaissance aurait porté Pythagore à voyager ; d'abord en Égypte où le pharaon Amasis avait pour allié Polycrate. L'autocrate de Samos, ami des arts et des lettres, aurait remis à Pythagore des lettres le recommandant au souverain d'Égypte. Des témoignages tardifs, trop tardifs pour n'être pas suspects, allongent jusqu'à vingt ans et plus ce séjour dans les temples des bords du Nil. Et de surenchérir : capturé par le Perse Cambyse (qui envahit effectivement la terre des pharaons en 525 av. J.-C.), déporté durant douze ans à Babylone, il y aurait rencontré des prêtres chaldéens et même Zarathoustra ! Qui ne voit que ce témoignage tardif reflète simplement les idées de l'époque alexandrine, pour laquelle toute lumière venait obligatoirement d'Orient et d'Égypte.

Un fait rapporté sans doute par Aristote dans son ouvrage perdu : *Sur les Pythagoriciens*, se révèle autrement plus sérieux. Il met en scène le voyageur hyperboréen Abaris dont Hérodote (V^e siècle av. J.-C.) avait parlé. Pour se guider dans son long voyage, cet occidental savant disposait d'une « *flèche magique* ». Les érudits grécisants, dont l'ignorance en physique se montre totale, ne reconnais-



Des expériences très simples auraient permis à Pythagore de découvrir les rapports en harmonie.

sent pas la boussole dans cet objet magique. Mis en présence de Pythagore, Abaris voit ce dernier lui « *ravir brutalement* » sa flèche, ce qui « *prive désormais le malheureux du moyen de retrouver sa route* ». La situation s'explique simplement : Pythagore dut attirer l'aiguille de la boussole avec quelque chose, un bloc de fer par exemple (d'où cette apparente brutalité) ; le choc désaimanta l'objet. Abaris reconnut ainsi que Pythagore était bien un « philosophe », expert dans la connaissance des phénomènes naturels.

Est-ce l'Hyperboréen qui enseigna alors au Grec le mouvement régulier du Soleil ? Rien ne permet de le prouver, rien non plus ne s'y oppose. Traditionnellement, toute l'Antiquité attribue cette découverte fondamentale au sage de Samos. Les astronomes babyloniens l'ignorèrent : ils n'avaient d'ailleurs nul besoin d'un modèle harmonieux d'Univers pour établir leurs prédictions astrologiques. Quant aux Égyptiens, ils avaient naïvement imaginé l'inondation du fleuve céleste où navigue la barque solaire pour expliquer les variations de hauteur de l'astre avec les saisons. Se moquant de ces idées orientales fantaisistes, les physiciens de l'Ionie en avaient conclu que le monde était régi par le hasard. Il en résulta un athéisme savant, analogue à celui du XIX^e siècle rationaliste. Platon s'est indigné de cette attitude, en faisant ainsi parler l'Athénien dans *les Lois* : « *La foule s' imagine que ceux qui étudient l'astronomie et les mathématiques deviennent athées car ils croient découvrir alors que toutes choses arrivent par le hasard et la nécessité, et non par le dessein des volontés divines dirigées vers le bien.* » Pythagore montra que le mouvement apparent irrégulier du Soleil, tantôt haut dans le ciel d'été, tantôt bas en hiver, s'expliquait facilement en combinant deux mouvements circulaires simples. Généralisa-t-il cette découverte aux planètes ? On l'ignore. En tout cas, il enseigna le premier que l'astre du soir et celui du matin étaient une unique planète : Vénus. Pour Pythagore, l'Univers est organisé et il créa à cet effet le terme de « Cosmos ». Il n'y a pas de hasard, mais des harmonies. Le Cosmos se révèle un projet intelligent et réfute l'explication par la nécessité aveugle. Les nombres et leurs rapports servent tout naturellement à exprimer cette harmonie.

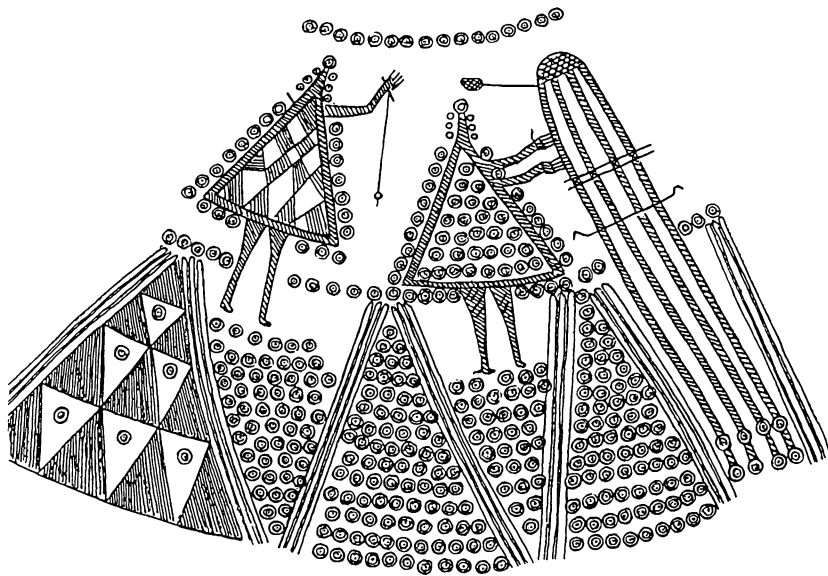
Pythagore aurait pu finir tranquillement ses jours à Samos mais, avec les années, la tyrannie éclairée de Polycrate se transforma en tyrannie tout court. Combien de fois ce processus ne s'est-il pas répété dans le cours de l'histoire ! Le philosophe quitta cette atmo-

sphère asphyxiante et s'en vint dans les colonies grecques de l'Italie du Sud, à Crotone notamment ; il ne s'y cantonna pas dans une tour d'ivoire. Le sage ionien Anaximène lui ayant écrit : *« Vous avez mieux agi que moi, vous qui êtes parti de Samos pour aller à Crotone. Vous y vivez en paix alors que vos compatriotes souffrent de la tyrannie. Nous en souffrons aussi à Milet, et voilà que le roi des Perses nous menace si nous ne lui payons pas l'impôt... Comment pourrais-je m'absorber dans la contemplation des corps célestes, moi qui m'attends à l'esclavage ou à la mort. Il n'en est pas ainsi de vous qui êtes bien considéré en Grande Grèce »*, Pythagore lui répondit en ces termes : *« Je comprends fort bien que vous ne quittiez pas votre ville car, ce faisant, vous la priveriez de son lustre et vous l'exposeriez à l'invasion perse. Il n'est pas toujours à propos de contempler les astres. Il convient aussi de penser et de travailler au bien de sa patrie. Moi-même, je délaisse parfois mes études pour m'intéresser aux conflits qui déchirent la Grande Grèce. »*

Le Pouvoir politique devait, dans l'esprit du Samien, tirer sa légitimité de l'Autorité des philosophes. On comprend que ce type de gouvernement éclairé n'ait pas été du goût des politiciens trublions qui ne pouvaient plus espérer trafiquer à leur avantage personnel. Certains témoignages font assassiner Pythagore par de tels factieux, animés par un ex-pythagoricien chassé par le maître pour ses défauts. D'autres pensaient qu'il avait trouvé la mort dans un conflit armé entre villes. Quoi qu'il en soit, il était déjà fort âgé : plus de quatre-vingts ans. Sa jeune femme Théano, son fils Télauge, sa fille Demo et des élèves directs comme Alcméon de Crotone conservèrent et transmirent son enseignement aux disciples plus lointains, comme Philolaos et Archytas.

2. Divine Tétraktys

Il ne faut pas juger des recherches de Pythagore en les regardant dans l'optique de la mathématique actuelle. La science antique diffère profondément des sciences modernes. Ces dernières accumulent leurs données comme autant de petites briques pour édifier des savoirs éternellement incomplets. Un sage comme Pythagore recherchait la connaissance, c'est-à-dire cette expérience personnelle transcendante



Ces dessins géométriques, ancêtres des nombres figurés pythagoriciens, ornent un vase de la culture dite « *des champs d'urnes* » (vers 1500 av. J.-C.).

qui dépasse les savoirs intellectuels en les intégrant profondément à l'intelligence humaine. Inexprimable par nature, la connaissance est, par certains aspects, mystique (mais mystique non religieuse). Ils ont donc raison, ceux qui appliquent cette épithète au philosophe de Samos ; encore qu'ils aient tort car ils détournent le mot de son sens véritable pour lui donner une saveur quelque peu péjorative. Le mysticisme de Pythagore ne peut mieux se définir qu'en laissant parler Platon, grand pythagoricien s'il en fut. Dans l'*Epinomis*, son dernier dialogue et son testament philosophique, celui-ci remarque : « *Voici la vraie méthode scientifique : toute figure géométrique, tout système de nombres, toute proportion harmonieuse et enfin tout chœur de révolutions sidérales révèlent nécessairement à celui qui les étudie méthodiquement une profonde unité. Cette unité apparaît quand on investigate correctement, en la recherchant, car, à la réflexion, il sautera aux yeux que des liens profonds relient tous les*

phénomènes. Si l'on menait l'étude sans ce principe directeur, on en serait réduit à invoquer le hasard. »

Cette exigence d'un principe directeur et organisateur est bien ce qui distingue la connaissance des simples savoirs. On sent alors la prudence avec laquelle il faut interpréter ce principe primordial : « *Tout est Nombre.* » Aristote, qui ne prisait pas le mysticisme des pythagoriciens, mais qui s'était sérieusement documenté à leur sujet, en parle en ces termes : « *Ils furent les premiers à s'adonner aux mathématiques auxquelles ils firent faire de grands progrès. Comme ils étaient pénétrés de cette science, ils estimèrent que ses principes constituaient les racines de toutes choses. De ces principes mathématiques, les nombres sont les plus primitifs. Les pythagoriciens percevaient les analogies de ces nombres avec ce qui est et ce qui devient, analogies qu'ils trouvaient plus directes que les analogies des choses avec des principes comme les éléments (feu, air, terre, eau). Ils constataient en outre que les nombres expriment les propriétés et les raisons des harmonies. Comme enfin toutes choses leur paraissent être dans leur nature formées à la ressemblance des nombres, et puisque les nombres étaient pour eux les réalités premières du Cosmos, les pythagoriciens considérèrent que les principes des nombres étaient les éléments de toutes choses.* » Les nombres et leur diversité expliquent la multiplicité des êtres et des phénomènes ; leurs rapports harmoniques justifient l'unité profonde qui se cache sous cette diversité.

On a déjà vu comment des principes mathématiques tels que l'Impair et le Pair expliquent le parfait et l'imparfait, le stable et l'illimité. Un autre grand principe est constitué par la Tétraktys, résumé dans la relation symbolique :

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$



Petit vase archaïque grec à décor géométrique en Pair et Impair.

Il s'agit de bien autre chose que d'une simple addition pour former le 4^e nombre triangulaire. La Décade « est » le Cosmos, synthèse de l'Unité, du Pair, de l'Impair et de la Mesure. Pourquoi Quatre représente la Mesure ? La chose s'explique aisément. Ce nombre et ses multiples successifs sont engendrés soit par la somme de deux impairs successifs :

$$\begin{aligned} 1 + 3 &= 4 = 1 \times 4 \\ 3 + 5 &= 8 = 2 \times 4 \\ 5 + 7 &= 12 = 3 \times 4, \text{ etc.,} \end{aligned}$$

soit par addition d'un pair à lui-même :

$$\begin{aligned} 2 + 2 &= 4 = 1 \times 4 \\ 4 + 4 &= 8 = 2 \times 4 \\ 6 + 6 &= 12 = 3 \times 4, \text{ etc.,} \end{aligned}$$

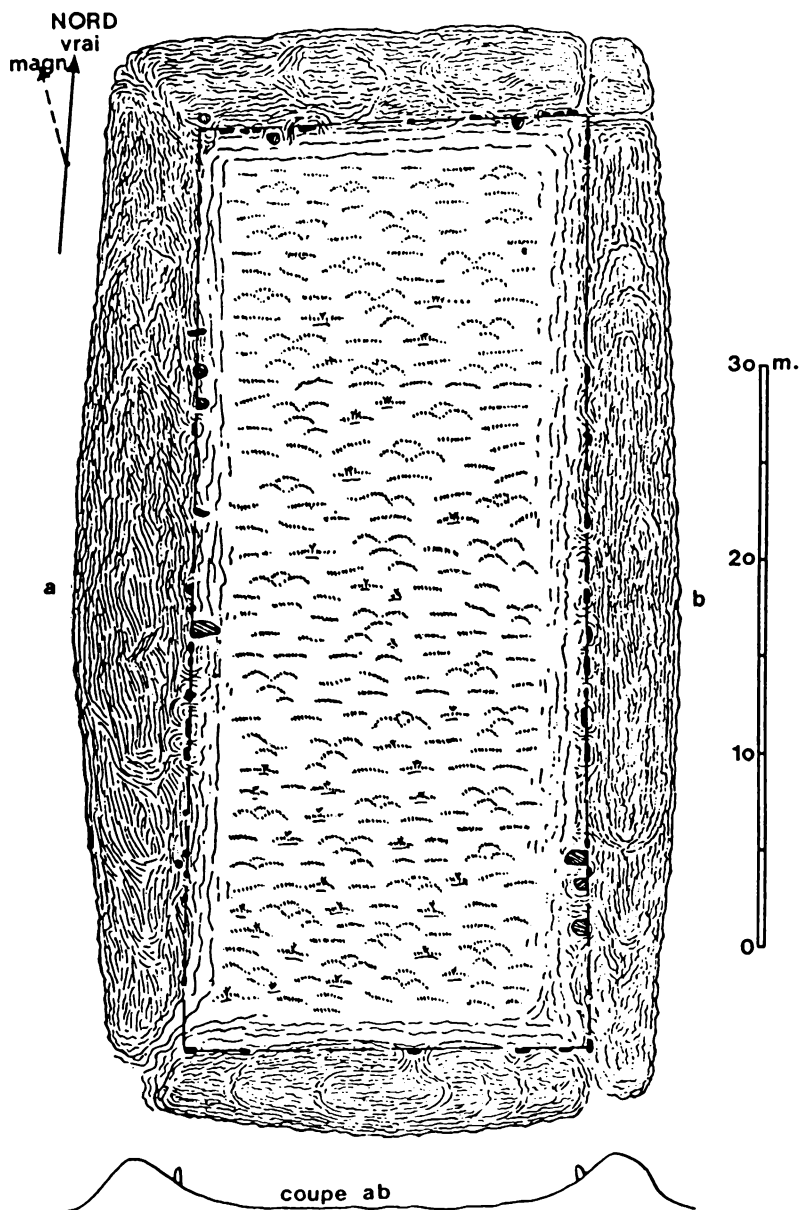
tous produits qui conservent le caractère de Quatre, en le démultipliant par la suite ordonnée des nombres.

Dans les deux cas, cela correspond à un mélange de dynamisme et de stabilité : impair (stabilité) en succession (dynamisme), pair (dynamisme) égal à lui-même (stabilité). Quatre est donc bien la mesure (stabilité) de toutes choses (dynamisme). C'est ainsi que le qualifie Speusippe, neveu et successeur de Platon, dans son *Traité des Nombres pythagoriciens*. Lorsqu'il est issu de l'impair, Quatre est la mesure finie symbolisée par le carré ; lorsqu'il est issu du pair, Quatre prend la forme de la croix et structure plutôt qu'il ne mesure.

C'est la raison, et il n'y en a pas d'autres, des quatre points cardinaux qui orientent l'espace, des quatre phases de la Lune qui jalonnent le mois, des quatre saisons qui divisent l'année, des quatre éléments de l'alchimie, des quatre âges (Or, Argent, Airain, Fer) qui rythment l'évolution de chaque humanité et aussi des quatre *Évangiles*. La divinité manifestée a tout naturellement un nom en quatre lettres : יהוה (IEVE), θεος, Deus, Dieu, Gott, etc. : le nom ne mesure-t-il pas « cela » qu'il nomme ?

3. Le carré de l'hypoténuse

Les nombres figurés utilisés par Pythagore s'adaptent naturellement à la mesure des surfaces. Ils ont donc conduit à la découverte du théorème qui perpétue pour tous le souvenir du sage de Samos : dans



Cromlech pythagoricien de King Arthur's Hall, St-Breward, Cornouailles anglaises (*plan d'après A. Lewis*). A noter l'orientation astronomique sur les quatre points cardinaux.

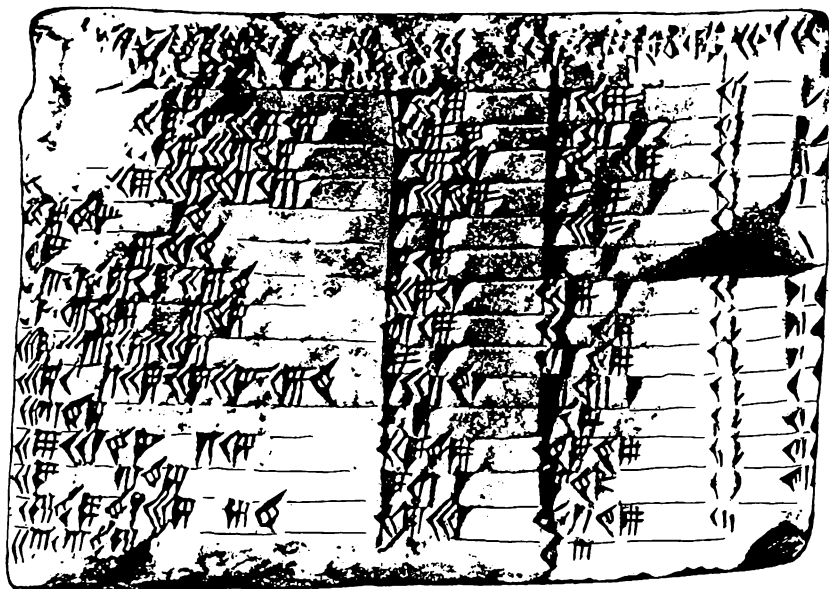
un triangle rectangle, la somme des carrés construits sur les deux côtés de l'angle droit est égale au carré construit sur l'hypoténuse, côté situé à l'opposé de l'angle droit. L'existence de cette relation fut connue d'une très haute Antiquité. Il existe en effet toute une série de triangles rectangles pour lesquels les côtés de l'angle droit et l'hypoténuse peuvent s'exprimer tous les trois par des nombres entiers. Le triangle 3, 4, 5 : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$ se perd littéralement dans la pénombre de la préhistoire. Les constructeurs de Stonehenge utilisèrent le triangle 5, 12 et 13. Comme le montrent les briques cunéiformes reproduites ici, les Babyloniens connaissaient aussi des triangles de ce genre.

Est-ce à dire que tous ces peuples connaissaient le théorème de Pythagore ? Absolument pas. Les Babyloniens ne se sont jamais élevés au concept d'idée générale. Habiles calculateurs, ils ignorèrent ce qu'est un théorème, forme mathématique de l'idée générale. Ils avaient seulement une recette ; on ignore laquelle exactement, les scribes s'étant contentés de donner les résultats, sans plus. Proclus attribue à Pythagore une formulation simple pour générer ces triangles en nombres entiers : on part d'un Impair quelconque qui sera le petit côté de l'angle droit. Ayant calculé le carré de ce nombre, on en retranche une unité. En prenant la moitié du résultat, on obtient l'autre côté de l'angle droit. En ajoutant une unité à ce dernier, on obtient l'hypoténuse. On génère la série :

$$\begin{array}{lll} 3, 4, 5 & 4 = \frac{(3 \times 3) - 1}{2} \\ 5, 12, 13 & 12 = \frac{(5 \times 5) - 1}{2} \\ 7, 24, 25 & 24 = \frac{(7 \times 7) - 1}{2} \end{array}$$

Platon partit du Pair pour construire une autre série de triangles, toujours selon Proclus. Ce Pair constitue un des côtés de l'angle droit. L'autre côté vaut le carré de la moitié de ce nombre, moins 1. Quant à l'hypoténuse, elle vaut ce même carré de la moitié du nombre initial, plus 1. On génère la série :

$$\begin{array}{lll} 4, 3, 5 & 3 = (2 \times 2) - 1 & 5 = (2 \times 2) + 1 \\ 6, 8, 10 & 8 = (3 \times 3) - 1 & 10 = (3 \times 3) + 1 \\ 8, 15, 17 & 15 = (4 \times 4) - 1 & 17 = (4 \times 4) + 1 \end{array}$$



Cette tablette babylonienne (*collection Plimpton, n° 322*) fournit les principales caractéristiques des triangles pythagoriciens.

Ces deux méthodes n'épuisent d'ailleurs pas tous les triangles pythagoriciens possibles, c'est-à-dire les triangles rectangles dont les trois côtés sont tous trois exprimables en nombres entiers.

Curieusement, le triangle fondamental 3, 4, 5 ouvre les suites dans les deux cas. Sa surface est, elle aussi, entière et vaut 6. Les pythagoriciens ne manquèrent pas de remarquer que ces quatre nombres se relient quand on les exalte dans l'espace en les transformant en nombres cubes :

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 216 = 6^3$$

Deux Cent Seize fut l'objet d'une attention et d'un respect tout particuliers de la part des pythagoriciens. C'est sans doute en se posant la question : « Est-il possible de générer un triangle pythagoricien dont la surface soit parfaite, c'est-à-dire égale à un nombre carré ? » que surgirent les irrationnelles. Si les trois côtés s'expriment en nombres entiers, la surface ne peut jamais être un carré parfait.

Mais il fallut attendre la Renaissance et Fermat pour voir établir cela dans toute sa généralité, par un raisonnement sur le Pair et l'Impair d'une rare élégance. On a vu comment les pythagoriciens découvrirent l'irrationalité de $\sqrt{2}$ à partir du triangle rectangle à côtés de l'angle droit égaux entre eux. Pour la mathématique actuelle, il ne s'agit que d'un théorème parmi les autres. Pour Pythagore, cette découverte se révéla d'une portée tout autre. Sans abuser de l'expression « mysticisme des nombres », comprenons que ces entités étaient, à ses yeux, douées d'une vie qu'elles ont aujourd'hui perdue.

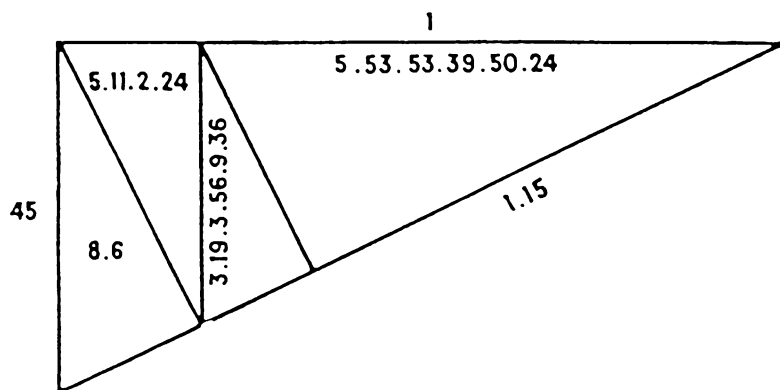
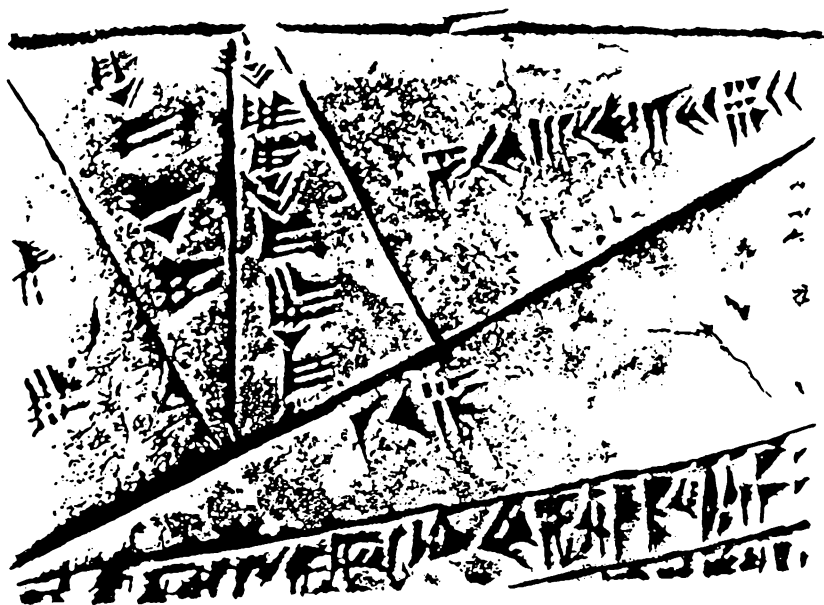
4. Perfection, abondance, déficience

La perfection d'un nombre est une de ces qualités qui ne se comprend que dans la vision pythagoricienne de principes vivants réglant les harmonies universelles. L'arithmétique desséchée des algébristes modernes veut ignorer de telles spéculations, jugées farfelues et, pour tout dire, « mystiques ».

Le nombre pythagoricien contient en soi des familles d'autres nombres. Le procédé le plus simple pour générer une famille de ce type consiste à diviser le nombre en question successivement par 2, par 3, par 4, par 5, etc. Chaque fois que l'opération fournit un quotient entier avec un reste nul, on dit du diviseur en question qu'il est un « facteur » du nombre considéré. La Renaissance parlait de « parties aliquotes », c'est-à-dire contenues chacune un nombre entier de fois. Les facteurs de Huit forment ainsi la famille 1, 2 et 4, ceux de Douze la famille 1, 2, 3, 4 et 6, tandis que ceux de Vingt-Huit sont 1, 2, 4, 7 et 14.

Quoi de plus naturel pour un pythagoricien que de rechercher l'harmonie entre un nombre et la famille de ses parties ? Le plus simple est de faire la synthèse des parties en effectuant leur somme. Cette procédure venait immédiatement à l'esprit à une époque où l'on représentait un nombre par autant de petits cailloux qu'il comportait d'unités. La comparaison à l'œil des deux tas de cailloux — celui correspondant au nombre et celui fourni par la somme des facteurs — révélait immédiatement l'harmonie cherchée.

Utilisant la notation décimale actuelle pour simplifier (chacun peut toujours revenir aux petits cailloux pour voir plus concrètement



Triangles pythagoriciens sur une brique babylonienne. En bas, valeurs sexagésimales, selon les données en cunéiformes.

et plus pythagoriciennement), on constate que la somme peut être inférieure au nombre, comme pour Huit :

$$1 + 2 + 4 = 7, \text{ inférieur à } 8$$

C'est le contraire avec Douze :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16, \text{ supérieur à } 12$$

Dans le premier cas, le nombre est déficient ; puisque les parties qui le constituent n'arrivent pas à l'égaliser, il lui manque quelque chose. Dans le second cas, le nombre est abondant ; puisqu'il possède trop de parties, il se déborde lui-même. On constate que les premiers nombres sont tous déficients, le premier abondant étant justement 12 :

1	
2	principes non décomposables
3	
4 :	$1 + 2 = 3$ inférieur à 4
5 :	1 inférieur à 5
6 :	$1 + 2 + 3 = 6$ égal à 6
7 :	1 inférieur à 7
8 :	$1 + 2 + 4 = 7$ inférieur à 8
9 :	$1 + 3 = 4$ inférieur à 9
10 :	$1 + 2 + 5 = 8$ inférieur à 10
11 :	1 inférieur à 11
12 :	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$ supérieur à 12

L'abondance et la déficience ont été étudiées en détail par des néo-pythagoriciens comme Théon de Smyrne et Nicomaque. Il demeure probable que ces notions sont plus anciennes, sans que l'on sache si elles remontent réellement à Pythagore.

L'idée de nombre parfait est par contre authentiquement très ancienne. A l'origine, ce qualificatif fut réservé aux premiers nombres triangulaires, ceux contenus dans la Tétraktys :

$$1 + 2, 1 + 2 + 3, 1 + 2 + 3 + 4$$

Est-ce Pythagore, est-ce un de ses premiers disciples qui remarqua la perfection spéciale de Six, égal à la somme de ses parties ? Dès le IV^e siècle de notre ère, le célèbre mathématicien Euclide, dont l'arithmétique reste toujours étudiée, appelait nombres parfaits ceux qui, juste égaux à la somme de leurs parties, sont spécialement bien équilibrés. Six n'est pas le seul nombre parfait. Vingt-Huit jouit de la même propriété :

$$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι
	β	δ	ς	η	ι	ιβ	ιδ	ις	ιη	κ
	γ	ς	θ	ιβ	ιε	ιη	κζ	κδ	κξ	λ
	δ	η	ιβ	ις	κ	κδ	κη	λς	λς	μ
βαδδς	ι	ε	ιε	κ	κε	λ	λε	μ	με	ν
	ς	ιβ	ιη	κδ	λ	λς	μς	μη	νδ	ξ
	ζ	ιδ	κζ	κη	λε	μς	μθ	νς	ξγ	ο
	η	ις	κδ	λς	μ	μη	νς	ξδ	οβ	π
	θ	ιη	κξ	λς	με	νδ	ξγ	οβ	πα	υ
	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	υ	φ

Table de Pythagore, selon Nicomaque de Gérase.

Euclide donne, en ces termes, la façon de les générer : « *Partant de l'unité, on construit une suite de nombres doubles les uns des autres. Lorsque la somme de tous ces nombres est un nombre premier, il suffit de multiplier la somme par son dernier terme pour obtenir un nombre parfait.* » La démonstration utilise un raisonnement par le pair qui garde une saveur fort archaïque. Mettant en œuvre cette formulation, on élabore les sommes successives :

$$\begin{aligned}
 1 + 2 &= 3 \\
 1 + 2 + 4 &= 7 \\
 1 + 2 + 4 + 8 &= 15 \\
 1 + 2 + 4 + 8 + 16 &= 31, \text{ etc.}
 \end{aligned}$$

Négligeant 15, non premier, on forme alors les nombres parfaits successifs :

$$\begin{aligned}
 3 \times 2 &= 6 \\
 7 \times 4 &= 28 \\
 31 \times 16 &= 496
 \end{aligned}$$

Fermat et Descartes se sont penchés sur des familles remarquables de nombres déficients ou surabondants où l'harmonie serait multiple (ou sous-multiple). Par exemple, les parties de 30 760 et 32 240 fournissent des sommes égales à 3 fois ces nombres. Descartes et le père Mersenne se sont passionnés pour la perfection. Le procédé d'Euclide est tel que les nombres parfaits trouvés sont toujours pairs puisqu'on multiplie par une puissance de 2. Euler (1707-1783) a finalement démontré qu'il n'y a pas d'autres nombres parfaits pairs. On ignore toujours s'il existe une infinité de tels nombres parfaits pairs. On ignore aussi s'il existe ou non des nombres parfaits impairs. Beaux défis pour de jeunes mathématiciens ambitieux que ces questions ouvertes depuis deux millénaires !

Les nombres parfaits Six et Vingt-Huit ont joui d'un grand respect, Six surtout qui est tout spécialement parfait :

$$1 + 2 + 3 = 6 = 1 \text{ fois } 2 \text{ fois } 3$$

Puisque Six est le troisième triangle, le nombre carré construit sur lui est aussi la somme des trois premiers nombres cubes :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2 = 36$$

On a vu en outre que dans le triangle pythagoricien fondamental (3, 4 et 5) : $(3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3 = 216 = 1^3 \times 2^3 \times 3^3)$

Les nombres (Trois, Quatre, Cinq), Six, Trente-Six et Deux Cent Seize constituent un autre genre de famille pétrie d'une harmonie très profonde. Ce genre de spéculation se montre typiquement pythagoricien, et c'est à son propos que les critiques rationalistes ricanent. Cette « mystique des nombres » reste pourtant fort rationnelle, issue qu'elle est de l'essence même du Nombre en Soi. A aucun moment, elle ne fait appel au vêtement extérieur des nombres, à leur représentation par des signes : lettres ou chiffres. On ressent l'originalité profonde de Pythagore à l'égard des kabbales numérico-littérales (Babylone influençant Israël lors de la captivité). Si l'on tient absolument à parler d'influence à propos de Pythagore, il paraît infiniment plus plausible de se tourner vers l'Hyperborée plutôt que vers l'Orient ou l'Égypte.

5. Ce neveu qui vaut son oncle

Vingt-Huit se prête aussi aisément que Six à la génération d'une famille en harmonie. Produit de Sept par Quatre, ce nombre est

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
3	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
4	3	4	5	6	7	8	9	0		
5	4	5	6	7	8	9	0			
6	5	6	7	8	9	0				
7	6	7	8	9	0					
8	7	8	9	0						
9	8	9	0							
0	9	0								

Pour entendre ce petit luvet
 Prononcez fauow que .1. qui est en
 marge à multiplier .1. qui est dedans
 le petit quatre et en est demy .1. qui est mye
 au dessous rar .1. forz .1. rest .1. puis .1. forz .2.
 font .2. en tirant a deus . puis .1. forz .3. font
 .3. et ainsi continuent jusques a .1. forz .0. qui est .0.
 En ap. .2. qui est en marge au dessous de .1. a multi
 ph. .2. qui est dedans le petit quatre et en font demy .

Table de Pythagore figurant dans le *Triparty* de N. Chuquet (1484).

le 7^e triangulaire, ce qui met à nouveau Quatre dans une situation privilégiée vis-à-vis de Vingt-Huit :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

médian

Presque égal au mois lunaire vrai, Vingt-Huit participe également de la semaine (Sept) et de la mesure (Quatre). Ce qu'on appelle le symbolisme des Nombres n'a rien d'arbitraire ou de fantaisiste. Il découle de raisons profondes qui se relient aux qualités essentielles du Nombre en Soi : pair, impair ; perfection, abondance et déficience ; premier, non premier ; appartenance (ou non) à des familles de nombres figurés ; obtention par somme et produit, etc.

Un nombre de valeur élevée (sauf s'il est premier) fait toujours partie de familles le rattachant à des nombres plus simples. Ainsi, Six Cent Soixante-Six, Nombre de la Bête de l'Apocalypse, est le 36^e triangle, ce qui le rattache à Six par une voie détournée où interviennent d'autres nombres qui modifient le sens de Six. L'examen des premiers nombres de la Décade reste la base obligée de toute spéculation.

tion ultérieure. Il existe un *Hymne au Nombre* que la tradition attribua à Pythagore lui-même, ou à son fils Télauges. Cet hymne célèbre Quatre comme Mesure et Dix comme Mère du Cosmos. Le neveu de Platon, Speusippe, ajoute : « *Cinq, les choses existantes ; Six, le principe des êtres animés ; Sept, l'intelligence ; Huit, le désir et l'amour ; Neuf, le mouvement.* » Un exposé systématique sur la décade fut écrit vers 280 de notre ère par l'évêque Anatolius, maître du païen Jamblique. Le voici en résumé.

L'unité est antérieure au Nombre, puisque tous les nombres en sont issus alors qu'elle-même ne naît d'aucun. On l'assimile au Dieu non engendré, Beau et Bien en Soi.

Deux est le principe Pair. Avec lui commence la géométrie de la ligne, donc ce qui tombe sous le sens. Il est le seul qui donne le même résultat en s'ajoutant à lui-même, ou en se multipliant par lui-même : $2 + 2 = 2 \times 2$.

Trois est le principe impair. Il possède dans le temps un commencement, un milieu et une fin ($1 + 1 + 1$). A lui le triangle, donc l'espace. Temps et espace contenus dans Trois font de lui l'Existence.

Quatre est la Mesure et la Justice. Anatolius rapporte ce qui a déjà été dit sur les saisons, les points cardinaux, etc. Il remarque qu'il suffit de 1, 2, 3 et 4 pour constituer toutes les harmonies avec les rapports de quarte ($\frac{4}{3}$), de quinte ($\frac{3}{2}$) et d'octave ($\frac{2}{1}$).

Combinaison du pair et de l'impair ($2 + 3$), **Cinq** contient toutes choses sensibles. C'est pourquoi il y a seulement cinq polyèdres réguliers, constituants ultimes des éléments du Cosmos selon Platon. Cinq renferme aussi les principales harmonies de la gamme, puisqu'il résume à la fois la consonance de quarte ($3^2 + 4^2 = 5^2$) et celle de quinte ($2 + 3 = 5$). On note, une fois encore, l'utilisation de ces familles de nombres, chères au sage de Samos.

Six est le Mariage parfait des Trois Principes ; il se reproduit immuablement semblable à lui-même lorsqu'on en prend les puissances successives :

6, 36, 216, 1 296, etc.

Le premier rapport harmonique (6, 8, 9, 12) s'inscrit entre Six et son double, un point qui méritera d'être plus longuement développé.

Sept est vierge puisqu'il n'engendre aucun autre nombre de la Décade et n'est engendré par aucun autre. Évêque chrétien, Anatolius ne pouvait parler nommément d'Athéna à laquelle Sept était tradi-

tionnellement attribué. Il utilise la périphrase fort transparente de « Vierge sans Mère ». Contenant la consonance de quarte ($4 + 3 = 7$), Sept est aussi la synthèse de la progression géométrique de base : $7 = 2^0 + 2^1 + 2^2 = 1 + 2 + 4$

Sept n'est donc pas immuablement vierge. Avec l'aide de la Mesure (7×4), ou de l'existence ($28 : 7^e$ triangle), Sept peut engendrer. Il complète, en la précisant, la Mesure de Quatre. C'est pourquoi il y a Sept voyelles en grec, Sept notes de la gamme, Sept corps célestes, Sept âges dans la vie, etc.

Huit est le premier nombre cube construit sur le Pair ; il démultiplie donc le désir insatisfait en le stabilisant. Qualifié de Fondation par Anatolius, Huit contient bien aussi le Désir de Speusippe.

Neuf est le premier carré construit sur l'impair. Il démultiplie la stabilité en lui donnant le Mouvement. Ne contient-il d'ailleurs pas toutes les consonances de la gamme ($9 = 4 + 3 + 2$) ?

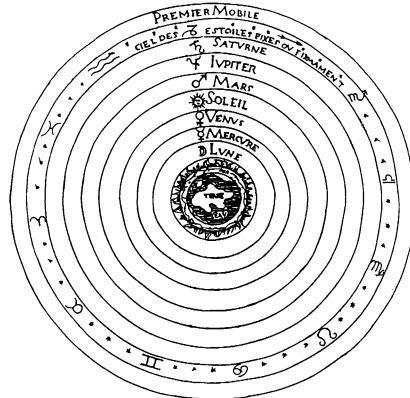
Dix est le cercle qui enclôt et limite tout nombre. Il se démultiplie dans les dizaines, et aussi dans Cinquante-Cinq, 10^e triangulaire. Anatolius souligne que Cinquante-Cinq est encore la somme des parties aliquotes de Trente-Six, la somme de cinq triangles successifs et la somme des cinq premiers carrés. Une nouvelle famille bien harmonieuse.

En notations actuelles :

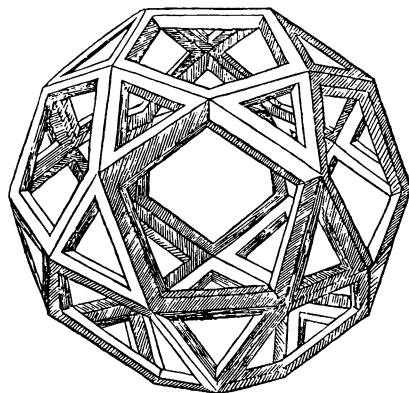
$$55 = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18$$

$$55 = 3 + 6 + 10 + 15 + 21$$

$$55 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25$$



Les dix sphères du Cosmos, selon De Peruchio (1657).



Icosidodécaèdre (polyèdre archimédien) creux, dit aussi dodécaèdre tronqué ou triacontadoèdre (dessin attribué à Léonard de Vinci).

CHAPITRE V

La géométrie philosophale

1. Les cinq corps platoniciens

L'harmonie qui se révèle dans les nombres figurés plans incite à rechercher s'il n'existerait pas des harmonies analogues dans l'espace. Les pythagoriciens édifièrent rapidement la route qui aboutit aux nombres polyédraux dont le squelette est une structure à trois dimensions. Il s'agit d'un effort d'abstraction indéniable car l'empilement de petits cailloux devient alors impossible.

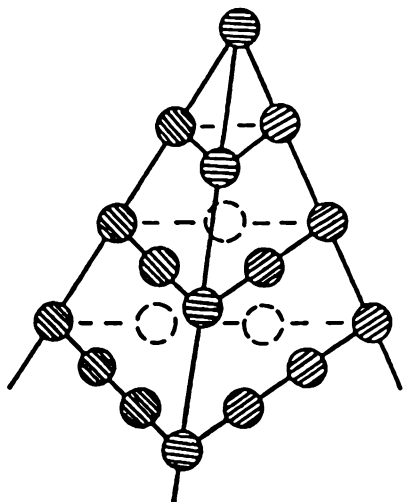
Le triangle se généralise dans la pyramide, assemblage de quatre triangles, et le carré dans le cube à six faces. Aux nombres figurés triangulaires et carrés correspondent ainsi des nombres figurés pyramidaux et cubiques dont les gnomons ne sont plus des lignes de points mais des surfaces. Le tétraèdre constitue la pyramide à la fois la plus simple et la plus harmonieuse : ses quatre faces sont des triangles équilatéraux, à côtés tous trois égaux à eux-mêmes. On constate aisément sur la figure ci-après que leurs gnomons successifs sont les nombres triangulaires. La croissance spatiale se montre ainsi nettement plus rapide que dans le plan (1).

La table ci-dessous le confirme :

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tétraédraux	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220
Triangulaires	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

1. Le nombre tétraédral de rang n comporte $n(n+1)(n+2)/1.2.3$. unités.

Un nombre donné peut être à la fois plan et solide. Ainsi de Trente-Cinq qui, 5^e pentagonal, est aussi le 5^e tétraédral.



Nombre figuré tétraédral.

Les polygones réguliers qui supportent les nombres figurés plans sont en nombre illimité. En est-il de même dans l'espace ? Comment définir les squelettes structuraux des nombres solides ? C'est en se posant cette question que les disciples de Pythagore découvrirent qu'il y avait cinq polyèdres réguliers, et cinq seulement : le tétraèdre, l'octaèdre et l'icosaèdre, d'une part, le cube, d'autre part, et enfin le dodécaèdre. A l'image des polygones réguliers dont les côtés sont tous égaux et qui s'inscrivent dans le cercle, ces cinq polyèdres ont chacun leurs faces identiques et ils s'inscrivent dans la sphère. Les trois premiers polyèdres ont comme face des triangles équilatéraux, au nombre de respectivement 4, 8 et 20. Le cube est bien connu, avec ses faces carrées. Avec douze faces pentagonales, le dodécaèdre est le plus beau des cinq corps réguliers.

Pourquoi cinq seulement ? Un pythagoricien ne pouvait en être surpris : Cinq n'est-il pas la manifestation de toutes choses ? L'existence de quatre solides réguliers seulement ou de six est *a priori* inconcevable. Si limite il y a, cette limite ne peut être que Cinq. Il s'avère facile de démontrer logiquement cette assertion. Répondant à une demande du prince byzantin du XI^e siècle Michel Ducas, l'érudit

Michel Psellus constate : « Avec trois triangles équilatéraux accolés par un sommet unique on obtient l'angle solide de la pyramide tétraèdre, avec quatre celui de l'octaèdre et, avec cinq, celui de l'icosaèdre. Mais six triangles équilatéraux réunis par un sommet commun ne peuvent plus constituer un angle solide. En effet, l'angle du triangle équilatéral vaut les deux tiers d'un angle droit. Six de ces angles valent donc quatre droits, ce qui conduit à l'impossibilité puisqu'un angle solide est au plus égal à quatre droits. L'angle du cube est formé par trois carrés. Ici aussi, il est impossible d'avoir quatre carrés accolés car on aurait un angle solide de quatre droits. Avec trois pentagones, on obtient l'angle du dodécaèdre. Avec quatre, c'est impossible puisque l'angle du pentagone ayant pour valeur un droit plus un cinquième, la somme de quatre serait plus grande que quatre droits. » Ajoutons que trois hexagones accolés valent six triangles équilatéraux, ce qui les rend inaptes à former un polyèdre régulier. *A fortiori* pour les polygones réguliers à plus grand nombre de côtés, dont l'angle devient de plus en plus ouvert.

Les cinq corps sont gouvernés par la famille Quatre, Six, Huit, Douze et Trente :

	Faces	Sommets	Côtés
Tétraèdre	4	4	6
Cube	6	8	12
Octaèdre	8	6	12
Dodécaèdre	12	20	30
Icosaèdre	20	12	30

Cube et octaèdre, d'une part, dodécaèdre et icosaèdre, d'autre part, forment deux couples dont chaque membre contient l'autre. Si l'on joint en effet les milieux des six faces d'un cube, on obtient un octaèdre à six sommets, et *vice versa*. Si l'on opère de même avec un dodécaèdre, on génère un icosaèdre et *vice versa*. Seul le tétraèdre reste immuablement semblable à lui-même.

On a beaucoup discuté pour savoir qui découvrit les cinq corps. Pythagore lui-même ? Des disciples ? Le cube est réellement fort ancien, de même que le dodécaèdre. Plutarque voit dans ce dernier le symbole du Cosmos ; n'a-t-il pas douze faces et trente côtés, tout

comme l'année avec ses douze mois de trente jours ? Des fouilles ont fourni une soixantaine de dodécaèdres en bronze, trouvés dans des sites gallo-romains, tous au nord des Alpes. P. Couzon penche pour une origine authentiquement celte : les vingt sommets ne rappellent-ils pas le système de numération à base vingt des druides ? Ne s'agirait-il pas alors d'une survivance de la connaissance extrême-occidentale ?

Il n'existe pas dans la nature de cristaux en dodécaèdre parfait, alors que la pyrite forme de très beaux cubes souvent impeccables et que le diamant et l'oxyde magnétique de fer cristallisent en octaèdres très réguliers. On peut par contre réaliser facilement un dodécaèdre. Entourant une boulette de glaise de douze boulettes identiques, on presse le tout uniformément dans ses mains : la boulette centrale se transforme en dodécaèdre. A l'époque de Platon, les artisans grecs mettaient en œuvre ce solide régulier pour construire des ballons bien sphériques. « *La Terre vue d'en haut apparaîtrait peinte de nombreuses couleurs comme sont ces balles faites de douze pièces de cuir cousues* », rapporte Platon dans le *Phédon*. L'icosaèdre est encore moins intuitif que le dodécaèdre. On attribue généralement son invention à Théétète, ce géomètre ami de Platon, rencontré à propos des quantités irrationnelles.

2. Avec des combinaisons de triangles

Platon, jeune, avait découvert l'enseignement de la morale auprès de Socrate. Mais l'existence de l'âme humaine restait pour ce dernier un pari. L'immortalité est un mythe enchanteur auquel il convient de croire pour moraliser la vie sociale. Des dialogues de jeunesse comme le *Banquet* ou le *Phédon* ne laissent aucun doute à cet égard. A l'opposé, les œuvres platoniciennes tardives : *la République*, *les Lois*, *le Timée*, *l'Epinomis* sont formelles ; l'âme existe et elle est immortelle. Entre-temps, il y avait eu les voyages en Grande-Grèce, et la révélation de Pythagore dont Platon recueillit oralement l'enseignement auprès d'Archytas de Tarente. Et cet achat des œuvres de Philolaos qui servirent au philosophe pour concevoir son immortel *Timée*, ou l'Ame du Monde.

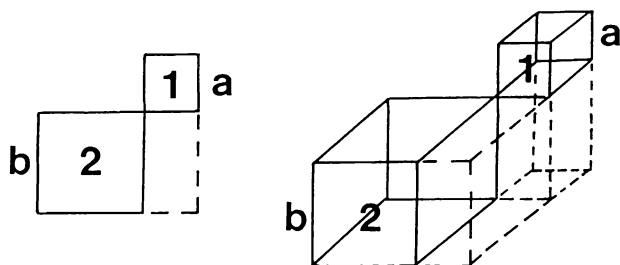
Dans la gigantesque fresque de l'*École d'Athènes*, Raphaël place le *Timée* dans les mains de Platon. Toute l'Antiquité y a vu l'expression achevée de la pensée de celui-ci. Ce rationaliste impénitent que

fut Aristote renia la spiritualité de son premier maître : aussi il s'en prend spécialement aux idées pythagoriciennes du *Timée*. La mort de la civilisation alexandrine n'interrompt pas le courant d'intérêt : traduit en latin au VI^e siècle, ce dialogue reste la seule œuvre platonicienne connue du Moyen Âge. La si originale École de Chartres tenta d'harmoniser *le Timée* et *la Genèse*.

Platon y expose une théorie géométrique du monde physique dans le plus pur esprit pythagoricien bien que, fait curieux, il ne mentionne nulle part les noms de Pythagore, d'Archytas ou de Philolaos. Le Cosmos entrevu par ce dernier mêlait le Feu à la Terre. Platon fait utiliser ces deux éléments par le démiurge quand celui-ci commence l'édification du Monde. Il ne faudrait surtout pas assimiler le dieu formateur platonicien au Dieu créateur chrétien. Le second fait sortir l'Univers du Rien. Le premier organise harmonieusement ce qui n'était alors que hasard et chaos. La différence se révèle d'importance. Deux termes ne peuvent s'harmoniser s'il n'existe pas quelque lien qui les rapproche, à l'image d'une proportion où trois termes au moins sont nécessaires : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$.

Notons en passant qu'on dit d'une telle proportion à trois termes qu'elle forme une « médiété », puisque le terme médian s'avère être le même dans les deux rapports mis en relation. On retrouvera un peu plus loin ces médiétés, fort étudiées par les pythagoriciens et les néopythagoriciens.

Lorsque les éléments à réunir se situent dans l'espace, il faut deux termes médians, un seul restant insuffisant. La géométrie figurée rend évidente cette proposition. Alors qu'il suffit dans le plan d'un seul rectangle intermédiaire pour passer du petit carré 1 au grand carré 2, il faut dans l'espace deux parallélépipèdes intermédiaires pour passer du petit cube 1 au grand cube 2. Cela justifie que *le Timée* enseigne que « le démiurge a placé l'Air et l'Eau entre le Feu et la Terre [...]. Ces éléments en nombre Quatre ont formé le corps du Cosmos. Harmonisé proportionnellement, celui-ci est Amitié. ». Il paraît normal de retrouver Quatre pour structurer l'Univers, dont la forme parfaite est et ne peut être que sphérique.

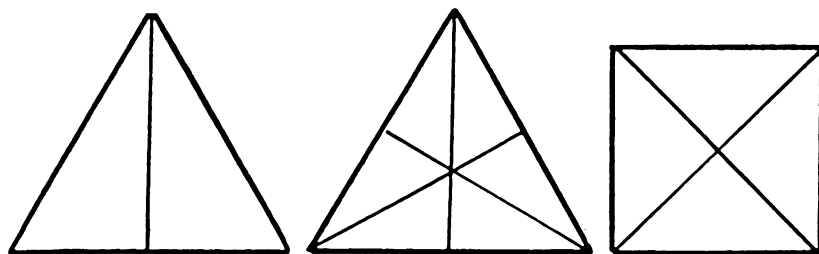


Une médiété dans le plan, deux médiétés dans l'espace.

La compréhension de cette perfection reste au-delà des possibilités de l'esprit humain. Un escalier est nécessaire à l'intelligence pour qu'elle s'élève à la connaissance de cette sphéricité. Presque parfait, le dodécaèdre constitue tout naturellement l'image « dont se sert le démiurge quand il a dessiné toute la structure du Cosmos ».

Les quatre autres polyèdres réguliers s'offrent tout logiquement pour modéliser les quatre éléments. La théorie des nombres figurés montre que le nombre triangulaire est la base et la racine d'où découlent tous les nombres polygonaux et polyédraux dont on se sert pour mesurer le plan et l'espace. Les triangles constituent ainsi les composants ultimes de tout ce qui existe, en particulier des éléments. Mais quels triangles ? « *Tous les triangles ont comme principe le triangle rectangle, à côtés de l'angle droit égaux ou inégaux. Tel est le principe du Feu et des autres éléments [...]. Quant aux principes encore plus ultimes, seul le démiurge les connaît, ainsi que les hommes qu'il aime.* »

S'il n'existe qu'un seul triangle rectangle à côtés égaux, il en existe une infinité à côtés inégaux. Lequel choisir ? Le plus beau, pense Platon, par exemple celui qui est contenu dans le triangle équilatéral et qui a donc l'hypoténuse double du petit côté de l'angle droit. Le philosophe ne démontre pas pourquoi, mais précise : « *Je ne disputerai pas la récompense à qui le saura.* » Ne serait-ce pas parce qu'un tel triangle peut s'inscrire aussi bien deux fois que six fois (n'oublions pas la perfection de Six) dans le triangle équilatéral ? Platon adopte la dernière décomposition et s'en sert pour analyser les polyèdres réguliers.



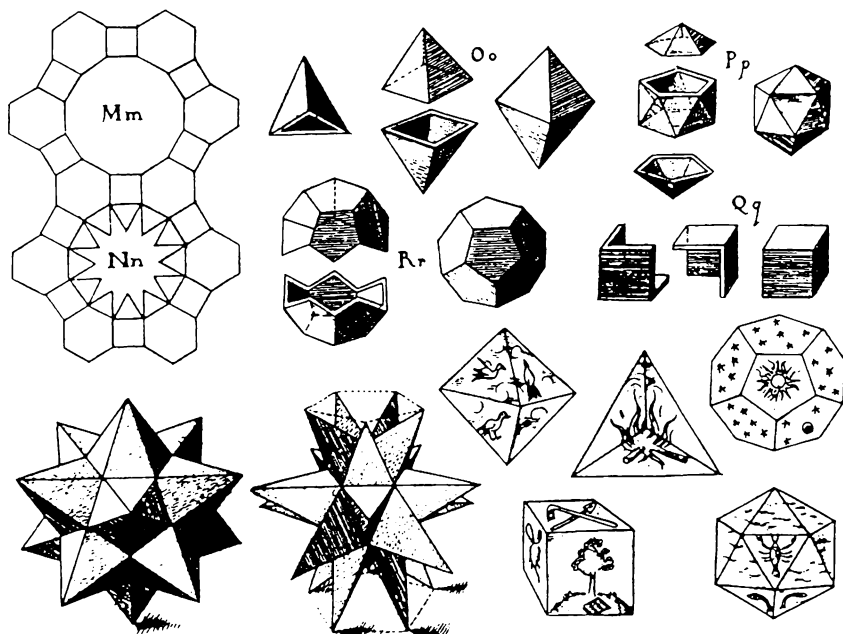
Les éléments se décomposent en triangles.

Constitué de tétraèdres, l'élément Feu possède 24 triangles par corpuscule. L'Eau a la complexité de l'icosaèdre, donc 120 triangles par corpuscule. Les 48 triangles élémentaires de l'octaèdre caractérisent l'Air. Lorsque ces éléments se heurtent mutuellement, les corpuscules peuvent se voir dissociés sous le choc et leurs triangles peuvent se recombinaison différemment. « *L'Eau divisé par le Feu ou l'Air peut donner un corpuscule de Feu et deux d'Air [...]. Si l'Air est brisé, il se forme de deux corpuscules et demi d'Air un corpuscule d'Eau.* » N'est-il pas curieux de voir Platon imaginer derrière la diversité des corpuscules des Éléments des constituants ultimes identiques ? Cette idée ne resurgira qu'au XX^e siècle, après avoir, deux millénaires durant, justifié théoriquement l'alchimie.

Particulièrement stables, les corpuscules de Terre sont cubiques. Les quatre triangles rectangles isocèles constituant chacune des faces carrées diffèrent de ceux des autres éléments et c'est pourquoi la Terre dissociée par un autre élément ne peut que redonner de la Terre. En substituant à cette théorie géométrique quantitative sa théorie des Quatre Qualités (Chaud, Froid, Sec et Humide), Aristote croyait accomplir un progrès puisque tout pouvait se transmuter en tout. Il engageait en réalité la pensée dans une impasse totale. Seule la redécouverte, à la Renaissance, de Platon (et donc de Pythagore) permit de repartir sur le bon chemin. Où serions-nous aujourd'hui si l'on avait économisé ces seize siècles de rationalité stérile !

3. La formule de l'âme du monde

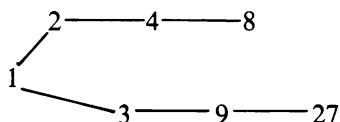
« Le démiurge a formé l'Ame du Monde avant le Corps de celui-ci. Partant de la matière subtile parfaitement fixe et de la



Les éléments platoniciens, selon Jean Kepler (*Mysterium Cosmographicum*).

matière élémentaire décomposable, il a produit une matière intermédiaire entre ces deux extrêmes, et des trois a formé une seule qu'il a partagée en autant de parties qu'il fallait. En premier lieu, il a séparé du total une unité. Puis il a pris le double de cette unité ; ensuite une troisième partie égale à une fois et demie la seconde et trois fois la première ; une quatrième double de la seconde ; une cinquième triple de la troisième ; une sixième égale à huit fois la première ; une septième égale à vingt-sept fois la première. Il remplit les intervalles avec des parties du mélange primitif en les disposant de telle sorte qu'il y ait deux proportions dans chaque intervalle [...]. Il forma ainsi des intervalles de Un plus Un Demi, Un plus Un Tiers, Un plus Un Huitième. Le démiurge remplit alors tous les intervalles de Un plus Un Tiers avec des intervalles de Un plus Un Huitième, laissant subsister des restes définis par le rapport de Deux Cent Cinquante-Six à Deux Cent Quarante-Trois. »

Ce passage difficile fut de tout temps passionnément médité. Plutarque pense qu'il faut d'abord bien distinguer la matière fixe et la matière décomposable, en d'autres termes l'Impair et le Pair, donc finalement les deux progressions double et triple du Pair et de l'Impair :



ce qui supprime l'apparente intervention que l'on aurait entre 8 et 9 si l'on interprétait sans discernement la phrase de Platon. La méthode proposée pour remplir les intervalles de ces progressions s'avère simple : intercaler en premier entre chaque couple de nombres deux proportions, c'est-à-dire les moyennes arithmétique et harmonique, ce qui donne :

$$1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2 \text{ ou } : 3, \frac{9}{2}, 6, 9.$$

Tous les intervalles ainsi définis (c'est-à-dire les rapports entre deux nombres successifs) sont ou $\frac{3}{2}$, ou $\frac{4}{3}$, ou $\frac{9}{8}$. Les intervalles de valeur $\frac{4}{3}$ sont remplis par deux nombres de valeurs telles qu'elles définissent des rapports de $\frac{9}{8}$ (ce qui laisse effectivement subsister un petit intervalle de rapport $\frac{256}{243}$). Par exemple, dans l'intervalle 1, $\frac{4}{3}$ on intercale $\frac{9}{8}$ et $\frac{81}{64}$. Partant des deux progressions initiales, on aboutit à des suites de vingt-deux et seize nombres.

Certains nombres sont communs aux deux suites, ce qui correspond à la matière mélangée du *Timée*, ou Pair-Impair. Platon précise que le démiurge a dû employer la force pour harmoniser le mélange. Effectivement, la fusion des deux suites en une série commune fournit une suite de vingt-neuf nombres. Il ne reste qu'à supprimer celui sur lequel on trébuche après le 17^e intervalle (n'est-il pas normal de le trouver boiteux ?) pour obtenir la suite parfaite des Vingt-Huit nombres rationnels suivants :

$$\begin{array}{ccccccc}
 1, & \frac{9}{8}, & \frac{81}{64}, & \frac{4}{3}, & \frac{3}{2}, & \frac{27}{16}, & \frac{243}{128}, 2 \\
 2, & \frac{9}{4}, & \frac{81}{32}, & \frac{8}{3}, & 3, & \frac{27}{8}, & \frac{243}{64}, 4 \\
 4, & \frac{9}{2}, & \frac{81}{16}, & \frac{16}{3}, & 6, & \frac{27}{4}, & \frac{243}{32}, 8 \\
 8, & 9, & \frac{27}{2}, & \frac{243}{16}, & \frac{2187}{128}, & 18, & 27
 \end{array}$$

soit trois gammes diatoniques pythagoriciennes parfaites, plus une série irrégulière et, disons-le, chaotique.

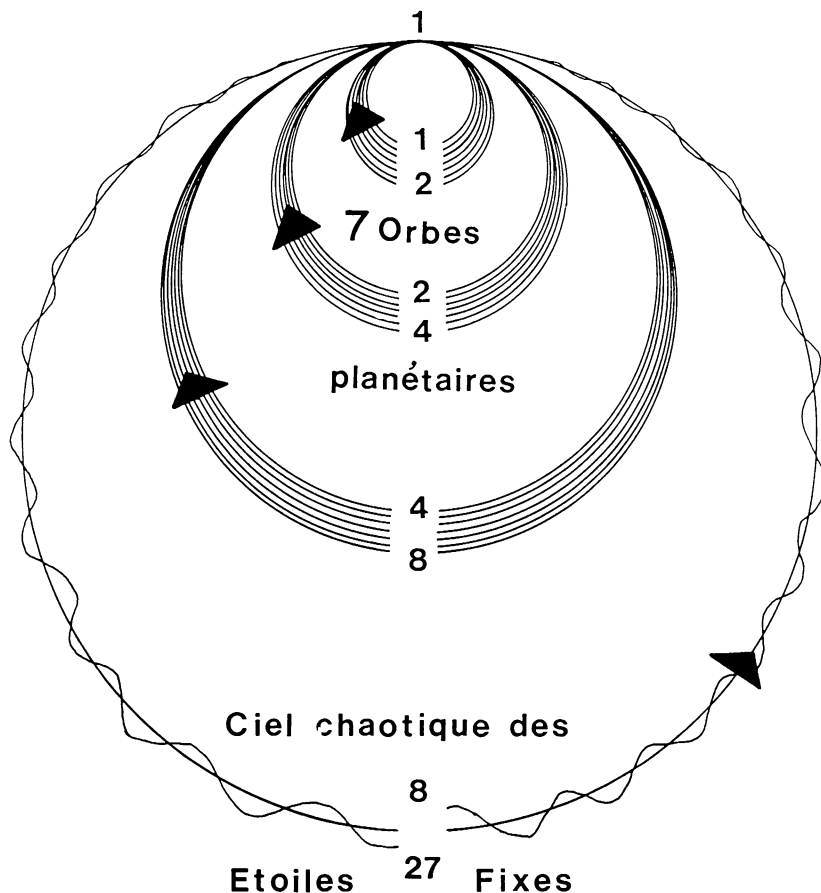
Il est relativement aisé de faire les calculs décrits dans *le Timée* lorsqu'on dispose des notations mathématiques actuelles, en particulier de l'idée de fraction et de la notation fractionnaire. Mais cette notation reste somme toute très récente. A l'époque de Platon, il fallait de longs raisonnements pour construire concrètement la quadruple gamme de l'Ame du Monde. Des commentateurs philosophes, comme par exemple Proclus, se sont embrouillés dans leurs essais de reconstitution de la formule, et des traducteurs modernes (le plus souvent des érudits totalement ignorants des plus élémentaires notions de calcul) ont encore ajouté à l'obscurité.

Depuis la première édition de cet ouvrage, il y a de cela presque dix ans déjà, je me suis souvent demandé comment Platon, ou plus probablement le pythagoricien Philolaos, avait pu procéder.

Il existe heureusement d'authentiques néo-pythagoriciens qui exposèrent la méthode de calcul, ou à tout le moins les façons de procéder. Il s'agit de Théon de Smyrne et surtout de Nicomaque de Gêrase, deux hommes sur lesquels on ne connaît pratiquement rien, sauf, à peine, l'époque. Leurs ouvrages ont été traduits en français, et sont donc assez facilement accessibles. Un chapitre ajouté en fin du présent livre essaiera de montrer comment, avec les moyens de l'époque, la Formule de l'Ame du Monde a pu être élaborée. Pour le moment, revenons au texte du *Timée*.

Une fois la formule harmonique construite par le demiurge (qui n'est nullement un Dieu créateur, au sens chrétien du terme, mais un artisan divin organisant une matière chaotique préexistante), ce dernier « recourba » la quadruple gamme cosmique sur elle-même pour

en former deux révolutions circulaires qui se recoupent. La révolution extérieure reste sans division : il s'agit du ciel des étoiles, qui semble tourner en sens inverse, d'où ce caractère apparemment chaotique bien qu'issu de l'harmonie générale. Quant à la révolution intérieure, le démiurge « *l'ayant six fois divisée, fit sept cercles inégaux, réglés par les progressions du double et du triple, de telle sorte que ceci soit triple* ». Il s'agit des sept orbes planétaires (incluant Soleil et Lune), ce qui donne le modèle d'Univers :



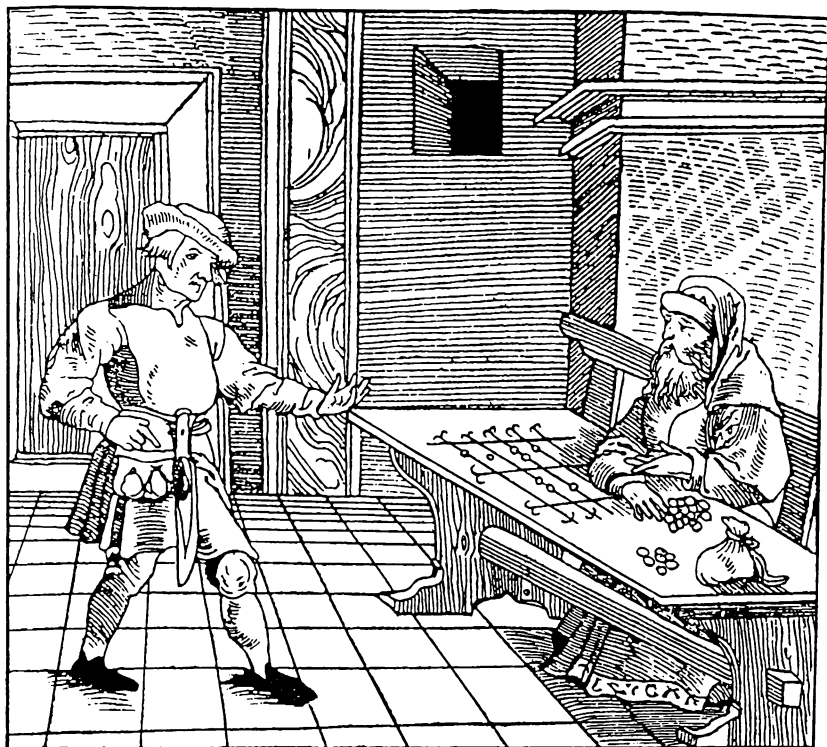
La géométrie de l'Ame du Monde platonicienne.

Les orbes planétaires doivent bien être triples puisque « *composées du mélange des trois matières : celle parfaitement fixe, celle qui est décomposable et l'intermédiaire qui harmonise les précédentes* ». En d'autres termes, le Cosmos se structure par l'Impair, le Pair et le Pair-Impair. Les sept orbes cosmiques se meuvent circulairement, comme l'avait enseigné Pythagore, et ce mouvement engendre des sons transcendants qui constituent ce qu'on appelle la Musique des Sphères. L'oreille vulgaire se montre bien incapable d'entendre cette musique céleste, mais le Sage, le Philosophe, l'appréhende par son esprit, et cette musique enchante son âme de toute l'harmonie profonde du Monde.

Ce mouvement circulaire parfaitement harmonieux par sa Triple répétition d'une gamme à Sept notes introduit à la connaissance de l'immortalité de l'âme. Cette fois, il ne s'agit plus d'un pari, mais d'une certitude. La découverte, ou la redécouverte, par Pythagore de la régularité cachée derrière l'apparente irrégularité des orbites célestes lui avait révélé cette grande vérité. Aristote en témoigne, lui qui rapporte « *qu'Alcméon (2) déclare que les êtres divins, le Soleil, la Lune, se meuvent d'un mouvement régulier qui reste immuable* ». Cette régularité n'est nullement le signe d'une nécessité mécanique. Galilée découvrit plus tard le contraire (et cet athéisme savant est la raison profonde des poursuites engagées contre lui par l'Église). La régularité constitue le suprême degré de la liberté, celui d'une volonté qui se détermine irrévocablement selon ce qu'a décidé l'intelligence.

Pour les Égyptiens et les Babyloniens, l'Univers n'avait pas réellement de profondeur. Soleil, Lune et planètes circulaient sur une même surface, ponctuée par les étoiles fixes. L'astrologie imposait même ce modèle : comment échanger des sympathies ou des inimitiés si l'on est loin l'un de l'autre ? Le Cosmos platonicien (et donc pythagoricien) se révèle tout autre : il est nécessairement en volume pour que les astres planétaires (incluant Soleil et Lune) puissent y exécuter leurs chœurs dansants, produisant ainsi la Musique des Sphères. Jean Kepler, un des fondateurs, sinon même le fondateur de l'astronomie moderne (et cette astronomie a eu des répercussions sur finalement toutes les autres sciences, au point qu'on peut valablement se demander : sans Kepler, la civilisation actuelle serait-elle ce qu'elle est, ou non ?), Jean Kepler donc prisait fort l'harmonie platonicienne des

2. Médecin disciple de Pythagore.



La formule de l'Ame du Monde platonicienne a sans doute été calculée à l'aide de méthodes très semblables à celle du compte par jetons figurant sur cette gravure de 1534.

orbes planétaires réglée par la gamme cosmique. Il écrivit à ce sujet un gros volume de réflexions : *les Harmonies du Monde*, rendu facilement accessible au lecteur français par la traduction récente de Jean Peyroux, un ingénieur Arts et Métiers.

Au XVIII^e siècle, l'astronome Laplace imagina un système matérialiste du monde dans lequel les planètes naissaient de la rencontre hasardeuse, mais infiniment peu probable, de deux soleils passant à proximité l'un de l'autre. La découverte de plusieurs systèmes planétaires associés aux étoiles qui nous sont proches a relégué ce hasard au magasin des accessoires rationalistes périmés. Les orbes planétaires possèdent bien l'harmonie que leur attribua Pythagore.

4. Gouverner par le nombre

La richesse des deux progressions construites sur le Pair et l'Impair ne se limite pas à la découverte de la gamme trois fois répétée par l'intelligence formatrice. Plutarque conseille de disposer les Sept nombres selon la lettre grecque *lambda*, ce qui permet d'établir

$$\begin{array}{ccc}
 & 1 & \\
 & 2 & 3 \\
 4 & & 9 \\
 8 & & 27
 \end{array}$$

toute une famille en harmonie. La somme selon la dernière ligne fournit Trente-Cinq qui est appelé Harmonie puisque mariant le premier cube pair et le premier cube impair. La somme selon la seconde ligne, Treize, est l'Insuffisance puisqu'il lui manque une unité pour qu'elle soit juste la moitié de la perfection de Vingt-Huit. Ne voilà-t-il pas une explication du sens néfaste de treize qui est plus logique que celle par Judas, treizième convive à la dernière Cène ! Le mariage de la première ligne est trop connu maintenant pour qu'on y insiste.

Trente-Cinq est aussi la somme des quatre termes de la grande proportion pythagoricienne : Six, Huit, Neuf, Douze, où les deux médians sont moyenne harmonique et moyenne arithmétique des extrêmes. Huit et Neuf figurent dans le *lambda*, qui contient également Douze (4×3) et Six (2×3). La somme des deux séries retrouve Cinquante-Cinq dont voici une propriété nouvelle, à ajouter à celles que lui connaissait Anatolius.

Lorsqu'on effectue les produits par ligne, on trouve Six, Trente-Six et Deux Cent Seize, des nombres utilisés par Platon pour gouverner sa République idéale. Discutant au Livre VIII de *la République* des diverses formes de gouvernement, le philosophe fait constater avec pessimisme par Socrate : « *De même que les choses périssables sont en perpétuel changement, de même les gouvernements finissent un jour par se décomposer. Si habiles et expérimentés que soient les dirigeants idéaux dont nous parlons, il viendra bien un jour où ils oublieront la sagesse en ce qui concerne la procréation des enfants. Ils laisseront naître ceux-ci au moment où il ne faudrait pas.* » Le vieux maître précise cette pensée sous forme d'une énigme mathématique en quelques lignes, puis ajoute : « *Les incapables accèderont alors au pouvoir, de père en fils. Sous-estimant comme il n'est pas permis de le*

faire l'harmonie de l'esprit et l'entraînement du corps, nos jeunes deviendront de plus en plus incultes. Comment faire de ces ignares des chefs pour la cité idéale ! »

Cicéron reconnaissait ce passage comme terriblement obscur. On garnirait un rayon de bibliothèque avec les livres traitant du Nombre Géométrique de Platon. Les valeurs les plus fantaisistes ont été avancées : de 216 (6^3) à 12 960 000 (60^4) ! Le contexte reste pourtant clair : ce nombre est lié à la procréation humaine. Que viendrait faire 12 960 000 dans cette affaire ? Reprenant sans idées préconçues le texte, G. Kayas a pu démontrer que la solution est Trente-Six. Voici la traduction qu'il propose pour le texte de l'énigme : « *La génération divine est régie par une période qui s'exprime à l'aide d'un nombre compris dans le plus parfait des nombres. La génération humaine est régie par le nombre où l'on rencontre pour la première fois trois distances entre quatre points capables d'exprimer les volumes, aussi bien les semblables que les dissemblables, les croissants que les décroissants. Ce sont les nombres du rapport épitrite. Conjugués à cinq, ils engendrent à la troisième puissance deux médians en proportion continue, un à base carrée, l'autre rectangle, de même longueur que le précédent. La proportion est égale à la somme de cent fois la diagonale rationnelle du carré de cinq, moins l'unité, ou bien la diagonale irrationnelle du même carré, moins deux avec cent fois le cube de trois.* »

A l'époque de Platon, on appelait nombres parfaits ceux contenus dans la Tétraktys. Deux et Trois s'imposent alors à l'esprit : ils sont tout spécialement contenus au milieu de l'expression 1, 2, 3, 4. Le nombre Six est bien à considérer, plus exactement son extension géométrique Trente-Six égale à 3 fois ($3 + 4 + 5$), reliée au rapport épitrite (4 et 3) conjugué à 5. Les trois distances 3, 4 et 5 satisfont aux contraintes de distances et de volumes :

$$3^2 + 4^2 = 5^2, \text{ et } : 3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

Le reste de l'énigme n'est que vérifications. Les nombres 3^3 et 4^3 se conjuguent dans la proportion double dont on a l'emploi dans *le Timée* :

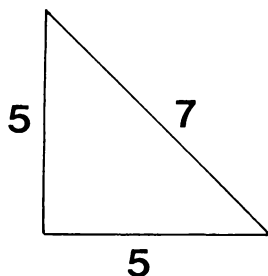
$$\frac{4^3}{4^2 \cdot 3} \quad \frac{4^2 \cdot 3}{4 \cdot 3^2} \quad \frac{4 \cdot 3^2}{3^3}$$

Les nombres médians $48(4^2 \times 3)$ et $36(4 \times 3^2)$ mis en lumière sont à multiplier par 100 pour les rendre divins ; 3 600 est bien issu d'une

base carrée (6×6), et 4 800 d'un rectangle (6×8) dont le petit côté reste 6. Comme une proportion se conserve en ajoutant séparément numérateurs et dénominateurs :

$$\frac{4^3}{4^2 \cdot 3} = \frac{64}{48} = \frac{4 \cdot 3^2}{3^3} = \frac{36}{27} = \frac{64 + 36}{48 + 27} = \frac{100}{75}$$

Le nombre 7 500 est la somme de cent fois le cube de trois (2 700), plus cent fois la diagonale rationnelle du carré de 5 (soit 49) moins une unité, ou la diagonale véritable de ce carré (soit 50) moins 2.



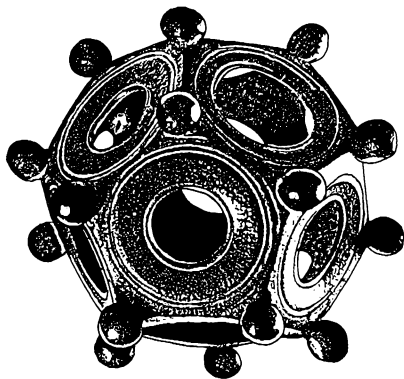
La diagonale du triangle rectangle de côté 5 est « presque » rationnelle.

Pourquoi n'avoir pas tout simplement écrit : trente-six ans ? Discutant de la famille humaine, Platon a sans doute voulu la relier à une de ces familles de nombres en harmonie, si chères aux disciples de Pythagore.

La médecine confirme ce qu'ajoute Platon : « *Ce nombre géométrique possède une telle importance pour les bonnes et les mauvaises naissances que si les chefs de la cité faisaient par ignorance contracter des mariages en désaccord avec lui, ils seraient la cause de naissances d'enfants handicapés.* » Les risques de malformations génétiques croissent effectivement lorsque l'âge de la mère dépasse trente-six ans.

5. Un monde en dodécaèdres

Modèle compréhensible du Cosmos sphérique idéal façonné par le démiurge, le dodécaèdre fut d'un usage assez répandu dans l'Antiquité. On a reproduit l'exemplaire conservé en Suisse par le Musée romain d'Avenches. Ces objets, creux et ajourés, pèsent en moyenne



Dodécaèdre bouleté du Musée d'Avenches (Suisse).

une centaine de grammes. Ils paraissent remonter aux débuts de notre ère encore qu'il existe au moins un spécimen étrusque, découvert à Padoue en 1885, qui remonterait à la première moitié du premier millénaire avant notre ère. Que ces dodécaèdres soient creux, voilà qui renforce leur assimilation à l'image du Cosmos : la sphère de ciel étoilé qui enveloppe ce dernier est forcément creuse, pour contenir les astres qui exécutent les « *chœurs dansants* » de Philolaos. Quant aux boules qui ornent les sommets de ces objets, elles figurent traditionnellement des étoiles dans les nombreux motifs bouletés découverts un peu partout : à Sumer et à Babylone, en Crète, chez les Celtes préhistoriques, etc. ; la sphère du Cosmos est bien piquetée d'étoiles.

Certains dodécaèdres ont servi dans des jeux divinatoires. Le jeu présente toujours un aspect extra-humain : les dieux sont-ils ou non favorables au joueur ? Les Égyptiens affectionnaient les damiers en Pair ou Impair. Les dés de leur côté sont extrêmement anciens ; ils constituent un moyen commode d'atteindre très rapidement au résultat. De nos jours, on n'utilise plus que les dés cubiques, mais le jeu de l'icosaèdre fit fureur dans l'Alexandrie gréco-romaine des III^e et II^e siècles avant notre ère. La découverte de ce polyèdre était toute récente. Les vingt faces de ces dés portaient des lettres indiquant, par leur équivalence numérale, la valeur du coup ; on lit parfois le nom qualifiant le coup.

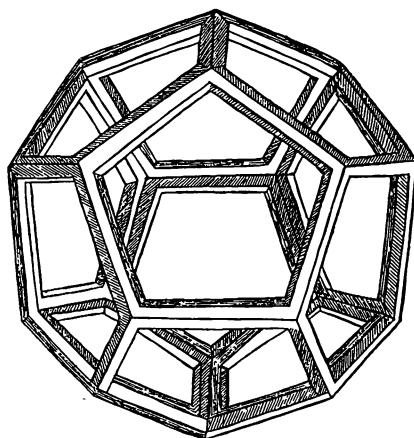
Pour augmenter la richesse des réponses possibles, certains imaginèrent de combiner le jet du dé avec le recours à une table ; là aussi, un procédé fort ancien. Le rhéteur gréco-alexandrin Pollux en parle

ainsi : « *Les pièces sont des cailloux et chacun des joueurs en a cinq sur cinq lignes. Sophocle a donc eu raison de dire : “ Des échecs à cinq lignes, et le jet du dé. ” Au milieu des deux groupes de cinq lignes, il y a la ligne sacrée. Le mouvement de la pièce sur cette ligne a donné naissance au proverbe : “ se mouvoir hors de la ligne sacrée ”.* » Les fouilles de l'île de Salamine ont livré une table destinée à un jeu de ce genre. Assez grand (1,50 sur 0,75 mètre), ce marbre est en excellent état. Les onze lignes y sont tracées, la ligne médiane sacrée étant repérée par une croix. Plus obscure reste la présence de cinq autres lignes à la partie supérieure. S'agirait-il de la place d'attente d'un « mort » ? Un jeu à trois s'avère plus équilibré qu'un jeu à deux, du fait de la supériorité de l'Impair sur le Pair. La présence répétée trois fois d'une liste de chiffres sur lesquels on devait inscrire enjeux et gains renforce l'idée d'une triade de joueurs. Ce nombre de cinq lignes (5 et 2×5 , plus l'unité) trahit l'influence pythagoricienne : Cinq n'est-il pas tout ce qui existe ? On ne peut interroger sa chance que sur un modèle adéquat d'Univers.

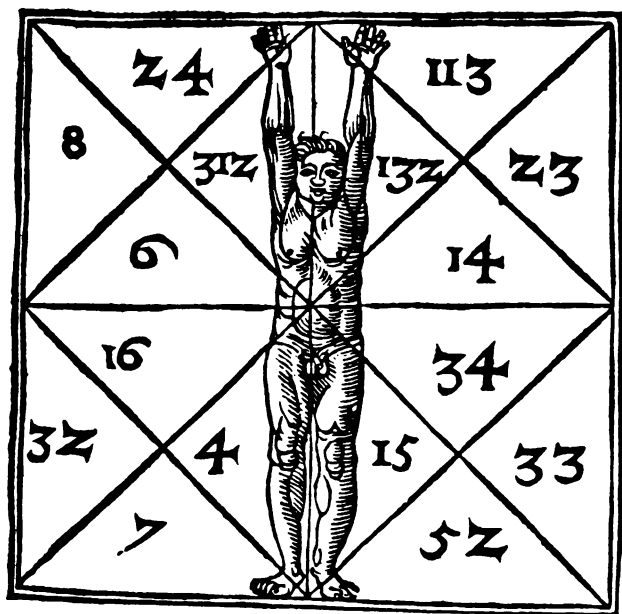
L'utilisation d'un dé en dodécaèdre impose une table annexe à douze rubriques. Les fouilles de la ville romaine de Tebessa en Algérie ont livré une mosaïque dont la bordure est partagée en douze cases repérées par des chiffres ne se suivant pas, ce qui renforce l'idée d'un usage divinatoire. Le jet du dé dodécaédral devait indiquer la case désignée au joueur par le sort. On connaît aussi, de ces époques, des listes de questions et de réponses types groupées par séries de douze, que l'on parcourait en s'aidant des nombres indiqués par le dodécaèdre. Un de ces recueils, mis sous le nom de l'Égyptien Astrampsychos, se réfère explicitement à Pythagore. Ce mode de divination se poursuivit pendant le Moyen Âge, malgré les interdictions de l'Église. N'est-il pas impie de vouloir pénétrer par avance les décisions divines ? La Bibliothèque nationale conserve en manuscrit un *Dodéchedron, ou livre des sorts*, malheureusement incomplet, qui appartient à Étienne Charmoy, apothicaire de Louis XI. Il fallait que ce livre représente une bien grande valeur car « *ledit Charmoy l'acquit de Maître Pierre d'Espagnol, au prix [considérable] de quatre écus d'or plus, en nature, six écus de remèdes* ».

Le jeu du *Dodéchedron de Fortune* fit fureur à la Renaissance comme en témoigne la multiplicité des éditions du recueil associé de questions et de réponses. Chacune des douze listes de douze questions se rapporte à un thème général : naissance, victoire, amitié, etc. En

combinant sur la table adéquate les nombres relatifs à la question posée avec le nombre fourni par le jet du dé, on est renvoyé à l'une des 144 pages où figurent 2 728 (12×144) réponses. Le numéro de la question posée constitue la seconde clé qui définit la réponse dévoilée par le sort. La rédaction des réponses a été établie en accord avec le symbolisme (unité, imperfection, perfection, mesure, etc.) du numéro (1, 2, 3, 4, etc.) qu'elle porte. Amusant jeu d'une société raffinée ? Héritage authentique de Pythagore ? *Le Dodéchedron de Fortune* renoue par-delà les siècles avec le demiurge de Platon, formateur du Cosmos et organisateur de notre Univers.



Dodécaèdre creux attribué à Léonard de Vinci.



Les proportions de l'homme et leurs nombres occultes (Cornelius Agrippa: *De Occulta Philosophia Libri III*, 1533).

CHAPITRE VI

Rapports en harmonie

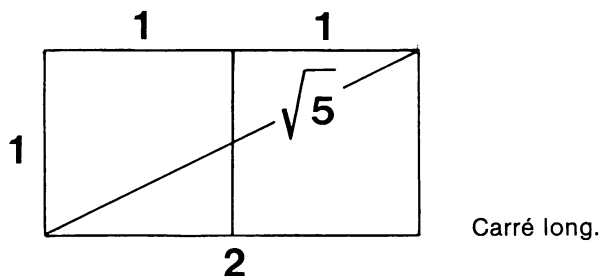
1. Salomon édifie le Temple

Les bureaux d'études techniques que sont devenus les grands cabinets d'architecte définissent les dimensions d'un édifice compte tenu des seules contraintes de la résistance des matériaux. Si la technologie du béton précontraint progresse dans les laboratoires, tant mieux : ils vont pouvoir faire des tours encore plus hautes pour défier davantage le ciel. Nul souci de proportionner harmonieusement les principales dimensions de la construction. Il y a quelques décennies, Le Corbusier avait ambitionné d'imposer à ses confrères le « Modulor », basé sur le fameux Nombre d'Or, redécouvert au XIX^e siècle par A. Zeising, appliqué à l'archéologie par M. Lund, J. Hambidge et E. Mössel dans les années 1920, excellemment vulgarisé enfin par Matila Ghyka. Le mouvement s'est, depuis, amplifié au point de se transformer presque en religion avec dévots et persécuteurs. Pour les

uns, il suffit de retrouver Φ , soit $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (= 1,618033) dans un objet,

et cet objet est automatiquement harmonieux. Pour les autres, il n'y a là que fantaisie et délire et toute recherche à ce propos reste interdite aux « vrais » scientifiques (ne faudrait-il pas plutôt lire : « scientistes » ?).

Les architectes de l'Antiquité ignorèrent le Nombre d'Or (qualificatif créé tardivement par Léonard de Vinci illustrant le traité *De la divine proportion* de son ami le moine Luca Paccioli). Mais ils l'utilisèrent cependant, car $\sqrt{5}$ apparaît tout naturellement dans le « carré long », rectangle constitué de deux carrés vrais accolés. « *La maison*



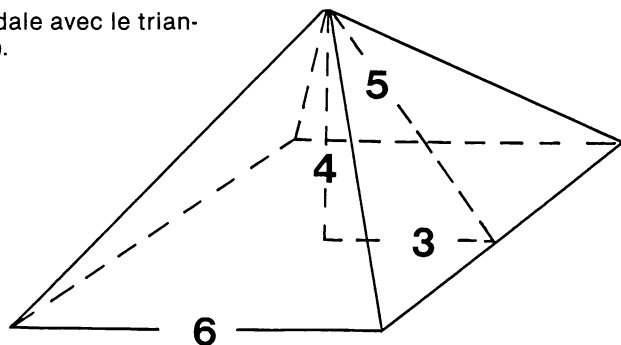
que le roi Salomon bâtit à Yahweh avait soixante coudées de longueur, vingt de largeur et trente coudées de hauteur. Le portique devant le temple de la maison avait vingt coudées de longueur dans le sens de la largeur de la maison, et dix coudées de largeur sur le devant de la maison », rapporte la Bible. Cela définit des diagonales pour le grand mur et pour le parvis de respectivement $30\sqrt{5}$ et $10\sqrt{5}$ coudées d'après le théorème de Pythagore. L'irrationnelle $\sqrt{5}$, de valeur 2,336, s'approche à 1/10 de pour cent près par la fraction $\frac{7}{3}$, calculée par la méthode d'Archytas.

Des maçons, même royaux, ne travaillent pas au millième près ! Il n'y eut donc pour eux aucune difficulté majeure à se contenter d'approximations rationnelles simples. Les maîtres d'œuvre avaient en tête un souci autrement plus important que l'emploi isolé de tel ou tel rapport. Il importait pour eux de concevoir ce que l'ingénieur militaire romain Vitruve qualifie de symétrie de l'édifice. Le sens du mot a évolué depuis. Il s'agissait alors de la correspondance équilibrée qui doit exister entre les éléments de la construction, d'une part, entre ces parties et l'ensemble, d'autre part. L'harmonie recherchée résultait du maniement judicieux de rapports simples : $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, etc. (et aussi $\frac{7}{3}$ et $\frac{17}{12}$), afin d'introduire une unité commune avec laquelle on mesure tout, simplement. C'est bien le sens étymologique de « symétrie » : avec une même mesure. Les maîtres d'œuvre du Moyen Age et de la Renaissance ne l'ignorèrent pas.

La pyramide se révèle infiniment plus simple qu'une cathédrale puisqu'il suffit d'un seul et unique rapport pour déterminer totalement sa « symétrie » : la mesure, par exemple, du côté du carré de

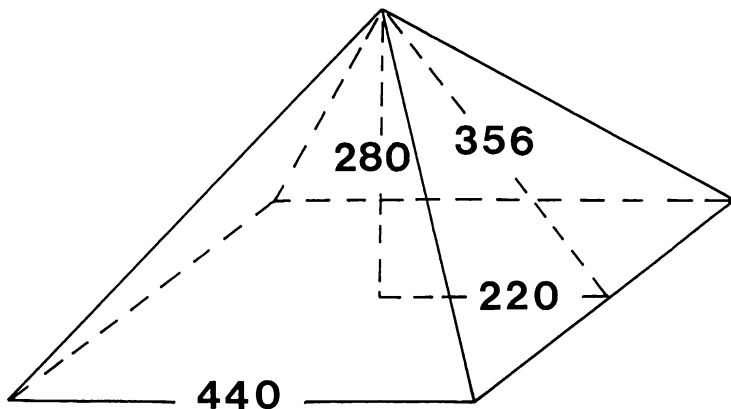
base rapportée à la hauteur du sommet au-dessus de cette base. On peut raisonnablement penser que les maîtres d'œuvre des pyramides d'Égypte choisirent pour ce rapport un nombre entier ou une fraction simple. Les pyramidomanes feraient bien de rechercher avant tout cette clé, recherche que facilite la consultation du papyrus Rhind : quatre des six problèmes pyramidaux traités se rapportent à des édifices structurés de telle sorte que les triangles rectangles qui définissent la pente des faces sont de la forme (3, 4, 5). De ce fait, les côtés du carré de base valent six. Tout cela ne va-t-il pas presque de soi ?

Symétrie pyramidale avec le triangle sacré (3, 4, 5).



Une pyramide un peu plus aplatie perd en majesté. A l'opposé, augmenter un peu plus la hauteur risque de faire écrouler la masse des pierres empilées. On se souvient du terrible éboulement du terril d'Aberfan. L'accident se serait produit au moins une fois dans l'ancienne Égypte, si l'on en croit l'étude du physicien K. Mendelsohn : il s'agit de ce qu'on appelle la pyramide ruinée de Méïdoun.

Si les pyramides de Chéphren, ainsi que beaucoup d'autres (Ouserkaf, à Saqqarah ; Néferirkéré, à Abousir ; Isési-Djakaré, à Saqqarah, et les petites pyramides de la VI^e dynastie, toujours à Saqqarah — et je renvoie à ce sujet au tableau de Ph. Lauer dans *le Mystère des Pyramides*) utilisent le triangle (3, 4, 5), la grande pyramide de Chéops se montre un peu moins audacieuse. Le triangle hauteur/demi-base a pour rapport 14/11 (soit 1,273, au lieu des 1,333 du rapport 4/3). Le croquis donné ici est coté en coudées égyptiennes. On constate que le rapport du demi-périmètre (880 coudées) à la hauteur (280 coudées) vaut 22/7 : valeur approchée de Pi calculée par Archimède. Simultanément, la hauteur selon le plan d'une face



Symétrie de la Grande pyramide de pente 14/11. Les dimensions sont en coudées égyptiennes.

valant 356 coudées, son rapport à la demi-base (220 coudées) vaut 1,618, une quantité qui n'est autre que le Nombre d'Or. Mais il s'avère probable qu'il ne s'agit là que de coïncidences comme on en trouve tant quand on explore les riches champs de la numérologie.

Pyramides à degrés et ziggourats à étages babyloniennes possèdent une symétrie plus riche que celle de la pyramide simple : le maître d'œuvre peut jouer par exemple sur le nombre d'assises et sur la hauteur relative de chacune d'elles. Plutôt que de reconstituer plus ou moins hypothétiquement le plan voulu, en interprétant des fouilles aux mensurations toujours imprécises, il serait bien préférable de disposer de véritables données d'origine. Par une chance inouïe, on a retrouvé des copies de la tablette babylonienne révélant les principales dimensions de l'E-Temen-An-Ki, « La Base du Ciel et de la Terre », ce monument dédié à Bel-le-Ciel et dont les Hébreux captifs dans ce pays firent la tour de Babel de la Bible.

L'érudit Marcel Dieulafoy a tenté, et la lecture de ce texte, et la reconstitution architecturale de la pyramide à étages que fut cette ziggourat. Il a utilisé comme schéma directeur le triangle rectangle (3, 4, 5) accolé à un triangle équilatéral dont la hauteur est le plus petit côté du triangle rectangle (soit 3). Le schéma ci-après décrit graphiquement ce qu'il faut entendre par là.

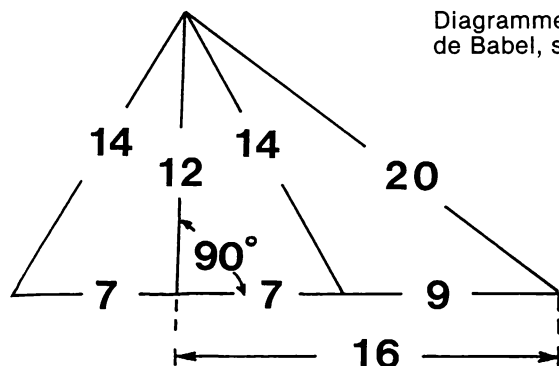


Diagramme directeur de la Tour de Babel, selon M. Dieulafoy.

Le rapport exact de la hauteur d'un triangle équilatéral à son côté est $\frac{\sqrt{3}}{2}$. L'approximation entière 14 pour le côté (12, soit 3×4 , étant la hauteur) s'obtient en utilisant la valeur rationnelle $\frac{12}{7}$ comme approximation de l'irrationnelle $\sqrt{3}$ (la valeur rigoureuse est 13,86 ce qui ne fait pas plus de 1 % d'écart avec l'entier 14). Comme on a déjà eu l'occasion de le dire, des maçons, même travaillant pour les rois, se satisfont largement d'approximations au pour cent !

On peut critiquer la reconstitution tentée par M. Dieulafoy. Notons en passant que 12 a comme inverse sexagésimal 5, voire donc 50, et que Cinquante est bien le Nombre de Bel-le-Ciel. Les pentes du triangle tracé plus haut sont (je les prends en cotangente, comme le faisaient les Égyptiens, témoin le papyrus Rhind) $\frac{4}{3}$ et $\frac{7}{12}$, soit des angles de 37° et 60° (le grand triangle n'est pas tout à fait rectangle). Cette différence de pentes permettait de créer une impression de fuite et d'indéfini qui diffère de l'uniformité et du statisme d'une pyramide.

Avec un édifice parallélépipédique comme le temple de Salomon, la symétrie gagne de nouvelles possibilités. La nef intérieure fut ainsi entourée de bas-côtés dont les dimensions sont, bien sûr, des nombres entiers simples. Ici aussi, le texte biblique permet de les connaître de

première main, sans avoir à se livrer à de douteuses approximations. M. Dieulafoy a montré que la structure générale s'inscrit dans le triangle rectangle (3, 4, 5) qui fait figure de module quelque peu universel.

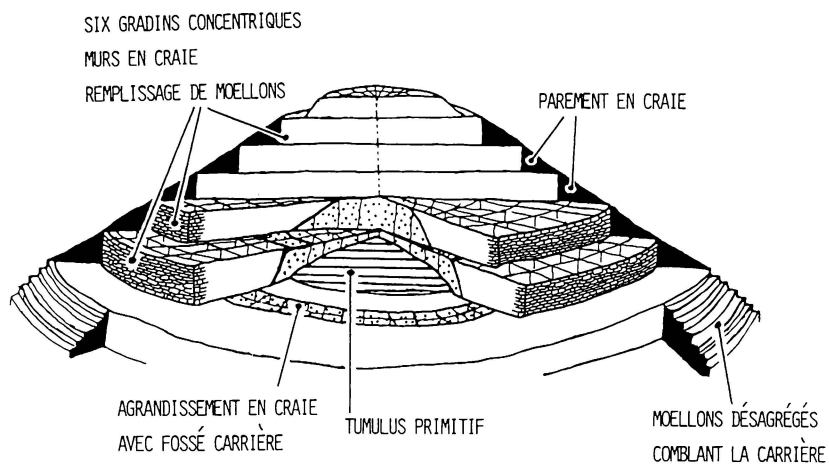
2. Comment dynamiser les rectangles

Il n'y a plus guère de monuments pyramidaux (pardon, j'allais oublier la pseudo-pyramide qu'un architecte américano-japonais propose pour la cour du Louvre, au mépris de toute harmonie architecturale !). Il faut bien voir que pendant longtemps, la dimension des édifices fut limitée par la résistance des matériaux disponibles : pierre, brique ou bois. L'entassement en pyramide permettait d'aller bien au-delà de ce que l'on pouvait faire en matière de construction plus classique. Encore qu'une pyramide ne soit nullement un simple tas de pierres empilées : il existe obligatoirement des structures internes, murs transversaux, ou noyaux (la pyramide écroulée de Meidoun permet de bien se rendre compte de l'existence de ces structures internes, ignorées, voire niées de certains égyptologues). A ce propos, connaissez-vous Silbury Hill : il s'agit du plus étonnant monument mégalithique jamais construit. Cette colline artificielle d'un diamètre à la base de 160 mètres et d'une hauteur de 40 mètres a un volume de 300 000 mètres cubes (le huitième seulement du volume de la grande pyramide, celle de Chéops). On a creusé des tunnels pour sonder Silbury Hill, afin de voir s'il n'existait pas de chambres funéraires cachées au plus profond de ce gigantesque tumulus. Le résultat fut négatif : aucune chambre, c'est une pyramide pure. Mais ces tunnels et galeries ont permis de constater que Silbury Hill n'est pas un simple entassement de blocs de craie : les constructeurs mégalithiques ont élevé en fait une pyramide à degrés (comme la première pyramide égyptienne, celle que le génial Imhotep construisit à Saqqarah pour le pharaon Djoser). Puis les degrés ont disparu sous un parement externe, mais c'est grâce à sa solide structure interne que Silbury Hill est resté debout depuis plus de 4 500 ans, tout comme ces monuments quasi contemporains que sont les pyramides d'Égypte.

Au fait, Imhotep aurait-il, ou non, eu connaissance de l'existence des pyramides mégalithiques de l'Extrême-Occident ? Compte tenu des dates auxquelles on est arrivé pour ces dernières, il n'est plus



Vue aérienne de la pyramide de Silbury Hill, entourée de sa carrière.



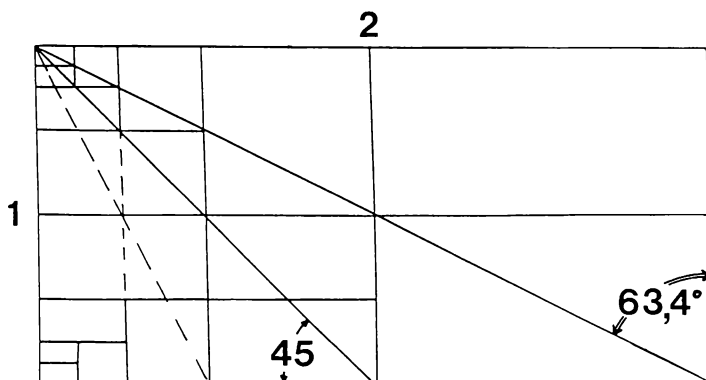
Structure interne de Silbury Hill.

absurde de poser ce genre de question, même s'il reste peu probable qu'on puisse jamais y répondre un jour.

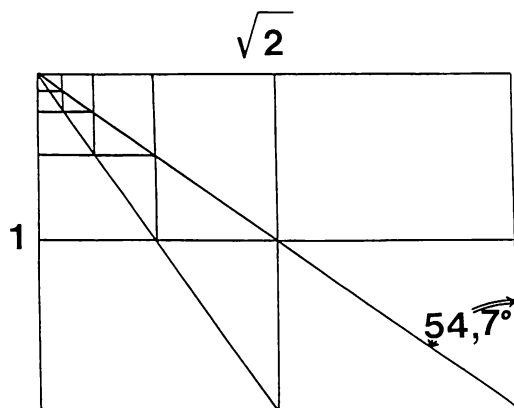
Comme on l'a dit, un monument tant soit peu complexe exige, pour être ressenti comme « beau », qu'existe une certaine proportionnalité entre toutes ses parties. L'Américain J. Hambidge a estimé que ce pouvait être obtenu si l'architecte avait mis en œuvre une certaine symétrie dynamique (attention au sens du mot « symétrie », qui n'est pas à prendre dans le sens actuel, mais dans celui de Vitruve : mesure commune ordonnant toutes les parties de l'édifice). En d'autres termes, si les dimensions principales du monument sont telles qu'il s'inscrive par exemple dans un « carré long » (deux carrés accolés), ce « carré long » doit se retrouver un peu partout dans l'édifice. La répétition du thème crée alors l'impression d'ordre et de beau. On trouvera ici l'esquisse du tracé harmonique du carré long. Bien entendu, on peut faire la même chose pour des rectangles différents, par exemple des rectangles ayant comme dimensions $(1, \sqrt{2})$ ou encore $(1, \sqrt{3})$. Mais on ne peut mélanger les thèmes, par exemple $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$. Une exception : on peut mélanger le rectangle d'or $(1, 1,618)$ avec le rectangle $(1, 2,236)$ puisque tous deux sont construits avec l'irrationnelle $\sqrt{5}$.

Les idées de Hambidge furent vulgarisées en France par le prince Matila Ghyka. Mais a-t-on des preuves formelles de l'emploi de tracés dynamiques par les architectes du Moyen Age et de la Renaissance ? A défaut d'en avoir pour les architectes de la Grèce antique, et de Rome (Vitruve n'en parle pas, lui qui traite longuement de la symétrie). La réponse est oui, encore que les témoins soient rares. Le plus beau cas connu est sans doute ce tracé harmonique de la cathédrale de Milan donné par l'architecte Cesare di Cesariano.

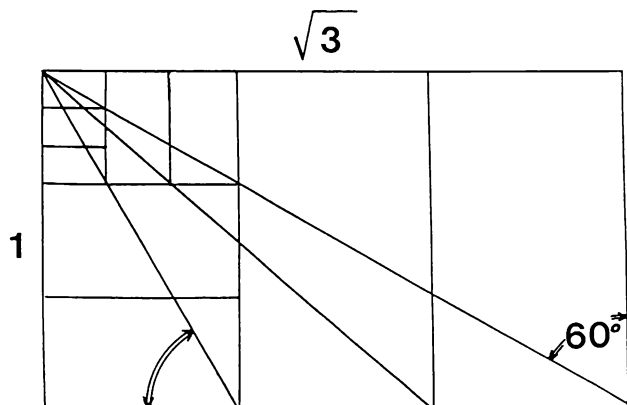
Le dynamisme peut se déployer dans l'espace. Un très ancien exemple est ce qu'on appelle la « Chambre du Roi », dans la grande pyramide. Les dimensions du rectangle de base sont dix et vingt coudées. La hauteur mesurée faisait problème, car le nombre de coudées n'est apparemment pas entier : 11,18. L'énigme fut résolue par l'égyptologue Jean-Philippe Lauer. Cette valeur non entière se relie à l'irrationnelle $\sqrt{5}$ (la hauteur valant $5 \times \sqrt{5}$ coudées). Du coup, la diagonale principale de la chambre est rationnelle : 25 coudées, tout comme la diagonale des faces d'extrémités de la chambre : 15 coudées. On retrouve enfin le triangle (3, 4, 5) : grand côté de la chambre, diagonale des faces d'extrémités et diagonale principale (20, 15 et



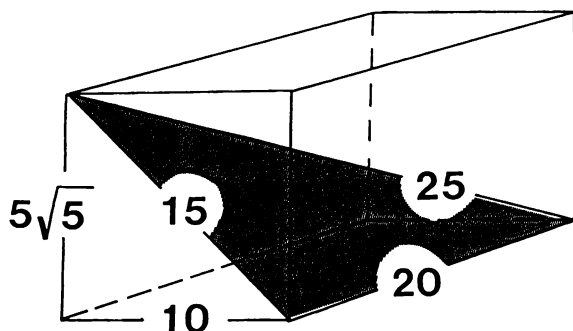
Symétrie dynamique avec le carré « long ».



Symétrie dynamique avec le rectangle Racine de 2.



Symétrie dynamique avec le rectangle Racine de 3.



La chambre dite « du Roi » dans la Grande pyramide.

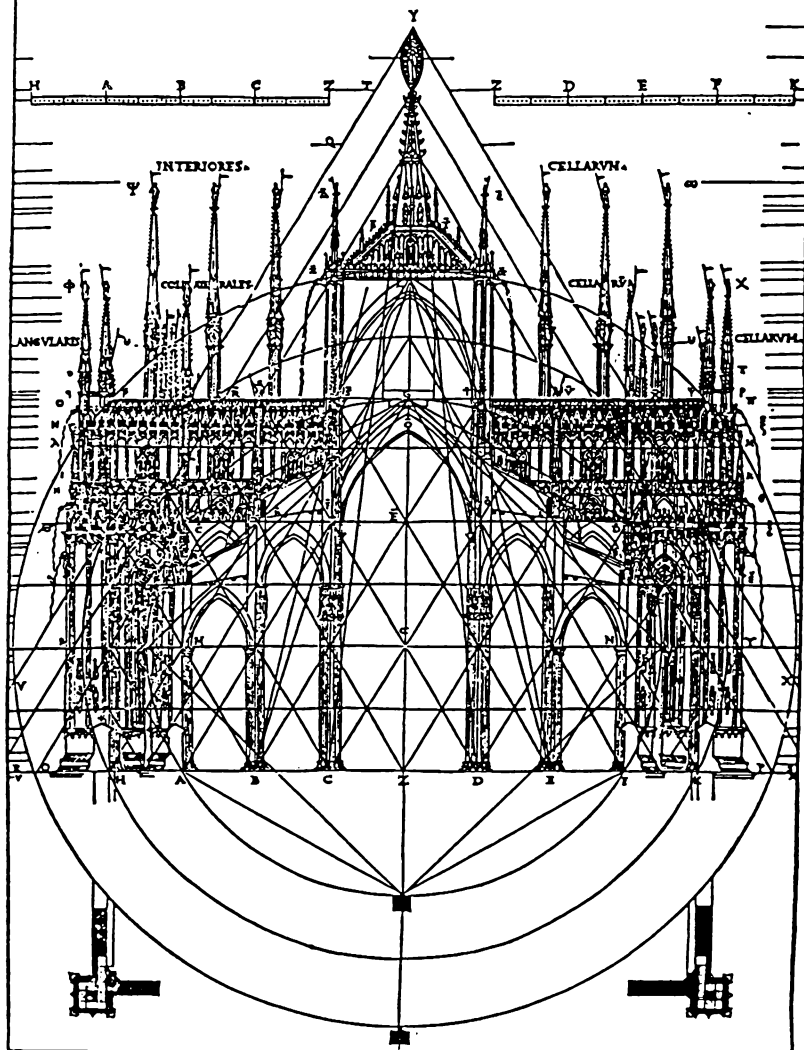
25). Cette chambre sépulcrale est située dans la pyramide à un niveau tel que la surface de la pyramide à ce niveau soit juste la moitié de la surface de base.

3. Décade de médiétés

« La comparaison de deux nombres, ou de deux quantités de même espèce, est appelée rapport. Si l'on compare deux nombres par soustraction, on forme un rapport arithmétique comme 8 moins 3 égale 5 ou 20 moins 4 égale 16. Si l'on compare deux nombres par division, on forme un rapport géométrique comme 8 divisé par 4 égale 2, ou 18 divisé par 3 égale 6. » Ces définitions montrent qu'au XVIII^e siècle la notion de rapport gardait toujours un sens très large. L'auteur de ces lignes luttait contre les empiriques à la Cl. Perrault qui ne voulaient voir désormais dans les dimensions d'un bâtiment que le bon vouloir de l'architecte. Face à ces ignorants, C.-E. Briseux rappelle l'importance essentielle de la symétrie ; le fait que cet auteur tout imprégné de tradition ne mentionne pas le Nombre d'Or tend à prouver que cette quantité ne constitue nullement la base obligée de toute esthétique. Il eut le souci de ne point utiliser le caractère imprimé pour son œuvre : il fit composer le texte par des artistes calligraphes.

La distinction entre rapport arithmétique et rapport géométrique éclaire singulièrement les spéculations des pythagoriciens. On

IDEA GEOMETRICAE ARCHITECTONICAE AB ICNOGRAPHIA SYMPTA. VT PER AMVSSINEAS POSSINT
 PER ORTHOGRAPHIAM AC SCAENOGRAPHIAM PERDUCERE OMNES QUASCVQVE LINEAS. NON
 SOLVM AD CIRCINI CENTRVM. SED QVAE A TRIGONO ET QUADRATO AVT ALIO QVOVIS MODV
 PERVENIVNT POSSINT SVVM HABERE RESPONSV. TVM PER EVRYTHMIAM PROPOR
 TIONATAM QVANTVM ETIAM SYMMETRIAE QVANTITATEM ORDINARIAM AC PER
 OPERIS DECORATIONEM OSTENDERE. VTI ETIAM HEC QVAE A GERMANICO MORE PERVE
 NIVNT DISTINGVNTVR PENE QVEMADMODVM SACRA CATHEDRALIS AEDES MEDIOLANI
 PATET. ELG^a P. A. M. C. C. A. A. P. A. VI. Q. C. C. AC AF. D. A



Symétrie « *ad trigonum* » de la façade du Dôme de Milan, selon Cesare di Cesariano.

s'embrouille aisément avec les divers termes anciens : rapport, proportion, médiété. On vient de voir le sens très exhaustif du rapport. Reprenant les termes de C.-E. Briseux, on dira que la comparaison entre deux rapports est appelée proportion. Lorsque ces rapports sont géométriques, il n'est plus nécessaire que les quantités figurant dans la proportion soient de même espèce, ce qui éclaire le sens du mot *analogia* employé par les mathématiciens grecs pour désigner la proportion. L'analogie établit bien une comparaison entre choses en rapport.

En écrivant symboliquement : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on sous-entend une foule

de choses cachées derrière la formulation : *a* est à *b* comme *c* est à *d*. La puissance très grande de ce symbolisme ne doit pas faire oublier qu'il est somme toute récent. Il faut attendre Nicole Oresme (vers 1323-1382) pour voir inventer la barre de fraction. La proportion constitue une généralisation indéniable de la notion beaucoup plus élémentaire de rapport. On peut désormais comparer, par exemple, les longueurs physiques de deux cordes vibrantes avec les sensations physiologiques associées aux notes musicales qu'elles émettent et même avec les dimensions de deux orbites planétaires. Égyptiens et Babyloniens avaient préparé le terrain en travaillant beaucoup sur les rapports. La proportion pythagoricienne permit de découvrir les concepts généraux cachés derrière les listes, patiemment élaborées, de cas particuliers. Cette découverte fut le pas décisif que l'on attendait depuis des millénaires.

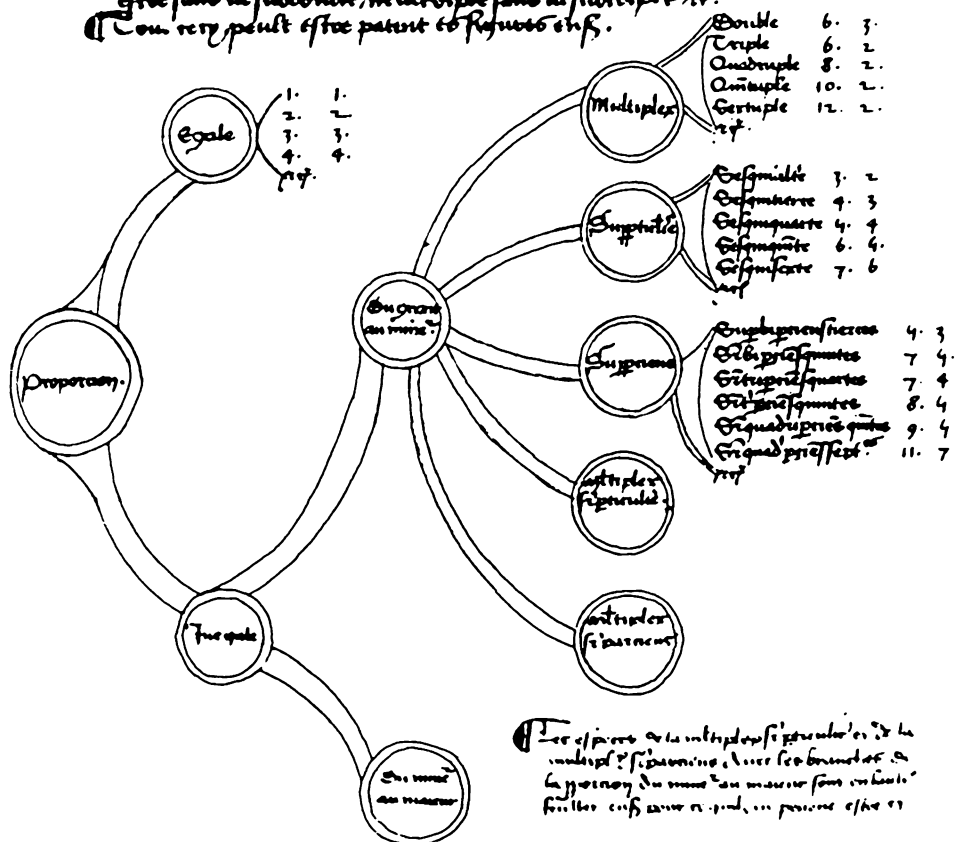
La proportion se construit avec quatre termes, ce Quatre qui est Mesure. Mais il suffit en fait de trois éléments différents seulement

pour réaliser une proportion de forme : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ que l'on généralise facilement à ces progressions continues : 1, 2, 4, 8, etc., familières aux scribes égyptiens. En effet : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, etc.

La réduction à trois termes met en relief celui qui est au milieu, entre les deux extrêmes : *a* est à *b* comme *b* est à *c*. Le nom de « médiété » s'applique tout naturellement à la quantité *b*. Aujourd'hui, on dirait plutôt terme médian. Y a-t-il un nombre indéfini de médiétés ? Au contraire, leur famille reste-t-elle limitée ? Depuis un temps immémorial, l'homme connaissait la moyenne arithmétique

quatre amtes sup. r. ou celle minime et de notation
 que l'on peut rompre et sentir. Immobiles. Especs
 en ceste proportion. ¶ Quant le majeur est preposé
 et deuant moy adonc rommeu l'ant sont assignés les
 noms des proportions deuant ditz. Et si le mineur est
 preposé adonc aux noms deuant ditz son doit deuant ment
 reste preposon. sub. et rest est la proportion du mineur
 au majeur ou quant le mineur est proportioné au majeur
 forme. 1. a. 2. rest proportion subduble. Ou. 2. a. 3.
 subduple surmont. 3. a. 2. est sesquialtre et ainsi des
 autres selon leur mode. Ceste proportion, l'oy du majeur
 mineur au majeur a telles et deuant et sembler espees
 que celle du mineur au mineur car la double ne peut
 estre sans la subduble, ne la triple sans la subduple. r.
 ¶ Tout ce peut estre patit et figure en s.

¶ Quant la proportion
 est proportion des notes
 on doit noter la proportion des
 notes principales. Ne s'entend
 par ce que l'on ne mesure que
 selon les notes. Si le mineur est
 rommeu au majeur adonc rest
 proportion qui doit estre de nombre
 de sub.



¶ Les especs de la multiple et submultiple et de la
 multiple et submultiple avec les nombres de la
 proportion du mineur au majeur sont enuoyés
 toutes ces especes et nombres en une seule

b entre deux quantités a et c . Il est facile de voir que cette moyenne s'écrit sous forme de la proportion suivante :

$$\frac{a - b}{b - c} = \frac{a}{a}$$

Il en va de même pour la moyenne harmonique, cette moyenne arithmétique entre inverses, à la mode de Babylone :

$$\frac{a - b}{b - c} = \frac{a}{c}$$

Réfléchissant un tant soit peu sur les deux expressions précédentes, on est conduit à écrire leur complément naturel :

$$\frac{a - b}{b - c} = \frac{a}{b}$$

qui rend parfaite une famille désormais placée sous le signe de Trois. Cette troisième proportion définit la moyenne géométrique. Sa découverte eut d'ailleurs lieu de toute autre façon. On se rappelle le rectangle qui, dans *le Timée*, permettait d'évoluer d'un carré de côté a à un carré de côté différent c :

$$\frac{a^2}{ac} = \frac{ac}{c^2}$$

Le côté b du carré intermédiaire hypothétique construit sur la médiété ac représente bien une sorte de moyenne qu'il est naturel d'appeler géométrique. On vérifie sans peine l'identité des deux relations de définition ci-dessus.

Pendant plusieurs siècles, on manipula surtout ces trois moyennes, mais la généralisation avait commencé. L'esprit de curiosité conduisit à se demander : quels sont tous les groupes de trois nombres inégaux tels que deux de leurs différences (rapports arithmétiques) soient entre elles (rapport géométrique) comme sont deux des nombres. Le nom de médiété a fini chez les néo-pythagoriciens par être réservé aux seules proportions à trois termes qui satisfont la définition que l'on vient d'énoncer. Par raison de symétrie, on trouve d'abord trois médiétés qui se déduisent facilement de la première sous-famille : arithmétique, harmonique, géométrique. Les expressions de cette seconde sous-famille sont :

$$\frac{a - b}{b - c} = \frac{c}{a}, \quad \frac{a - b}{b - c} = \frac{b}{a}, \quad \frac{a - b}{b - c} = \frac{c}{b}.$$

On les appela sous-contraires. Leur découverte remonterait jusqu'à Archytas, peut-être même à Hippiase, disciple direct de Pythagore.

Y a-t-il d'autres médiétés ? Les pythagoriciens Myonde et Euphranor les découvrirent, « *atteignant ainsi le nombre parfait de Dix qui, selon les pythagoriciens, est le plus parfait des nombres* », constate avec joie Nicomaque de Gêrased. Il faut avouer que l'on peut être troublé par cette apparition inattendue de la Décade dans un domaine où on ne l'escomptait pas *a priori*. En toute rigueur, il existe une onzième médiété, comme l'a montré P.-H. Michel ; cependant celle-ci reste quelque peu à part. Elle n'en est pas moins importante car elle permet dans de nombreux cas de générer des séries additives de Fibonacci. Voici le tableau de ces dix (plus un) membres de la famille, avec la valeur formelle de la médiété *b*. Le symbole *a* désigne la plus grande des quantités maniées, et le symbole *c* la plus petite. La valeur cherchée de *b* est toujours située entre ces deux extrêmes. On a joint pour illustrer un exemple d'application dans le cas où les deux termes extrêmes sont 6 et 12, ainsi qu'un exemple en nombres entiers.

Ce qui se résume en un seul tableau avec l'emploi d'une notation appropriée exigeait de longs et pénibles développements à l'époque lointaine où l'on ne disposait pas de ce symbolisme puissant, parce que simple. La résolution formelle des équations du second degré était d'ailleurs ignorée ; elle fut maîtrisée au IX^e siècle seulement par le mathématicien Al-Khwarizmi, de la région au sud de la mer d'Aral. On observe l'irruption d'irrationnelles via la médiété géométrique, sa sous-contraire, et les autres qui s'y relient. De ce fait, le Nombre d'Or figure comme solution dans l'exemple choisi. On voit aussi apparaître $\sqrt{17}$, sur qui trébucha Théodore. La médiété fibonaccienne ne fournit par contre pas de solution avec 6 et 12 puisque la condition d'existence n'est pas strictement remplie (deux fois six égale juste douze).

4. Un homme d'État mécanicien

Si certains ont pu nier l'existence de Pythagore, il n'en va pas de même pour Archytas dont la pensée et l'action politique se placent très haut dans l'histoire de Tarente, en Grande-Grèce. Les auteurs

<i>relation</i>	<i>médiété formelle</i>	<i>exemple (a = 12, c = 6)</i>	<i>exemple en nombres entiers</i>
$\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{a}$	$\frac{a+c}{2}$	9	1,2,3
$\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{b}$	$\sqrt{ac}$	$6\sqrt{2}$ ou 8,48	1,2,4
$\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$	$\frac{2ac}{a+c}$	8	2,3,6
$\frac{a-b}{b-c} = \frac{c}{a}$	$\frac{a^2+c^2}{a+c}$	10	3,5,6
$\frac{a-b}{b-c} = \frac{c}{b}$	$\frac{1}{2}(a-c + \sqrt{a^2+5c^2-2ac})$	$6\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$ ou 9,71	2,4,5
$\frac{a-b}{b-c} = \frac{b}{a}$	$\frac{1}{2}(c-a + \sqrt{5a^2+c^2-2ac})$	$3(\sqrt{17}-1)$ ou 9,33	1,4,6
$\frac{a-c}{b-c} = \frac{a}{c}$	$\frac{2ac-c^2}{a}$	9	6,8,9
$\frac{a-c}{a-b} = \frac{a}{c}$	$\frac{a^2+c^2-ac}{a}$	9	6,7,9
$\frac{a-c}{b-c} = \frac{b}{c}$	$\frac{1}{2}(c + \sqrt{4ac-3c^2})$	$6\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$ ou 9,71	4,6,7
$\frac{a-c}{a-b} = \frac{a}{b}$	$\frac{a^2}{2a-c}$	8	3,4,6
$\frac{a-c}{a-b} = \frac{b}{c}$	$\frac{a-c}{\text{(si } a \text{ plus grand que } 2c)}$	n'existe pas	3,5,8

anciens ont couvert d'éloges ce pythagoricien politique dont Platon fut l'ami dévoué. C'est Archytas qui, en 361 av. J.-C., décida le maître de l'Académie à venir pour la troisième fois en Sicile, à la cour de Denys, tyran de Syracuse. Il venait d'être élu stratège de Tarente pour la sixième fois consécutive. Fait inouï, car la Constitution de cette cité italote interdisait le renouvellement du mandat. Mais la valeur d'Archytas se montrait telle que l'on dérogea encore, le réélisant en 360 pour la septième fois. Son prestige sauva Platon en l'arrachant aux griffes de Denys que le philosophe, déçu par l'autocrate, avait violemment critiqué : « *Je fais avertir Archytas, et mes autres amis tarentins, de la situation critique où je me trouve. Sous prétexte d'une ambassade, ils envoient Lamisque sur un navire à trente rameurs. Dès son arrivée à Syracuse, celui-ci intercède pour moi auprès de Denys.* » Le tyran dut s'incliner devant la menace discrète, mais puissante. L'autorité du chef pythagoricien l'emportait sur le pouvoir du despote.

Cette autorité fut également reconnue par la Confédération italote, cette alliance qui groupait les principales cités du nord de la Grande-Grèce, comme Métaponte, Crotone, Héraclée, Vélie et même Naples, sans oublier Tarente. Les relations de la Confédération avec Syracuse, qui dominait le sud de la péninsule, n'étaient pas mauvaises. Les Samnites de la côte adriatique cherchaient à négocier. La flotte de commerce tarentine étendait ses relations jusqu'à l'Attique. Le monde civilisé allait-il devenir un grand État pythagoricien ? Tout s'écroula vite avec la retraite d'Archytas qui hésita, peut-être, à faire renouveler une huitième fois son mandat : huit n'est pas un nombre favorable pour gouverner, avec son caractère de pair plus que pair. Il est vrai que l'homme avait passé la quarantaine vers -400 : son grand âge peut expliquer aussi ce retrait de la vie politique.

Archytas écrivit beaucoup, sans doute avant de commencer sa carrière politique. Il ne reste de ses œuvres que quelques lambeaux démembrés, et ce que Platon incorpora de ses idées dans *le Timée*, *la République*, *les Lois* et *l'Épinomis*. Ce sage ne se contenta pas de la seule spéculation intellectuelle ; expert en proportions musicales, il expérimenta sur les instruments à vent, comme la flûte. On peut le tenir pour le fondateur de l'acoustique et Platon fait sans doute mention des théories de son ami lorsqu'il écrit : « *Le son est un choc transmis à travers les oreilles, par l'air, le sang et le cerveau jusqu'à l'âme. Ce choc détermine un mouvement qui commence dans la tête et se termine vers le foie : c'est l'ouïe. Si le mouvement est rapide, le*

son est aigu ; s'il est plus lent, le son est plus grave. S'il est uniforme, le son est doux, et rude à l'opposé. »

Si l'on en croit la tradition, le Tarentin aurait été en plus habile mécanicien. Comme Archimède défendant sa cité natale de Syracuse contre la brutalité du militarisme romain, Archytas appliqua ses connaissances étendues à la création de machines de guerre, sans croire renier pour autant ses devoirs de philosophe. Cette activité concrète agaça Platon qui reprocha à son ami de désertir le monde idéal de la mathématique pour des applications mécaniques terre à terre, comme cette invention *« d'une colombe de bois qui volait. Mais une fois qu'elle s'était posée, elle ne pouvait pas repartir. Le mécanisme n'allait pas plus loin. »*. Mais, surtout, il essaya de résoudre des problèmes d'irrrationnelles en construisant ce que l'on appellerait aujourd'hui un calculateur analogique. On a retrouvé en 1900, au large de l'île d'Antikythera, dans l'épave d'un navire, un calculateur analogique des mouvements célestes qui daterait de vers - 80 av. J.-C. Cela prouve que ce genre d'objet a bien existé dans la Grèce antique. Pourquoi ne pas créditer le savant pythagoricien de leur invention ?

5. Des gammes en tout genre

« La nature engendre en conformité avec chaque progression un genre et une forme spécifiques. La première progression s'avance suivant la raison du double, d'après le rapport numérique de un à deux. Double également celle qui progresse selon le carré ; double encore, celle qui s'achemine vers le solide et le tangible en sautant de un à huit. Enfin, dans l'échelle qui va du double à un, l'une des médiétés est juste au milieu, puisqu'elle surpasse le plus petit d'une quantité égale à celle dont elle est surpassée par le plus grand. L'autre médiété surpasse et est surpassée par les extrémités d'une même fraction de chacune d'elles. C'est ainsi que, dans les intervalles de la gamme qui va de six à douze se forment les rapports de trois à deux et de quatre à trois. La progression qui évolue dans les deux sens au milieu de ces deux rapports apporte et dispense aux hommes le bienfait de l'accord et de la mesure. Ce jeu de rythmes et d'harmonie est un don du chœur bienheureux des Muses », écrit Platon dans l'Epinomis.

On reconnaît dans ce texte un peu sibyllin la progression 1, 2, 4, 8, déjà rencontrée dans *le Timée*. Ses trois intervalles d'octave, doubles les uns des autres, peuvent se remplir chacun par une médiété arithmétique et une médiété harmonique. La suite particulière 6, 8, 9, 12 exprime, en nombres entiers, les extrémités de l'octave plus les deux médiétés intermédiaires. Son harmonie fondamentale se résume dans Trente-Cinq, ce Trente-Cinq qui est aussi le résumé des volumes qui terminent les progressions :

$$6 + 8 + 9 + 12 = 35 = 8 + 27.$$

Toute la musique est en germe dans la séquence 6, 8, 9, 12 où l'on découvre les accords de quinte ($\frac{3}{2}$, par $\frac{12}{8}$ ou $\frac{9}{6}$) et quarte ($\frac{4}{3}$, par $\frac{12}{9}$ ou $\frac{9}{8}$). Comme le rappelait Leibniz dans une lettre du 17 avril 1712

à Goldbach : « *La musique est un exercice d'arithmétique secrète, et celui qui s'y livre ignore qu'il manie des nombres* » ; il l'ignorerait d'autant plus aujourd'hui avec l'irruption cacophonique de la musique dite concrète, chère à Pierre Schaefer, qui fut patron du Service de la recherche à l'ex-O.R.T.F. Ce polytechnicien aurait pourtant dû savoir qu'on ne viole pas impunément le Nombre. La mathématique de la gamme, puisque mathématique il y a, reste pourtant très simple. La gamme de Pythagore se construit sur le seul intervalle de quinte.

Il existe beaucoup de rapports simples. Pourquoi alors choisir $\frac{3}{2}$? On ne peut rêver nombre rationnel à la fois plus simple et plus fondamental. Trois Demi est le rapport de l'Impair au Pair, le seul rapport de principe à principe, et non de nombre à principe, comme la quarte de $\frac{4}{3}$, ou de nombre à nombre, comme le ton de $\frac{9}{8}$. Un pythagoricien ne devait pas exiger d'autre justification. De nos jours, on y ajoute l'argument suivant : quand on pince une corde vibrante ou quand on fait résonner un tuyau d'orgue, il se produit un son fondamental plus toute une série d'harmoniques dont les fréquences sont double, triple, quadruple, etc., du fondamental. La physiologie de l'audition montre qu'il faut un certain niveau d'harmoniques pour qu'un son présente de la richesse. Si l'on fait vibrer deux cordes dont les longueurs sont entre elles dans le rapport de trois à deux, l'har-

nique deux de la corde la plus longue est à l'unisson de l'harmonique trois de la corde la plus courte, de même pour les harmoniques quatre vis-à-vis de six, etc. Cette identité de certains harmoniques principaux rend l'accord de quinte des plus agréables à l'oreille.

Progressant de quinte en quinte, on définit des vibrations sonores dont les fréquences sont entre elles comme la série en progression géométrique :

$$\frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, \left(\frac{3}{2}\right)^2, \left(\frac{3}{2}\right)^3, \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

Les sons musicaux correspondants sont très vite extrêmement graves ou aigus. Quoi de plus naturel que de les considérer comme harmoniques de sons de base situés tous dans un même intervalle de un à deux. Il suffit pour cela de réduire les fréquences par le pair, en divisant ou en multipliant par deux, deux fois deux, etc. On s'arrête pendant longtemps à cinq notes, puisque Cinq contient toutes choses sensibles. Certains groupes humains continuent à utiliser cette gamme pentatonique :

do	ré	fa	sol	la	do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	2
	$\frac{9}{8}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{32}{27}$

La seconde ligne donne les rapports entre notes. On observe la symétrie produite par le processus de génération ; il y a seulement deux intervalles : $\frac{9}{8}$ (1,125) et $\frac{32}{27}$ (1,185). On enrichirait cette symétrie

en remplissant les grands intervalles de $\frac{32}{27}$ de façon à les dédoubler. Il suffit pour cela de continuer la série des quintes, en poussant jusqu'à sept, ce Sept qui démultiplie la Mesure qui est Quatre. La gamme ainsi obtenue est dite diatonique :

do	ré	mi	fa	sol	la	si	do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$

Il n'y a toujours que deux intervalles : la gamme à sept notes conserve bien la symétrie de la gamme à cinq notes. Le premier est le ton et l'on appelle demi-ton le second de $\frac{256}{243}$ (1,053).

Des siècles durant, les musiciens furent satisfaits par ces sept notes. Puis certains voulurent augmenter la variété des mélodies. En partageant le ton en deux parties, chacune à peu près équivalente au demi-ton, on crée les notes diésées ou bémolisées qui permettent de définir de multiples gammes qui, toutes, respectent la symétrie générale heptatonique. Il y a lieu de distinguer dièses et bémols, au moins dans le principe, en utilisant le demi-ton chromatique entre une note et sa version diésée, et le demi-ton diatonique entre une note et la note suivante bémolisée. La méthode des quintes, combinée à la réduction par le pair, montre qu'il n'y a pas concordance rigoureuse entre, par exemple, si bémol et la dièse. La différence reste toutefois pratique-

ment insensible à l'oreille : un comma pythagoricien, soit $\frac{2^{19}}{3^{12}}$ ou

0,987. L'avènement des instruments à cordes frappées : clavecin, puis piano, rendit pratiquement impossible le maintien d'une si subtile distinction. On tempéra la gamme, en escamotant les minuscules commas pythagoriciens.

La quinte n'est pas la seule voie utilisable pour construire la gamme. Au XIX^e siècle, Helmholtz prouva l'existence et le rôle des harmoniques. Les physiciens se servirent de ceux-ci pour construire la gamme dite de Zarlin. Le procédé mis en œuvre reste très analogue au précédent : on réduit par le pair les harmoniques successifs pour ramener dans une unique octave les notes correspondantes :

do	ré	mi	fa	sol	la	si	do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

On retrouve le ton pythagoricien de $\frac{9}{8}$ que l'on qualifie de majeur

pour le distinguer du ton mineur de $\frac{10}{9}$. En comparant gamme de Zarlin et gamme de Pythagore, on constate qu'elles diffèrent pour mi, la et si. L'écart s'avère le même dans les trois cas : $\frac{81}{80}$, un comma. Il est presque imperceptible pour l'oreille normale.

L'esprit décimal a fini par étendre son influence sur la gamme. Pourquoi un rapport aussi bizarre que $\frac{256}{243}$? Divisons systématique-

ment l'octave en douze intervalles égaux. Il en résulte une gamme automatiquement tempérée, toute note diésée étant par définition identique à la note supérieure bémolisée. Le moyen se montre simple : utiliser pour le demi-ton la valeur racine douzième de deux, soit 1,059. Avec cinq tons et deux demi-tons, on construit la gamme tempérée en respectant l'indispensable analogie avec l'harmonie naturelle des suites enchaînées de quinte ou des suites d'harmoniques réduits. Des inventeurs en mal d'originalité se sont tournés vers le Nombre d'Or. L'accord parfait do-mi-sol-do fournit sans trop de difficulté des nombres satisfaisant à la médiété qui engendre le fameux Nombre d'Or. Partant de là, on réalise une gamme dont les notes restent très voisines de celles des gammes précédentes. Il serait aisé pour un instrument à synthétiseur électronique d'exécuter une même composition musicale en utilisant l'une ou l'autre des gammes que l'on vient de décrire. Quelles seraient alors les réactions des mélomanes avertis ?

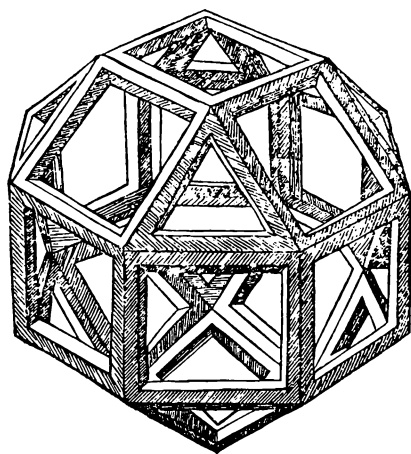
6. Virgile chante l'harmonie des sphères

Avec sa prosodie en syllabes longues et syllabes courtes, la poésie demeure une application très directe des harmonies qui régissent la musique. Certains se sont demandé si des poètes n'avaient pas été plus loin en structurant harmonieusement l'enchaînement des vers successifs. En 1949, Guy Le Grelle soutint cette thèse : *les Géorgiques* du poète latin Virgile furent construites autour, devinez-le, de l'inévitable Nombre d'Or ! *A priori*, le fait n'est pas impensable. Le pythagorisme fut renouvelé à Rome par le sénateur Publius Nigedius Figu-

lus (-98, -45). Né en Étrurie comme Virgile, ce philosophe fut banni par César car il refusa l'impérialisme, restant fidèle au républicain Pompée. Les œuvres de Virgile gardèrent longtemps un renom mystérieux. Rabelais en témoigne : à Panurge qui le consulte sur ses projets de mariage, Pantagruel propose : « *Apportez-moi les œuvres de Virgile. Par trois fois les ouvrant avec l'ongle, nous les explorerons et, par le nombre de vers convenus entre nous, se décidera le sort futur de votre mariage.* » Saluons au passage le recours à Trois, indispensable pour que la réponse soit une totalité.

La position de G. Le Grelle s'avère fragile, car tout se résume au fond à la division des poèmes en sections constituant chacune une unité. C'est entre leurs étendues que l'exégète retrouve la médiété « dorée ». Comme Virgile n'a rien laissé à ce sujet, toutes les interprétations restent plus ou moins possibles. Même si elle se révèle probablement fausse, l'idée d'une structure cachée ouvre des pistes possibles. Celle proposée par E. Brown paraît plus solide. Ce chercheur examine des suites bien détachées de justement cinquante-cinq vers, ce Cinquante-Cinq qui, dixième nombre triangulaire, possède tant de propriétés. La sixième églogue ne lui paraît pas moins remarquable. Virgile en aurait ordonné la structure selon la série 2, 8, 10, 18, 28, 46, 74 où chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent. Le choix des deux premiers nombres définit donc tous les autres. En préférant le Pair et son Cube, chers à Platon, le poète obtint la plénitude de la Décade et la perfection de Vingt-Huit. Comme dans toute suite additive de ce type, le rapport entre deux termes successifs tend rapidement vers la valeur du Nombre d'Or. Ici, 74/46 vaut déjà 1,609. Mais cela ne veut pas dire que Virgile fut un dévot du Nombre d'Or. Dans une *Vie* de ce poète, Donat le montre étudiant les mathématiques et la philosophie de Platon. C'est à cette école, sans doute, qu'il apprit l'importance des médiétés pour fournir une suite harmonieuse de nombres.

Virgile ne représente sûrement pas un cas unique. L'attention s'est portée sur lui du fait de l'atmosphère prophétique qui entoura son œuvre. Il existe certainement bien d'autres poètes qui, d'une façon subtilement cachée, ont rendu hommage à l'harmonie pythagoricienne des sphères du Cosmos.



Rhombicuboctaèdre (polyèdre archimédien) creux, dit aussi icohexaèdre (dessin attribué à Léonard de Vinci).

CHAPITRE VII

Que veut cribler cet Ératosthène ?

1. Premier au-delà des premiers

Il existe une grande famille de nombres qui, à première vue, paraissent justement n'avoir point de famille : on les appelle nombres premiers. Ils n'admettent aucun diviseur en dehors d'eux-mêmes. Ces nombres sont obligatoirement impairs, puisqu'un pair admet au moins le diviseur deux. Ils participent ainsi de la stabilité et de la perfection et c'est sans doute une des causes profondes de la fascination qu'ils ont exercée. Comme ils ne possèdent pas de parties aliquotes en dehors de un, les nombres premiers se montrent fort déficients, au sens pythagoricien du terme, d'autant plus déficients que l'on progresse dans la suite des entiers. Leur qualité caractéristique s'avère profonde ; elle n'est en rien liée au vêtement de chiffres qui sert à l'exprimer dans un quelconque système de numération. Il aurait donc été préférable dans tout ce qui suit d'éviter le chiffre, mais certains nombres premiers mentionnés sont si grands que l'on a reculé devant l'écriture en toutes lettres. Fort heureusement, la distinction se fait aisément et l'erreur nombre/chiffre n'est guère à redouter.

De multiples questions se posent à leur sujet : comment définir les nombres premiers ? Comment reconnaître si un nombre donné appartient ou non à la famille ? Forment-ils, ou non, une suite sans fin ?

Puisqu'un nombre premier n'admet pas de diviseurs, son vêtement décimal ne peut se terminer par un des chiffres pairs 2, 4, 6 ou 8. Par 5 non plus, puisque la présence finale de ce chiffre permet d'affirmer sans avoir à faire l'opération que le nombre représenté admet au

$(5n + 1) \times 6 \pm 1$		$(5n + 2) \times 6 \pm 1$		$(5n + 3) \times 6 \pm 1$		$(5n + 4) \times 6 \pm 1$		$(5n + 5) \times 6 \pm 1$	
multiples de 5	5	7	11	13	17	19	23	29	31
		37	41	43	47		53	59	61
		67	71	73		79	83	89	
		97	101	103	107	109	113		
		127	131		137	139		149	151
		157		163	167		173	179	181
			191	193	197	199			211
				223	227	229	233	239	241
			251		257		263	269	271
	277	281	283				293		
	307	311	313	317					331
	337			347	349	353		359	
	367		373		379	383		389	
	397	401			409			419	421
		431	433		439	443		449	
	457	461	463	467				479	
	487	491			499	503		509	
		521	523						541
	547			557		563		569	571
	577			587		593		599	601
	607		613	617	619				631
		641	643	647		653		659	661
			673	677		683			691
		701			709			719	
	727		733		739	743			751
	757	761			769	773			
	787			797				809	811
		821	823	827	829			839	
			853	857	859	863			
	877	881	883	887					
	907	911			919			929	
	937	941		947		953			
	967	971		977		983			991
	997				1009		1013	1019	1021

Table sénaire des nombres premiers.

moins le diviseur 5. Conclusion : un nombre premier ne peut se terminer que par l'un des quatre chiffres 1, 3, 7 ou 9, ce qui révèle qu'ils participent de la Mesure. Tout nombre non premier peut en effet s'exprimer d'une façon, et d'une seule, par un produit de nombres premiers appropriés qui le mesurent et dont il participe ; par exemple :

$$\begin{aligned} 2\,310 &= 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \\ 900 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

Puisqu'un nombre premier se termine toujours par 1, 3, 7 ou 9, on montre aisément qu'il est multiple de Six, plus ou moins Un. Cette condition nécessaire reste insuffisante, comme on le voit sur la table donnée ici. Deux des familles de multiples sont même à éliminer totalement car elles fournissent des nombres tous divisibles par 5.

Le savant grec Ératosthène (276-195 av. J.-C.) inventa un procédé mécanique pour construire aisément un recueil de nombres premiers. Transmis par Nicomaque de Gêse, le crible d'Ératosthène garde encore toute sa valeur. En voici le principe : sur une liste d'entiers successifs, on commence par supprimer ceux divisibles par deux en barrant de deux en deux. Le premier nombre qui survit à ce traitement est trois : il est donc premier. On barre alors de trois en trois à partir de six (déjà barré). Cette fois, le premier survivant est cinq qui vient prendre place dans la famille des nombres premiers. Une nouvelle application du criblage, de cinq en cinq, met en lumière sept. Et ainsi de suite. Petit à petit on découvre les divers membres de la famille :

$$(1) \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \dots$$

Comment faire lorsqu'on se trouve face à un nombre quelconque, 12.324.431 par exemple ? Est-il ou non premier ? Si l'on s'est donné la peine préalable d'avoir criblé assez loin une fois pour toutes, on dispose d'une table qu'il suffit de consulter. Sinon, il va falloir tenter les divisions du nombre en question par ses diverses potentiels, c'est-à-dire par tous les nombres premiers inférieurs à sa racine carrée. Théoriquement satisfaisante, la procédure se révèle terriblement fastidieuse ; elle n'est guère pratiquée.

Le 11 pluviôse de l'an III de la République, Lagrange enseignait ainsi aux élèves de l'École normale, remplacée peu après par l'École centrale : « *Jusqu'à présent, on n'a pu trouver aucun moyen de*

reconnaître a priori les nombres premiers [...]. Il y a cependant quelques théorèmes assez beaux [...]. Si un nombre est premier, comme 5, le produit de tous les nombres inférieurs 2, 3, 4, plus l'unité, sera divisible par 5. Ce produit est 24 ; ajoutant l'unité, on a 25, divisible par 5 [...]. Prenons 11 ; on aura 2 par 3, par 4, etc., par 10, égal à 3.628.800 ; ajoutant l'unité, on a 3.628.801 divisible par 11, le quotient étant 329.891.

Ce théorème est un des plus beaux qu'on ait encore trouvés. Il est surtout remarquable en ce qu'il a toujours lieu lorsque le nombre proposé est premier, et qu'il n'a pas lieu quand le nombre n'est pas premier. »

Leibniz avait eu dès 1682 l'intuition de ce théorème. Attribué souvent par erreur à John Wilson (1741-1793) par les Anglo-Saxons, il fut démontré en premier par Lagrange en 1773. L'intérêt potentiel du procédé de Lagrange s'avère considérable puisqu'il suffit d'une seule division. Malheureusement, le produit de la forme :

$$n = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$$

que l'on appelle factorielle de n , croît vertigineusement. Certains ont essayé d'en déduire des méthodes réellement utilisables en pratique.

Avec l'avènement de l'ordinateur et les fantastiques possibilités de calcul numérique qu'ouvre cet outil, la chasse aux nombres premiers a repris toute sa vigueur, avec un arrière-plan de record, bien caractéristique de l'époque : être celui qui a trouvé le plus grand nombre premier connu ! On a simultanément démontré de nouveaux théorèmes, de plus en plus performants ; encore que les records soient aujourd'hui si loin dans l'indéfini du Nombre qu'il faille disposer des plus puissantes machines existantes pour pouvoir prétendre entrer dans la compétition.

Au fur et à mesure que l'on progresse, on constate qu'il y a toujours un nouveau nombre premier, plus grand que ceux déjà connus. Ne va-t-il pas arriver un moment où les nombres premiers vont se raréfier, puis disparaître ?

Les possibilités offertes par leurs produits deviennent tellement fantastiques qu'un très grand nombre paraît devoir admettre toujours des diviseurs. Il n'en est rien, la suite ne s'épuise jamais ; il existe toujours un premier au-delà du plus grand premier connu. En 1971, la frontière était pourtant si éloignée qu'il fallait 3 593 chiffres décimaux ou 11 937 chiffres binaires pour écrire le nombre correspondant ! On a gagné depuis un facteur dix, et la chasse n'est pas termi-

née ! Un mathématicien un peu poète a créé le nom de Gogol pour nommer ces quantités qui défient l'imagination, et que seul l'intellect peut appréhender dans la plus totale abstraction. Le Gogol est un nombre de 100 chiffres décimaux (le milliard n'a, lui, que 9 chiffres !). Élevant au carré le Gogol, on obtient le Gogolplex de 10 000 chiffres. Le nombre parfait construit avec le plus grand nombre premier actuellement connu dépasse largement un Gogolplex !

La preuve de l'infinitude du nombre de nombres premiers fut connue d'Euclide qui inventa à cette occasion la factorielle. Connaissant un nombre premier n , on construit la factorielle correspondante et on ajoute au produit juste une unité. Ou bien le nouveau nombre obtenu est premier, ou bien il admet un diviseur premier plus grand que n . Il est facile de constater cette alternative :

$$3! + 1 = (3 \times 2 \times 1) + 1 = 7$$

$$5! + 1 = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) + 1 = 121 = 11 \times 11.$$

D'une part, 7 est bien premier ; d'autre part, on découvre 11, premier plus grand que 5. L'intervalle entre n et $n! + 1$ est terriblement étendu. On l'a resserré en prouvant qu'il y a toujours au moins un nombre premier entre une quantité et son double. En fait, on rencontre plus d'un million de nombres premiers entre cent millions et cent cinquante millions : il s'agit d'une famille véritablement nombreuse !

Les deux seuls nombres premiers consécutifs sont deux et trois, ce qui confirme une fois de plus qu'il ne s'agit pas de nombres comme les autres, mais des principes du Pair et de l'Impair. Par la suite, on rencontre des jumeaux impairs comme par exemple 137 et 139, ou bien 641 et 643, ou encore 659 et 661. Ils appartiennent aux seconde, troisième ou cinquième ($5 = 3 + 2$) familles sénaires de nombres premiers. Les jumeaux se raréfient en valeur relative au fur et à mesure que les entiers considérés deviennent plus grands, mais il en existe toujours. On connaît ainsi 1 217 couples inférieurs à 100 000 et, en gros, 58 000 inférieurs à 10 millions. Un coup d'œil sur la table donnée ici, et l'on observe des quadruplés comme 191, 193, 197, 199 ou 821, 823, 827, 829. Ces quatre nombres premiers enserrés dans une seule décade font obligatoirement partie des familles sénaires définies par le Pair et l'Impair. Cette harmonie mystérieuse entre les deux principes, d'une part, et la Tetraktys (Quatre-Dix), d'autre part, a de quoi faire rêver un pythagoricien. Les quadruplés sont, comme de

juste, beaucoup moins nombreux que les simples jumeaux. Leur nombre demeure honorable : 866 membres quand on va jusque dix millions. Les plus grands quadruplés identifiés sont (sauf amélioration de dernière heure) 10 134 401, 10 134 403, 10 134 407 et 10 134 409. Il en reste une infinité à explorer.

2. L'ordinateur corrige le Minime

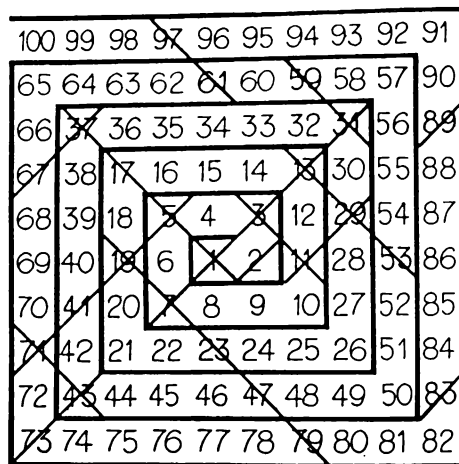
En parcourant la table de nombres premiers, on ressent une impression de hasard. Il n'en est pourtant rien, comme le suggère le rattachement aux multiples de Six, plus ou moins Un. D'ailleurs, le procédé de formation résulte de la combinaison d'un très grand nombre de processus élémentaires tous parfaitement réguliers : suppression de deux en deux, puis de trois en trois, de cinq en cinq, etc. L'effet de désordre provient de l'enchevêtrement de ces multiples processus les uns dans les autres. Serait-il possible de révéler cette régularité cachée en découvrant, par exemple, des formules de calcul telles que tous les nombres obtenus soient premiers ? La question a passionné les grands mathématiciens du XVII^e siècle et, en premier lieu, Pierre Fermat (1601-1665). Ce juriste, conseiller au parlement de Toulouse, n'était pourtant pas un professionnel des mathématiques comme il en existe tant aujourd'hui. Il faut aussi mentionner le père Mersenne (1588-1648), religieux de l'ordre des Minimes, qui contribua puissamment à faire circuler l'information à une époque où les revues scientifiques ne pullulaient pas. Les membres de la famille $1 + 4a^2$, avec a entier, sont-ils tous ou premiers, ou divisibles par cinq ? Effectivement, 5, 17, 37, 101, 197, 257, 401, etc., sont premiers et 65, 145, 325, etc., qui s'intercalent dans la liste précédente, se montrent divisibles par cinq. Les expressions suivantes : $(n^2 - n + 41)$, et : $(n^2 - 79n + 1601)$, où 41 et 79 sont des premiers, fournissent, quand on remplace n par 0, 1, 2, etc., des suites continues de respectivement quarante et soixante-dix-huit nombres premiers. Elles trébuchent malheureusement au pas suivant, les résultats étant alors 41^2 et 79^2 , mais elles continuent par la suite à fournir pas mal de premiers.

La recherche de ce genre de régularité a été entièrement renouvelée par l'ordinateur. En 1963, Stanislaw Ulam, de Los Alamos, publia le résultat reproduit ici. Ce chercheur avait eu l'idée de ranger les

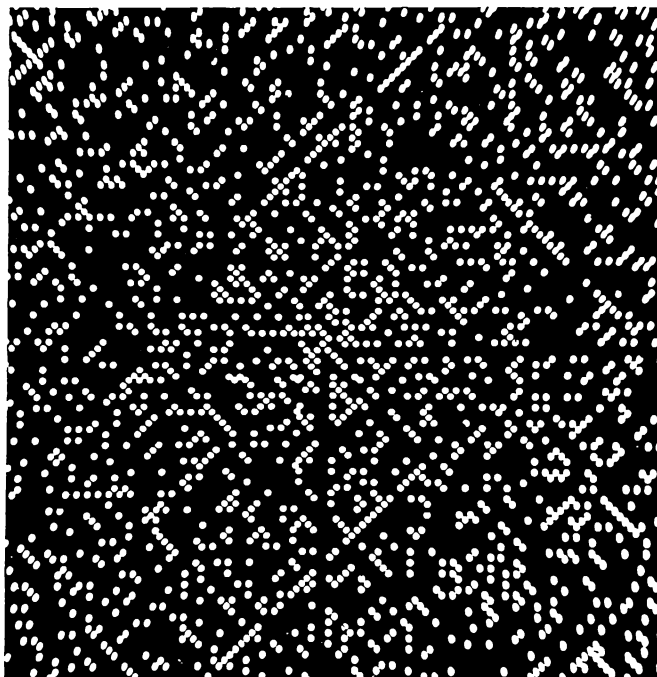
entiers successifs selon une spirale à structure carrée, ce qui n'est pas sans rappeler les nombres figurés pythagoriciens. La spirale d'Ulam est un emboîtement de carrés construits sur les impairs successifs. On pénètre dans un carré par la case à droite, juste au-dessus de sa ligne inférieure ; on parcourt la spire dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, puis on ressort par la fin de sa base pour entrer dans le carré suivant. Chacun des nombres entiers successifs se voit affecter sur cette spirale une case, carrée elle aussi. Si le nombre situé sur une case est non premier, on peint celle-ci en noir. Dans le cas contraire, la case reste blanche. On observe sur la reproduction l'existence de lignes de points blancs, lignes parallèles aux diagonales des carrés. De telles droites correspondent au genre d'expressions algébriques simples données plus haut. On constate expérimentalement qu'il n'y a jamais de continuité totale. Une de ces lignes est celle d'Euler : $n^2 - n + 41$, et l'on peut calculer qu'en moyenne la moitié de ses nombres sont premiers.

Le diagramme d'Ulam présente au moins deux lignes parfaitement noires : la diagonale qui part du centre 1 et qui descend vers la droite est celle des carrés 9, 25, 49, 81, etc., des impairs successifs et la diagonale qui part du principe pair 2 et qui monte vers la gauche est celle des carrés 4, 16, 36, 64, 100, etc., des pairs successifs. Il fallait bien que le Pair et l'Impair symétrisent un diagramme qui eût réjoui Pythagore. La structure carrée se révèle commode, mais elle n'est pas la seule utilisable. La publication d'Ulam suscita des réclamations pour antériorité. Notamment, L.M. Klauber rappela une utilisation dès 1932 d'une structure triangulaire qui fournit, dès ses débuts, l'alignement riche suivant : 79, 103, 109, 131, 163, 181, 199, 223, 239, 269, 283, 331, 373, 383, 431, 439, 499, 563, 631. Il y a malheureusement des trous dus à l'interposition de nombres non premiers composés de facteurs où interviennent 7, 11, 13 ou 17. On pourrait travailler sur d'autres structures inspirées des nombres figurés. L'hexagone s'offre comme un des plus prometteurs : il est aussi aisé d'emboîter des hexagones successifs que des carrés et l'on peut passer d'une spire hexagonale à la suivante exactement comme S. Ulam passa d'une spire carrée à la suivante.

L'ordinateur a joué d'autres rôles dans l'étude des nombres premiers. Fermat pensait que les nombres de la forme $2^{2^n} + 1$ sont tous premiers, après avoir vérifié à la main l'exactitude de son hypothèse pour les cinq premières valeurs de n (de 0 à 4), correspondant aux



Poursuivant les nombres premiers à travers le crible d'Ératosthène, l'ordinateur de S. Ulam y découvre de curieuses régularités.



résultats : 3, 5, 17 (qui se retrouve décidément souvent), 257 et 65 537. La croissance des nombres de Fermat s'avère vertigineuse ; le cinquième bondit à 4 214 967 927 ; il est presque impensable de vérifier à la main si ce nombre de quelques milliards se révèle ou non premier. Pourtant, Euler montra, en 1732, qu'il admettait les diviseurs 641 et 6 700 417. Depuis, l'ordinateur a été jusqu'à Fermat 1 945 (en 1957).

De son côté, le père Mersenne pensa qu'étaient premiers les nombres de la forme $2^n - 1$, avec n premier. C'est effectivement le cas pour 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19. Il y avait bien Mersenne 11 qui se divisait malheureusement par 23. Mais quoi, la formule semblait riche ! L'ordinateur a montré que les nombres de Mersenne premiers deviennent en fait rares au fur et à mesure que n grandit. On saute ainsi de Mersenne 127 à Mersenne 521. A titre de curiosité, voici l'expression du premier :

$$\begin{aligned} \text{Mersenne } 127 = \\ 170.141.183.460.469.231.731.687.303.715.884.105.727. \end{aligned}$$

Comment nommer ce nombre déjà fabuleux !

Nombres de Mersenne et nombres de Fermat possèdent un vêtement binaire particulièrement remarquable. Puisque les premiers sont au fond la somme des termes d'une progression du pair, tous leurs chiffres binaires sont des 1. A l'inverse, les seconds s'écrivent avec des zéros, sauf le premier et le dernier chiffre qui sont des 1. Le nombre de zéros dans la représentation binaire d'un nombre de Fermat est égal au nombre de Mersenne de même rang. Par exemple :

$$\begin{aligned} \text{Mersenne } 3 &= 7 = 111 \text{ (binaire)} \\ \text{Fermat } 3 &= 257 = 100\,000\,001 \text{ (binaire)} \end{aligned}$$

3. Amitié dans la perfection

L'idée du père Mersenne possède une origine très simple. On se souvient des nombres parfaits, égaux à la somme de leurs diviseurs. On se souvient aussi de la façon dont ils sont engendrés par une progression paire, à la mode des scribes égyptiens :

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-2} + 2^{n-1}$$

dont la somme est justement Mersenne n . Lorsque celui-ci est pre-

mier, son produit par le dernier terme de la progression est un nombre parfait : $2^{(n-1)} (2^n - 1)$.

L'exploration systématique de la famille des nombres parfaits implique l'étude préalable des nombres de Mersenne et c'est une des raisons pour laquelle ils ont fait l'objet d'une chasse par ordinateur. Celui-ci dépista d'abord quelques erreurs en supprimant des nombres que l'on avait jusque-là crus premiers. Mais surtout, la machine permit de pousser beaucoup plus loin la liste en atteignant Mersenne 132 049. Il faut 39 751 chiffres décimaux pour écrire ce plus que Gogolplex ! Le nombre parfait correspondant s'écrit en résumé : $2^{132\ 049} \times (2^{132\ 049} - 1)$. Le plus grand nombre premier connu au jour d'aujourd'hui (fin 1984) est ainsi $2^{132\ 049} - 1$.

On connaît actuellement 29 nombres de Mersenne premiers, le plus grand étant celui signifié ci-dessus. C'est D. Slowinski qui le trouva en septembre 1983. Il lui fallut, pour cela, utiliser un Cray 1, le plus puissant ordinateur existant. Bien que ce monstre exécute des milliards d'opérations par seconde, il fallut quand même un peu plus d'une heure de calcul pour démontrer que, dans la zone où il se situe, Mersenne 132 049 est le seul nombre de la famille qui soit premier, en d'autres termes le seul à n'avoir comme diviseurs que lui-même et l'unité.

Il existe une autre famille qui le dispute en aristocratie aux enfants du Minime. Un ami véritable est rare, dit-on ; de même chez les Nombres. Le néo-pythagoricien Anatolius avait signalé le cousinage entre Cinquante-Cinq et Trente-Six, le premier étant la somme des parties aliquotes du second :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 = 55$$

La réciproque n'est pas vraie puisque, pour Cinquante-Cinq :

$$1 + 5 + 11 = 17$$

Existerait-il de véritables amis, des nombres tels que chacun égale la somme des parties aliquotes de l'autre ? La réponse est positive. Jamblique attribue à Pythagore lui-même la découverte du couple Deux Cent Vingt, Deux Cent Quatre-Vingt-Quatre :

$$220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142$$

$$284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$$

Pendant fort longtemps, on ne connut pas d'autres amis. Les Arabes les employèrent dans l'élaboration de talismans. « *On assure, rapporte l'historien Ibn Khaldoun, que ces nombres ont le pouvoir*

d'établir l'union et l'étroite amitié entre deux personnes. » Une anecdote poétique affirme qu'un prince dont le nom valait en nombre Deux Cent Vingt fit rechercher la princesse dont le nom valait exactement Deux Cent Quatre-Vingt-Quatre ! Il faut attendre 1636, et Fermat, pour la découverte d'autres amis : 17 296 et 18 416. Il semble pourtant que le mathématicien arabe Thébit ben Corrah (826-907) ait formulé une méthode générale de construction, inspirée très certainement par celle d'Euclide pour les nombres parfaits. En notations actuelles, les deux nombres 2^na et 2^nb seront amis si sont premiers les trois entiers :

$$a = 9 \times 2^{2n-1} - 1$$

$$b = 3 \times 2^n - 1$$

$$c = 3 \times 2^{n-1} - 1$$

L'amitié résulte ainsi d'une harmonieuse combinaison de l'Impair (trois et son carré neuf) et du Pair (trois puissances différentes construites sur la même suite : 1, 2, 4, 8, etc.).

Le couple attribué à Pythagore correspond à la valeur deux pour le paramètre n , les trois nombres premiers générés étant 5, 11 et 71. Le couple de Fermat est issu du carré du Pair. Le couple correspondant au septénaire ($n = 7$) est également en amitié. Le mathématicien Euler fut si enthousiasmé par cette mystérieuse propriété qu'il écrivit un traité spécial sur le sujet. Calculateur infatigable, il fit connaître soixante et un couples d'amis. Avec l'ordinateur, on en a dénombré beaucoup d'autres.

4. Qui a inventé le symbole du vide

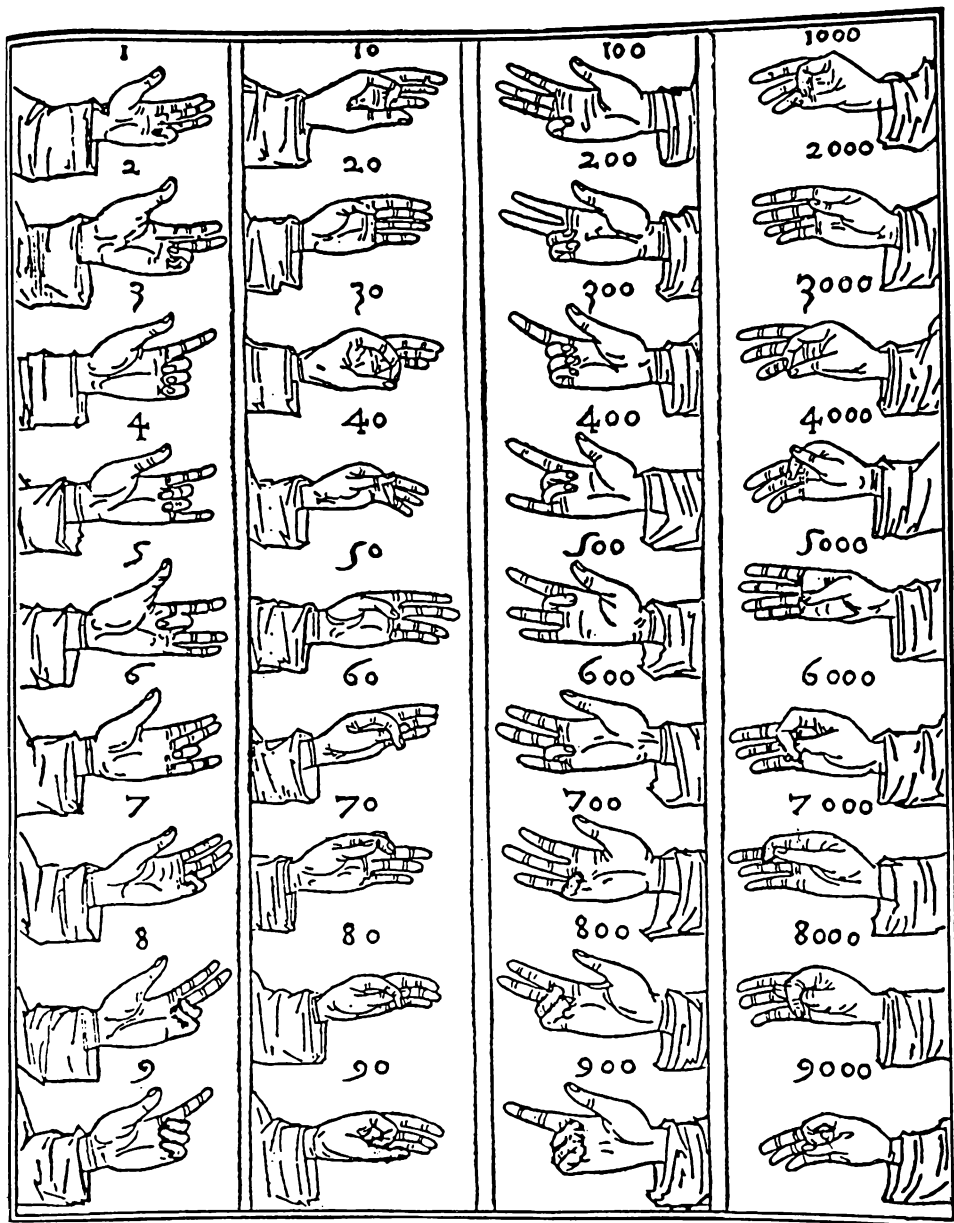
Les parfaits connus sont tous pairs. On recherche toujours le possible impair parfait, dont on sait juste ce qu'il ne peut pas être ! Il existe par contre des amis impairs, plus rares que les pairs. Ces recherches peuvent sembler futiles, sans intérêt pour la marche de l'humanité. Voire ! Les spéculations pythagoriciennes sur les nombres figurés semblaient peu sérieuses aux yeux d'Aristote. La physique de ce dernier s'est pourtant écroulée, après avoir bloqué tout mouvement pendant presque deux millénaires, et la croissance par gnomons des nombres figurés s'est épanouie dans le calcul différentiel que toutes les réalisations mécaniques actuelles utilisent. C'est qu'en cherchant à résoudre un problème apparemment gratuit on découvre souvent

des résultats inattendus. Ainsi, les nombres premiers introduisent la factorielle d'un nombre. On peut se demander : existe-t-il trois nombres entiers a , b et c tels que le produit des factorielles des deux premiers égale la factorielle du troisième ? On connaît au moins une famille de solutions, comme $3 ! 5 ! = 6 !$, $4 ! 23 ! = 24 !$, etc., générées systématiquement de façon telle qu'il y a juste écart d'une unité entre factorielles situées de part et d'autre du signe égal, ce qui rappelle certains triangles pythagoriciens où l'hypoténuse diffère juste d'une unité du grand côté.

On connaît aussi une autre solution, toute différente : $6 ! 7 ! = 10 !$. S'agit-il d'un cas isolé ? Est-ce au contraire l'origine d'une nouvelle famille qui pourrait, qui sait, nous en apprendre beaucoup ? La question reste posée, comme beaucoup d'autres.

Après avoir subi une longue éclipse, l'étude des nombres premiers et de leurs multiples mystères suscite partout un regain d'intérêt. L'ordinateur en reste une cause, en démultipliant d'une façon fantastique les possibilités d'expérimentation. Ce serait une grave erreur de croire qu'on n'expérimente pas en mathématiques. Ainsi, c'est en recherchant empiriquement la somme des parties aliquotes d'un nombre que les pythagoriciens ont remarqué le caractère exceptionnel de 6 et 28 et conçu le nombre parfait d'Euclide. Mais la chasse manuelle s'essouffle vite, surtout lorsqu'on ne disposait pas d'un symbolisme commode pour écrire les nombres. Certes, l'imagination de l'homme n'est jamais à court d'idées. Que penser de cette technique raffinée pour compter avec ses doigts résumée sur la planche reproduite ici.

On comptait aussi avec des jetons (rappelez-vous *le Malade imaginaire* de Molière et ce décompte par jetons des frais d'apothicaire). Pythagore aurait, dit-on, connu cette technique, en association avec la table à compter munie de lignes parallèles : l'abaque. L'invention d'une notation par « chiffres » est traditionnellement attribuée au patrice romain Boèce qui transmet en tout cas la philosophie pythagoricienne aux siècles suivant le sien. Mais les « apices de Boèce » n'apparaissent en fait que dans des manuscrits tardifs ; il faut ranger cette invention parmi les fables. D'origine hindoue, les chiffres sont venus en Espagne avec les Arabes avant d'être vulgarisés dans l'Occident latin par le pape Sylvestre II. Étonnante destinée que celle de ce génie ! L'intelligence exceptionnelle du jeune berger auvergnat Gerbert attira l'attention d'un moine d'Aurillac. Novice au couvent Saint-Géraud, il y apprend tout ce qu'on peut lui apprendre. Son



Une façon très élaborée de compter avec ses doigts.



Compter par jetons ou par chiffres, d'après la *Margarita Philosophica* de G. Reisch.

supérieur l'envoie alors en Catalogne, au monastère de Vich. Hatton, évêque de ce diocèse espagnol, cultivait les arts mathématiques et l'astronomie. Il apprécie les talents de Gerbert au point d'en faire son secrétaire ; il lui révèle les chiffres arabes et l'emmène à Rome en 965. L'ambition du moine grandit avec son savoir et il se fait de puissants amis dans la capitale de la chrétienté ; à son retour, il se mêle de politique et favorise l'accession au trône d'Hugues Capet. Un service en valant un autre, le monarque fait de l'ancien berger un archevêque de Reims. Et l'ascension continue : archevêque de Ravenne, Gerbert est élu pape en 999, à la veille de l'an mille.

Sylvestre II usa de toute son autorité pour vulgariser l'emploi des chiffres arabes. La résistance des savants de l'époque fut acharnée. Pourquoi remplacer les chiffres latins, si faciles à dessiner : I, V, X, L, C, M, par ces signes sarrasins, diaboliques par définition. On murmura que le pape était un magicien, une accusation qui n'avait heureusement pas alors la gravité qu'elle prit dans les siècles suivants. La légende eut la vie tenace : en 1648, l'autorité pontificale fit ouvrir le tombeau de Sylvestre II pour vérifier si des diables de l'Enfer ne l'habitaient point !

La forme des chiffres arabes a varié au cours des siècles. Elle ne se figea définitivement qu'avec l'imprimerie. L'innovation de Gerbert est un de ces événements qui ont changé profondément le cours de la civilisation occidentale et, plus généralement, de l'humanité. Empêtrée dans ses petites histoires de rois, avec leurs batailles, l'histoire traditionnelle l'ignore. Et pourtant ! Les chiffres romains permettaient de mener sans trop de difficultés l'addition ou la soustraction de deux nombres. La multiplication posait des embarras d'un tout autre ordre. Quant à la division, inutile d'y songer. Que l'on essaie seulement de calculer en chiffres romains le quotient de 964 par 241 : CMLXIV divisé par CCXLI. Avec ces symboles qui changent de signe quand ils passent de la gauche d'un autre symbole à sa droite, comment s'en sortir ! La numération décimale présente de tels avantages qu'elle finit par s'imposer au bout de plusieurs siècles. Son succès est en partie lié à une autre innovation : l'introduction du zéro de position, ce symbole du vide.

Certains scribes babyloniens semblent avoir découvert quelque chose d'analogue, mais la nécessité d'un zéro de position n'était pas impérative dans un système sexagésimal où la tablette servait avant

tout d'aide-mémoire au savant. Celui-ci ne confondait pas $10 + \frac{25}{3\ 600}$ avec $\frac{10}{60} + \frac{25}{3\ 600}$, même si, dans les deux cas, l'écriture se montre identique : 10, 25. Avec un zéro de position, on fait la distinction en indiquant par 10,0,25 le fait qu'aucune fraction en soixantième n'est à considérer. Ce zéro (dont le nom actuel vient de l'italien *zeffiro*, chiffre) fut inventé aussi en Inde au VI^e ou VII^e siècle de notre ère, un ou deux siècles après les chiffres décimaux. La pensée pythagoricienne pénétra dans cette contrée avec le raid d'Alexandre en 327 avant notre ère. Les royaumes indo-grecs survécurent assez longtemps et il n'y a rien d'étonnant à ce que le pythagorisme ait séduit des « gymnosophistes », ascètes ou brahmanes, au point de les transformer en habiles mathématiciens.

La numération grecque (et celle très semblable des Hébreux) ignore le zéro en résolvant l'ambiguïté d'une tout autre façon. Il n'existe pas de symboles spéciaux pour les chiffres et l'on utilise les lettres de l'alphabet pour désigner les unités, puis les dizaines et enfin les centaines. Avec ses vingt-quatre lettres, plus trois caractères archaïques, l'alphabet grec permet d'aller jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf. Nul besoin de zéro de position pour distinguer entre 707 et 770 qui s'écrivaient respectivement $\psi\zeta$ et $\psi\omicron$. Pour ne pas confondre lettres et chiffres, on adjoignait une barre supérieure. Au-delà de mille, on reprenait les mêmes lettres, accompagnées d'un accent en bas et à gauche. Un très grand nombre comme 700 310 s'écrivait ainsi $>\psi\tau\iota$. Comme chez les Romains, une opération de multiplication, et surtout de division, se mène très difficilement avec ces numérations non décimales.

On peut valablement se demander si l'idée de l'alphabet n'a pas été suggérée par l'existence d'un petit groupe de symboles pour écrire tous les nombres imaginables. La lente élaboration de l'alphabet vaut bien un passionnant roman d'aventures. Les hommes du néolithique utilisaient déjà des messages pictographiques. A l'aube de l'Histoire, au IV^e millénaire avant notre ère, on retrouve cette forme primitive d'hiéroglyphes sur des objets de la cité sumérienne de Kish et de villages préhistoriques bulgares (près de l'actuel Karanovo). Des écritures idéographiques babylonienne et égyptienne, on passe en un millénaire aux écritures syllabiques. L'économie de symboles est déjà considérable : ainsi de l'écriture pseudo-hiéroglyphique de Byblos (aux envi-

rons du XV^e siècle avant notre ère) qui ne comporte que cent quatorze signes. Est-ce alors l'analogie de la numération qui souffle aux scribes du royaume d'Ougarit l'idée d'un alphabet de consonnes ?

Cette fois, il ne reste plus que trente signes. Ce nombre serait-il arbitraire ? Les historiens de l'écriture l'admettent sans hésiter, tant la chose va de soi pour eux. On remarque tout de suite que trente est juste la moitié de cette grande unité qu'est le soixante babylonien. Les scribes d'Ougarit sont imprégnés de cette culture. Leur utilisation symbolique des nombres trois, sept et dix prouve qu'il serait déraisonnable d'attribuer à la fantaisie un choix aussi important que celui du nombre de lettres de l'alphabet ; une telle décision doit se relier aux éléments les plus profonds d'une culture.

Un ou deux siècles plus tard, les Phéniciens fixent à vingt-deux le total des lettres, comme on l'observe sur le sarcophage d'Ahiram (XIII^e siècle av. J.-C.). Ici aussi ce nombre particulier ne peut résulter du hasard. Est-ce une coïncidence ? Le nombre de diviseurs entiers de trois cent soixante, mesure babylonienne savante du cercle, est juste de vingt-deux : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, ce qui fait d'ailleurs de trois cent soixante un nombre fort surabondant, puisque la somme de ses parties aliquotes est huit cent dix. La Grèce archaïque ajoute les voyelles, tout en supprimant quelques consonnes. Via la Grande-Grèce, l'Étrurie et Rome, cet alphabet phénicien a conquis le monde occidental.

5. Et voici d'autres familles

On pourrait édifier un système de numération basé sur les nombres premiers. C. Goldbach (1690-1764) émit, en 1742, l'hypothèse qu'un nombre pair quelconque est toujours décomposable en deux nombres premiers. Par exemple : $18 = 11 + 7$ et $200 = 103 + 97$.

Cantor a dressé une table de décomposition pour les pairs jusqu'à mille. Depuis, la chasse par ordinateur en a vérifié le bien-fondé jusqu'au million. L'hypothèse de Goldbach constitue probablement un théorème, mais personne n'a encore pu le prouver. La situation s'avère plus favorable pour l'impair où l'on a établi, rigoureusement cette fois, qu'un nombre impair est la somme de trois nombres premiers. Par exemple : $101 = 93 + 7 + 1$.

Il existe souvent plusieurs décompositions possibles. Ainsi de 18 qui, outre la structure précédente, peut s'analyser comme $18 = 13 + 5$ ou $18 = 17 + 1$. Ce mode de décomposition permet de grouper en une nouvelle famille les nombres qui se contiennent les uns les autres, à l'exemple des nombres amicaux.

Quittant les nombres premiers, mais non les familles de nombres, on peut vouloir décomposer un entier quelconque en somme de carrés, puis de cubes à trois, quatre, etc., dimensions. Il s'agit d'une généralisation des spéculations sur les nombres figurés. Combien une telle somme doit-elle comprendre de termes ? Dès 1770, E. Waring conjectura qu'il fallait au plus quatre carrés, neuf cubes, dix-neuf cubes à quatre dimensions, etc. Fermat avait déjà proposé la valeur quatre pour les carrés, ce que Lagrange démontra formellement. On a étendu depuis la démonstration à toute la série de valeurs de dimensions (sauf quatre qui, curieusement, résiste). Le nombre de termes nécessaires s'exprime en fonction de deux et trois seulement, le pair et l'impair. Le plus souvent, il faut d'ailleurs beaucoup moins de termes. Par exemple :

$$\begin{aligned}9 &= 2^3 + 1^3 \\28 &= 3^3 + 1^3 \\36 &= 3^3 + 2^3 + 1^3 \\72 &= 4^3 + 2^3\end{aligned}$$

La décomposition se montre parfois fort complexe. Ainsi de :

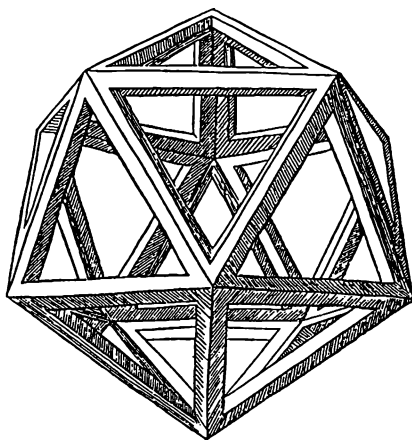
$$87 = 4 \cdot 271^3 - 4 \cdot 126^3 - 1 \cdot 973^3$$

G.-H. Hardy raconta l'anecdote suivante. Visitant à l'hôpital son ami indien Srinivasa Ramanujan, célèbre théoricien moderne des nombres, il lui dit en bavardant qu'il était arrivé dans le taxi n° 1 729, un nombre vraiment quelconque. « *Pas si quelconque*, répartit aussitôt Ramanujan, *puisque c'est le plus petit entier qui soit de deux façons la somme de deux cubes seulement.* » En effet : $1\,729 = 10^3 + 9^3$ et $1\,729 = 12^3 + 1^3$.

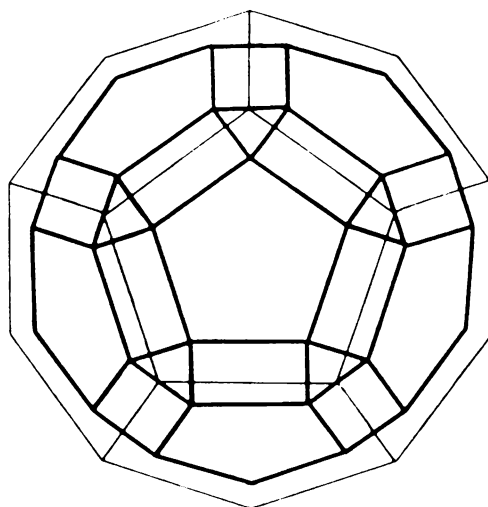
On peut chercher à grouper en familles homogènes les entiers à structurer par sommes de puissances. Il y a longtemps que l'on sait notamment que les nombres générés par la loi simple $4^a (8^b + 7)$ où a et b sont entiers, positifs ou nuls, exigent tous le maximum des quatre carrés. Le premier membre de cette famille est sept, puis viennent quinze, vingt-huit, soixante, etc. Cette mystérieuse résurgence du nombre parfait Vingt-Huit serait-elle due au hasard ? Mais

alors, pourquoi le nombre parfait Quatre Cent-Quatre-Vingt-Seize fait-il, lui aussi, partie de cette famille ? Et cela d'une façon assez remarquable :

$$496 = 4^{2(\text{Pair})} \times (8 \times 3 (\text{Impair}) + 7).$$



Icosaèdre creux attribué à Léonard de Vinci.



Hexécontadoèdre.

CHAPITRE VIII

Le nombre de la bête

1. Les arithmologies bibliques

« *C'est ici la sagesse : que celui qui a l'intelligence calcule le nombre de la Bête car c'est un nombre d'homme, et ce nombre est Six Cent Soixante-Six* », crie l'apôtre Jean dans son *Apocalypse*. Le mystérieux animal dont il est question dans ce verset est la Bête de la Terre ; elle a deux toutes petites cornes, pas plus grandes que celles d'un agneau, précise le voyant. Elle sert de ministre et de porte-parole à la Bête de la Mer, fabuleuse hydre à sept têtes et dix cornes. Les artistes ont imaginé à l'envi ces mystérieux animaux. Le burin de maître Jean Duret a gravé en 1561 la splendide planche reproduite ici. De leur côté, les exégètes scrutèrent le « nombre d'homme » pour en découvrir le secret.

On feint aujourd'hui d'ignorer que Newton, le grand Newton, médita sur ce sujet. Il plaça toujours son commentaire sur *l'Apocalypse* très au-dessus de son invention du calcul différentiel. Le célèbre mathématicien avait été précédé dans cette voie par le baron John Napier (1550-1617). De nos jours, on ne connaît plus de cet Écossais que son invention d'une méthode commode pour calculer par logarithmes. A l'instar de Newton, il considérait pourtant que sa véritable œuvre resterait : *l'Ouverture de tous les secrets de l'Apocalypse* (1593). Ce travail d'exégèse prophétique connu en son temps un énorme succès : on imprima plus d'une vingtaine d'éditions anglaises. Un protestant de La Rochelle publia en 1602 une traduction que les réformés français s'arrachèrent ; ici aussi, on dut rééditer à de multi-

ples reprises. Napier et Newton ont, bien sûr, scruté le mystère de Six Cent Soixante-Six, sans succès. On ne peut rien comprendre au Nombre de la Bête considéré isolément. L'emploi symbolique des nombres n'est évidemment pas particulier à *l'Apocalypse*. Toute la Bible en fait usage, mais il convient de distinguer nettement deux sources : Babylone et Pythagore.

Au XIX^e siècle, le révérend Ethelbert Bullinger analysa très minutieusement l'emploi des nombres dans le texte sacré. Ce pasteur anglican à la profonde spiritualité biblique remarque tout d'abord que les juifs d'Alexandrie, ainsi que les plus anciens Pères de l'Église, reconnaissent vingt-deux livres canoniques, cela en accord avec le nombre de lettres de l'alphabet hébraïque, fils direct du phénicien. La plupart des manuscrits de la Loi adoptent toutefois une division en vingt-quatre livres, qui paraît plus satisfaisante. Douze est le nombre des mois de l'année et des constellations dans le ciel ; son double amorce la progression binaire 12, 24, 48, etc. Par ailleurs, ces vingt-quatre livres auraient eu vingt-huit rédacteurs. Une structuration en vingt-quatre et vingt-huit n'a rien pour surprendre : n'est-elle pas le fruit de juifs d'une Alexandrie platonicienne et néo-pythagoricienne ? Le texte lui-même trahit l'influence babylonienne. On a indiqué plus haut le pourquoi des sept jours de la Formation du Monde, à partir du chaos des Eaux primordiales ; on se doit d'ajouter que l'œuvre divine du deuxième jour se trouve la seule à n'être pas explicitement indiquée comme bonne : le principe Pair reste toujours un peu défavorable. Les emplois mystiques de trois, de sept et de dix sont extrêmement fréquents. Par contre, huit et neuf demeurent pratiquement inconnus : n'en était-il pas déjà ainsi à Sumer ?

Un usage nettement plus élaboré apparaît dans *la Genèse*, avec le nombre d'un nom. Ayant appris que son frère Lot avait été capturé par cinq rois bédouins, Abraham « *mit sur pied ses serviteurs les plus fidèles, ceux qui étaient nés dans sa maison, au nombre de trois cent dix-huit* », écrit *la Genèse*. Il poursuit de nuit les rois (en fait, une toute petite bande de pillards !), les rejoint et les bat à plate couture. Faisant plus tard alliance avec Iavé, le patriarche circonçoit toute son armée. Ce nombre de trois cent dix-huit n'est ni une fantaisie ni, bien sûr, un compte rendu fidèle, puisqu'il s'écoulera plus d'un millénaire avant la rédaction définitive. *L'Épître de saint Barnabé*, un très ancien apocryphe (vers 120 de notre ère) qui faillit devenir canonique,



La Bête de la Mer de l'Apocalypse, selon J. Duret (1561).

interprète le mystère en ces termes : « *L'Écriture dit : " Abraham circoncit des hommes de sa maison, au nombre de dix-huit et trois cents. "* Quelle connaissance secrète lui fut ainsi communiquée ? Dix-huit s'écrit avec un iota qui vaut dix, et un éta valant huit. Vous avez là Jésus (ἰησοῦς). Comme la croix en forme de T signifie la grâce, on ajoute : et trois cents (valeur de tau en grec). Celui qui nous a fait la grâce du don de sa doctrine témoigne que je n'ai jamais mieux enseigné qu'ici. Je sais que vous êtes dignes de ce mystère. » On reste un peu stupéfait de cette interprétation par le grec, alors qu'il eût fallu l'hébreu. La phrase du pseudo-Barnabé montre éloquentement l'habileté de ces jeux kabbalistiques qui permettent de dire ce que l'on veut en s'appuyant sur n'importe quel texte, alors que seule une tradition solidement établie peut valider le nombre d'un nom.

Le grand docteur alexandrin Origène (185-254) médita longuement sur ce livre du *Pentateuque* dont le nom représente tout un programme : *les Nombres*. Le Seigneur ayant ordonné à Moïse de dénombrer les enfants d'Israël, celui-ci fait recenser soigneusement chacune des douze tribus. Ici aussi, les grands nombres transmis dans le texte sacré présentent tous une valeur mystique et l'on serait étonné que la population globale ne soit pas six cent mille, une multitude aussi innombrable (produit de cent par cent) que parfaite et totale (par le nombre soixante). Toutefois, la perfection idéale ne peut être atteinte sur cette terre, surtout par un peuple qui n'est pas encore entré dans la Terre promise. Le recensement fournit donc un léger excédent de trois mille cinq cent cinquante personnes, et l'on remarque aussitôt que $3\,550 = (5 \times 700) + 50$; l'exaltation de Sept qu'est Sept Cents se trouve ramenée au niveau des choses de ce monde par Cinq, mais l'addition du nombre du ciel (Cinquante est Bel-le-Ciel) ouvre tous les espoirs de salut.

La treizième tribu, celle des Lévites, n'est pas moins remarquable : vingt-deux mille membres très exactement, en trois familles de, respectivement, sept mille cinq cents personnes, huit mille trois cents et six mille deux cents. Il fallait bien que le nombre des prêtres soit l'exaltation de celui des lettres de l'alphabet. D'autre part, le nombre des premiers-nés recensés est de vingt-deux mille deux cent soixante-treize. Cette exactitude à l'unité près tranche singulièrement sur le reste. Origène pense que la précision de deux cent soixante-treize n'a rien de superflu ; il y découvre le temps traditionnel de la gestation : neuf mois de trente jours, plus trois jours. Parlant à Moïse, lavé avait

ordonné au sujet de ces premiers-nés qui lui appartiennent de droit : *« Prends les Lévites à la place de tous les premiers-nés d'Israël, et les troupeaux des Lévites à la place de leurs troupeaux. Les Lévites sont donc à moi, Iavé. Pour le rachat des deux cent soixante-treize d'entre les premiers-nés des enfants d'Israël qui dépassent le nombre des Lévites, tu prendras cinq sicles par tête. »* La somme totale de mille trois cent soixante-cinq sicles s'analyse en : $1\,365 = 3 \times 5 \times 7 \times 13$, où l'on retrouve trois, cinq et sept, mais aussi treize. L'enlèvement de Lot, frère d'Abraham, avait eu pour cause initiale la révolte de cinq rois contre quatre autres qui les avaient dominés pendant douze ans : *« La treizième année, ils s'étaient révoltés. »* Dépassant juste d'une unité l'ordre cosmique de douze, treize signifie bien débordement, révolte, excès ; il est logique de le retrouver dans l'excédent des premiers-nés par rapport aux Lévites. La perfection de trois et le caractère sacré de sept viennent heureusement corriger en bien le produit total.

2. Les Apôtres connaissaient Pythagore

La mystique babylonienne des nombres imprègne les livres de l'Ancien Testament. L'influence pythagoricienne vint s'y mêler vers le III^e siècle avant notre ère. A la mort d'Alexandre en 323, ses généraux Antigone, Seleucus et Ptolémée se disputèrent la Palestine, cet éternel carrefour de peuples. En 301, Ptolémée l'emporta de haute lutte à la bataille d'Ipsus où périt Antigone. Pendant un siècle, les juifs vécurent alors dans l'orbe de l'Alexandrie des Ptolémées et ils émigrèrent nombreux dans la grande ville. Protecteur éclairé des lettres et des arts, curieux de toutes les traditions étrangères, Ptolémée Philadelphe (286-247 av. J.-C.) ordonna de traduire les livres saints des juifs. On se souvient qu'il fit aussi traduire par Manéthon les annales égyptiennes.

Il n'existe pas d'autre exemple d'une pareille entreprise. Le passage d'une langue sémitique au grec se révèle plein de pièges ; l'ampleur du travail fut telle que la version des *Septante* ne s'acheva qu'en - 120. Cette traduction contribua très certainement à l'implantation du christianisme dans le monde gréco-latin. Reconnaisante, l'Église l'adopta comme version officielle de la Parole de Dieu.

Un juif alexandrin composa alors *le Livre de la Sagesse* qu'aucun exégète catholique ne tient plus pour une traduction de l'hébreu. L'auteur met ses sentences dans la bouche d'un roi sage, que l'on identifia plus tard avec Salomon. Imprégné des théories platoniciennes du *Timée*, le pseudo-roi place au plus haut le démiurge : « *Ils ont regardé le feu, le vent, l'air, le cercle des étoiles, l'eau impétueuse et les planètes comme des dieux gouvernant l'Univers. Mais si, charmés par l'harmonie, ils ont pris pour des dieux ces êtres formés, qu'ils connaissent combien leur Maître l'emporte sur eux, car c'est l'Auteur même de l'harmonie qui les soutient.* » Comme pour Pythagore, le démiurge a « *tout ordonné par mesure, par nombre et par poids* » dans le Cosmos.

Cette dernière phrase sera remarquée et soulignée par les Pères de l'Église, saint Augustin en tête. L'esprit pythagoricien s'était répandu dans les provinces soumises à l'influence gréco-alexandrine. Les Évangiles en témoignent. L'apôtre Luc, qui avait étudié puisqu'il était médecin, prête au Christ ce propos : « *Pensez-vous que je sois venu établir la paix sur la terre ? Non, vous dis-je, mais bien la division. Car désormais, s'il y a cinq personnes dans une maison, elles seront divisées, trois contre deux, et deux contre trois.* » Le nombre Cinq, somme du Pair et de l'Impair pythagoriciens, est le Mariage, l'expression de l'union parfaite. L'établissement du Royaume de Dieu engage la lutte définitive du Bien contre le Mal. Quel symbole choisir pour ce combat, sinon la cassure du Mariage qu'est Cinq avec le Pair, mauvais, contre l'Impair, bon ?

Le combat des Bons contre les Méchants reste le thème favori de la florissante littérature apocalyptique qui commence avec les visions du prophète Daniel (au nom typiquement babylonien) et qui se continue avec le *Livre d'Hénoch*, le *Livre des Jubilés*, les *Oracles Sybillins*, les *Testaments des douze Patriarches*, l'*Assomption de Moïse*, l'*Apocalypse de Baruch* et tant d'autres ! Tous ces écrits se sont conservés dans des versions grecques, syriaques, éthiopiennes, etc., mais la découverte en 1947 des « manuscrits de la mer Morte » a montré qu'il avait bien existé des originaux hébreux.

Ces écrits apocalyptiques furent passionnément étudiés par la communauté de Qumran, dont personne ne discute plus et le caractère essénien et l'influence sur le christianisme primitif. On a même retrouvé dans les grottes de la mer Morte une apocalyptique *Guerre des Fils de Lumière contre les Fils des Ténèbres*, inconnue jusque-là.

La symbolique des nombres était familière aux Esséniens de Qumran : *Le Rouleau de la Règle* célèbre la suprême Sainteté de la lettre N (c'est-à-dire du nombre Cinquante, que figurent aussi bien le *Noun* hébraïque que le *Nu* grec). Ce Cinquante caractérise aussi l'année jubilaire qui arrive au début des Semaines d'Années ($7 \times 7 = 49$), au moment de l'Affranchissement (entendez de la domination étrangère, celle des païens d'Antiochus et celle des Romains).

Une autre version de *la Règle*, dite *Écrit de Damas*, traite des trois cent quatre-vingt-dix ans écoulés depuis la Déportation, auxquels il faut ajouter vingt ans à chercher le chemin à tâtons, plus une génération. Fixant à quarante ans la durée de cette génération, puis retranchant le tout des soixante-dix semaines d'années de Daniel, fixées comme terme ultime, on voit qu'il ne restait plus qu'une génération aux fidèles de Qumran pour se préparer au Jugement dernier (ce qui explique, peut-être, certaines des prophéties de Jésus) : $490 - (390 + 20 + 40) = 40$.

On trouve d'autres nombres employés dans les écrits de Qumran : Trois, Quatre, Six (rare), Sept et Dix (fréquents), Douze, Vingt, Trente et Soixante, ainsi que des grands nombres comme Sept Cents et Mille. On remarque par contre l'absence totale (toute pythagoricienne) de Huit et Neuf. Il y a longtemps que l'on a souligné des analogies entre les doctrines esséniennes et le pythagorisme populaire : refus des sacrifices sanglants, remplacés à Qumran par cette offrande du pain et du vin que l'Église chrétienne a perpétué, croyance en une vie future avec, pour les bons, un séjour paradisiaque dans des îles au-delà de l'Océan. Rien d'étonnant donc à voir l'évêque Hippolyte de Rome écrire dans sa *Réfutation de toutes les hérésies* : « *les pratiques esséniennes concernant la Divinité sont plus anciennes que celles de toutes les autres nations...* », et d'ajouter : « *Pythagore et les stoïciens se sont mis à l'école des Esséniens.* » On se dit aujourd'hui que c'est le contraire qui a eu lieu, et que les Esséniens furent tout imprégnés de pythagorisme populaire et, pour certains Esséniens, de pythagorisme savant.

La pêche miraculeuse contée par l'apôtre Jean témoigne, elle aussi, du climat pythagoricien. Désespérés par la crucifixion, les apôtres sont retournés en Galilée ; ils ont repris leur métier de pêcheurs. Du rivage, un homme les hèle et leur demande à manger. Hélas ! aucun poisson n'avait été pris. « *Jetez le filet à droite de la barque, et vous trouverez* », ordonne l'inconnu. De fait, la pêche est miracu-

leuse. Les apôtres reconnaissent à ce signe leur Seigneur et rament en hâte vers la berge. « *Simon Pierre tira à terre le filet qui était plein de cent cinquante-trois poissons. Et quoiqu'il y en eût un si grand nombre, le filet ne se rompit point.* » Saint Augustin livre la clé du mystère. Il note tout d'abord que le ministère du Christ s'inscrit entre deux pêches miraculeuses. La première voit le recrutement des apôtres, la seconde confirme leur mission. Le nombre de poissons pêchés donne le cercle des élus ; il ne peut être qu'impair dans sa stabilité et sa perfection. Saint Grégoire le Grand remarquera que $153 = 3 \times 3 \times 17$, jouant ainsi avec le carré de l'Impair.

Saint Augustin fournit une bien meilleure explication de la liaison entre Dix-Sept et Cent Cinquante-Trois : « *Si vous ajoutez Deux à Un, vous obtenez Trois. Si vous ajoutez Trois et Quatre, vous obtenez Dix (la Tétraktys). Si finalement, vous ajoutez tous les nombres jusqu'à Dix-Sept, le total obtenu fournit le nombre de poissons.* » En d'autres termes, Cent Cinquante-Trois est le Dix-Septième nombre triangulaire. Mais pourquoi avoir choisi Dix-Sept pour symboliser la totalité du petit cercle des élus ?

A ce point, on ne peut manquer d'évoquer Théodore qui avait trébuché sur ce nombre dans sa démonstration de l'irrationalité. Cette invisible barrière dresse une clôture naturelle. Le révérend Bullinger remarqua que dix-sept est le septième nombre premier, mais cela reste peu valable, parce que trop moderne ; la tradition ancienne n'attachait pas de sens particulier aux nombres premiers (sauf leur déficience remarquable) ; et, de plus, Un se situe en dehors des nombres, ce qui détruit l'existence du total de Sept. Il aurait été mieux inspiré en notant que Dix-Sept, nombre premier, est la somme de Quatre (la Mesure !) nombres premiers successifs : $17 = 2 + 3 + 5 + 7$. C'est même le seul nombre premier à jouir de cette curieuse propriété.

Bullinger avança une autre analyse de 153, sous forme d'une somme de carrés à la Fermat : $153 = 12^2 + 3^2$ mais, bien que les nombres Douze et Trois possèdent l'un et l'autre une solide tradition de plénitude, on s'écarte de la correspondance Dix-Sept - Cent Cinquante-Trois.

Il existe une explication simple que j'ai pu retrouver grâce à Plutarque. Dans cet admirable petit traité sur la sagesse alexandrine qu'est *Isis et Osiris*, il note : « *Les Pythagoriciens ont pour Dix-Sept une révérence sacrée. Entre le nombre carré Seize et le nombre rectangle Dix-Huit qui sont les seuls nombres figurés plans dont les périmè-*

tres soient égaux aux aires, vient tomber Dix-Sept qui s'interpose entre les nombres précédents, les disjoint l'un de l'autre tout en étant divisé par leur rapport en deux parties inégales. » On a bien en effet

$$\frac{18}{16} = \frac{9}{8} \text{ et } 17 = 9 + 8.$$

Notons en passant que le rapport $\frac{9}{8}$ est, en musique, le Ton. Le tableau donné ici explique dans le détail ce que résume Plutarque. Le rôle de coupure essentielle joué par Dix-Sept justifie que l'apôtre Jean l'ait choisi pour signifier aux initiés le nombre restreint des élus. L'exaltation de Dix-Sept en son triangulaire Cent Cinquante-Trois se montre naturelle pour quelqu'un imprégné de pythagorisme, tout en ajoutant au mystère. Voici qui jette un jour nouveau sur les relations entre le christianisme naissant et le pythagorisme, relations qui ont pu s'établir via les Esséniens (Jean l'Apôtre n'aurait-il pas été un familier de Qumran ?).

3. Triangles dans l'Apocalypse

La critique moderniste conteste le plus souvent l'opinion traditionnelle qui attribue *l'Apocalypse* à Jean, l'apôtre. Ce mystérieux poème use savamment des nombres figurés pythagoriciens, tout comme l'Évangile aux Cent cinquante-trois poissons. Les commentateurs ont été obnubilés par la Bête de la Terre, négligeant les nombres auxquels Six Cent Soixante-Six se relie et qui le complètent. Puisqu'il s'agit d'un « nombre d'homme », beaucoup se sont engagés dans la voie des équivalences numérico-littérales. Voici un déchiffrement aussi injurieux que fantaisiste dû aux protestants de la Réforme. L'inscription latine de la tiare papale : Représentant du Fils de Dieu, fournit 666 quand on additionne les chiffres romains qui y figurent :

$$\begin{array}{ccc} \text{VICarIVs} & \text{fILII} & \text{DeI} \\ 5 + 1 + 100 + 1 + 5 & + & 1 + 50 + 1 + 1 & + & 500 + 1 \end{array}$$

Le père Petro Bongo, chanoine de Bergame, prouva de son côté que la Bête Antéchrist n'était autre, qui l'eût cru, que Martin Luther. Calculant à l'aide de l'alphabet hébreu, il établit d'abord la correspondance :

Nombres linéaires (premiers)	Oblongs pairement impairs	Oblongs divers	Rectangulaires construits avec la Mesure (4)	Rectangulaires construits avec 1' Impair (3)	Rectangulaires construits avec le Pair (2).	Rectangulaires construits avec 1' Unité (1), ou "presque carrés"	Carrés	Périmètres	Surfaces
(1, 2, 3: principes)									
5			5 (1x5)	4 (1x4)	3 (1x3)	2 (1x2)	1 (1x1)	4 6 8 8 (10) 12 10	1 2 3 4 5 6
7	—	—	—	—	—	6 (2x3)	—	—	—
					8 (2x4)	—	9 (3x3)	12	8 9
11	—	—	—	10 (2x5)	—	—	—	14	10
13	—	—	(12 (2x6))	—	—	12 (3x4)	—	14 (16)	12
	14 (2x7)				15 (3x5)	—	—	(18) 16	15
(17)							16 (4x4)	16	16
19	—	—	—	18 (3x6)	—	—	—	18	18
			21 (3x7)	—	—	20 (4x5)	—	18 20 21	20 21 22
23	22 (2x11)	—	—	—	24 (4x6)	—	—	—	—
	26 (2x13)	27 (3x9)	—	28 (4x7)	—	—	25 (5x5)	20 20	24 25
								24	27
29	—	—	—	—	—	—	—	22	28
31	—	—	—	—	—	30 (5x6)	—	22	30
		33 (3x11)	32 (4x8)	—	—	—	—	24 28	32 33
	34 (2x17)				35 (5x7)	—	—	24	34 35
37	—	—	—	—	—	—	36 (6x6)	24	36
	38 (2x19)	39 (3x13)	—	40 (5x8)	—	—	—	—	—
								32	38 39
41	—	—	—	—	—	—	—	26	40
43	—	—	—	—	—	42 (6x7)	—	26	42
		44 (4x11)	—	—	—	—	—	30	44
	46 (2x23)		45 (5x9)	—	—	—	—	28	45
47	—	—	—	—	—	—	—	—	46
					48 (6x8)	—	—	28	48
							49 (7x7)	28	49

Dix-Sept est la coupure, selon Plutarque.

M	A	R	T	I	N	L	U	T	E	R	A
30	1	80	100	1	40	20	200	100	5	80	1

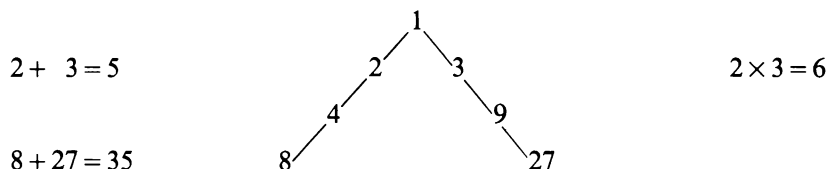
qui donne le total kabbalistique recherché (un peu boiteux avec ce A final ajouté !). Puis, avec impartialité, il opère de même pour Mahomet ! Mais toutes ces intrusions de latin et d'hébreu dans un texte écrit en grec ne peuvent être que fantaisies sans fondement.

Plus sérieux, mais tout aussi égaré par son fanatisme, le baron Napier trouve que Six Cent Soixante-Six est la somme de $\lambda\alpha\tau\epsilon\iota\nu\omicron\varsigma$: empire latin, donc papauté ! Les Pères de l'Église l'avaient déjà trouvé. L'empire romain (et non la papauté) ne fut-il pas grand persécuteur des chrétiens ? Ils avaient déchiffré aussi quantités d'autres équivalences comme l'évoque la planche extraite de *l'Arithmologie* du savant jésuite A. Kircher (cet inventeur, ou plutôt vulgarisateur de la lanterne magique, un lointain ancêtre du cinéma et de la télévision).

Toutes les interprétations par des sommes de valeurs de lettres sont chimériques. L'apôtre a pris la précaution d'avertir son lecteur : le nombre doit être « *calculé* » et non « *compté* ». Le mot technique grec utilisé signifie très précisément « *calculé avec des cailloux* ». Ce renseignement précieux indique explicitement qu'il s'agit d'un nombre figuré pythagoricien. Or Six Cent Soixante-Six est justement le 36^e nombre triangulaire ! Une question surgit immédiatement : puisque Six est parfait, que son carré Trente-Six est le grand nombre platonicien, pourquoi cette attribution à la Bête ? La vision de l'apôtre fait plus exactement état de deux Bêtes, qu'il ne faut pas confondre. Il monte d'abord de la mer une Bête à sept têtes et dix cornes. La seconde Bête, dont le nombre est Six Cent Soixante-Six, est montée de la Terre. Si la première sort de l'agitation et du bouleversement de l'élément liquide, la seconde est issue d'un élément stable. A la fois civilisée et fort savante, la Bête de la Terre se montre même bénéfique puisqu'elle guérit. La puissance de ses savoirs s'avère immense « *jusqu'à faire descendre le feu du ciel sur la terre, à la vue des hommes* ». Écrivant aujourd'hui, Newton y verrait la civilisation technologique avec ses apparents bienfaits qui, finalement, se révèlent de plus en plus les ministres du désordre qui grandit sur notre terre. La décomposition $666 = 15 + 21 + 630$ comme la somme des 5^e, 6^e et 35^e triangulaires ramène aux deux progressions de l'Ame du Monde

1		2		3		4		5		6	
E	5	Λ	30	T	300	A	1	Γ	3	Λ	30
Υ	400	A	1	E	5	P	100	E	5	A	1
Α	1	T	300	I	10	N	50	N	50	M	40
N	50	E	5	T	300	O	70	Σ	200	Π	80
Θ	9	I	10	A	1	Υ	400	H	8	E	5
A	1	N	50	N	50	M	40	P	100	T	300
Σ	200	O	70			E	5	I	10	I	10
		Σ	200					K	20	Σ	200
								O	70		
								Σ	200		
666		666		666		666		666		666	
7		8		9		10		11		12	
K	20	A	1	Π	80	Λ	1	A	1	M	40
Α	1	Λ	40	Λ	1	M	40	N	50	Α	1
K	20	H	8	Δ	30	N	50	T	300	O	70
O	70	Θ	9	A	1	O	70	E	5	M	40
Σ	200	H	8	I	10	Σ	200	M	40	E	5
O	70	Σ	600	B	2	A	1	O	70	T	300
Δ	4	B	2	A	1	Δ	4	Σ	200	I	10
H	8	Λ	30	Σ	200	I	10			Σ	200
Γ	3	A	1	K	20	K	20				
O	70	B	2	A	1	O	70				
Σ	200	E	5	N	50	Σ	200				
		P	100	O	70						
		O	70	Σ	200						
		Σ	200								
666		666		666		666		666		666	

Équivalences numériques du Nombre de la Bête, selon le jésuite A. Kircher.



ce qui renforce l'harmonie apparente de la Bête de la Terre. Il existe d'ailleurs d'autres façons de relier son Nombre au *Lamda* platonicien. Partant toujours des exaltations triangulaires Quinze et Vingt et Un de Cinq et Six, on définit deux nombres figurés carrés, que l'on somme. Le résultat est Six Cent Soixante-Six :

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Carré de } 15 & = & 225 \\
 \text{Carré de } 21 & = & 441 \\
 \hline
 \text{Total :} & & 666
 \end{array}$$

On retrouve Dix-sept dans Six cent soixante-six, puisque $666 = (36 + 1)$ fois $(17 + 1)$

Enfin, si l'on considère le nombre rectangulaire construit avec 15 et 21, soit : Rectangle $(15, 21) = 15 \times 21 = 315$, on a ces deux relations remarquables :

$$\begin{aligned}
 666 &= \text{Triangle}(15) + \text{Triangle}(21) + \text{Rectangle}(15, 21), \\
 36 &= \text{Triangle}(15) + \text{Triangle}(21) - \text{Rectangle}(15, 21).
 \end{aligned}$$

Et l'on pourrait facilement allonger la liste des remarquables propriétés de Six Cent Soixante-Six.

L'Apocalypse use abondamment des nombres symboliques traditionnels. La statistique révèle la fréquence des emplois : Sept vient en tête avec 52, souvent en paires ou en triplets ; Quatre suit avec un score de 18 ; viennent ensuite Dix et Douze (10 pour chacun), et

Vingt-Quatre (6 fois). La fraction babylonienne $\frac{1}{3}$ (soit $\frac{20}{60}$) se rencontre 15 fois. Par contre, Huit et Neuf brillent par une absence totale. Parmi les grands nombres, Mille se montre d'usage relativement fréquent (6 fois), exprimant toujours la longue durée. La présence 2 fois répétée de Mil Deux Cent Soixante est à première vue moins claire.

Dès le début de la vision, sept anges vont, en sonnant de la trompette, annoncer sept séries successives de malheurs : la terre frappée

par la grêle, des pollutions de toutes sortes, des sauterelles, le feu et des nuages empoisonnés. Avant que le septième ange n'annonce le Jugement dernier, il est donné à l'humanité de souffler un peu et l'Éternel envoie deux prophètes prêcher pendant mille deux cent soixante jours. Après ce répit de courte durée, le septième ange sonne, faisant ainsi paraître deux signes dans le ciel : une femme enceinte « *revêtue du Soleil, la Lune sous ses pieds, une couronne de douze étoiles sur sa tête* », et « *un grand dragon rouge ayant sept têtes et dix cornes, et sur ses têtes sept diadèmes* ». Le dragon veut dévorer l'enfant à naître, mais « *la femme s'enfuit au désert, où Dieu lui avait préparé une retraite afin qu'elle y fût nourrie pendant mille deux cent soixante jours* ». On peut interpréter ces séjours comme composés de quarante-deux mois de trente jours, comme l'apôtre semble d'ailleurs nous y inviter. Mais mille deux cent soixante vient-il de quarante-deux, ou est-ce quarante-deux qui vient de mille deux cent soixante ? Attribué à l'Antéchrist par les Pères de l'Église, Quarante-Deux n'a pratiquement que l'*Apocalypse* comme garant. Il n'apparaît qu'une seule fois dans l'Ancien Testament : des petits enfants se moquèrent du prophète Elisée. Celui-ci les maudit et des animaux féroces sortant de la forêt tuent Quarante-Deux de ces gar-nements. Mais le passage en question oppose ce nombre à Cinquante, groupe parfait des disciples du prophète. La différence de Huit explique la méchanceté des moqueurs.

Les nombres Quarante-Deux de l'*Apocalypse* découlent donc bien de Mille Deux Cent Soixante, dont on remarque qu'il n'est autre que le trente-cinquième nombre figuré rectangulaire (ou plutôt tautomèque) : $1\ 260 = 36 \times 35$, et donc le double du 35^e triangulaire, ce qui le relie directement à ce 36^e triangulaire qu'est Six Cent Soixante-Six. Les étonnantes configurations de têtes et de cornes du Grand Dragon et de la Bête de la Mer : sept têtes et dix cornes (avec tantôt sept et tantôt dix couronnes) révèlent d'autres rectangles. La seule combinaison possible :

$$\begin{array}{r} \text{trois têtes à deux cornes} \\ + \\ \text{quatre têtes à une corne} \\ (3 \times 4) \qquad (2 \times 1) \end{array}$$

fait ressortir le premier et le troisième rectangles. La Bête de la Mer possède une apparence d'harmonie, puisque ses têtes sont régies par l'Impair vierge qui est Sept.

Une dernière remarque sur *l'Apocalypse* : le nombre des élus après le Jugement dernier est Cent Quarante Quatre Mille, c'est-à-dire la plénitude (multiplication par mille) de la totalité (douze au carré). L'apôtre précise que la Jérusalem céleste où habitent ces élus possède une « *muraille de cent quarante-quatre coudées, mesure d'homme, qui est aussi mesure d'anges* ». En retranchant cette mesure d'homme du nombre total des élus, le résultat ne manque pas d'harmonie :

$$144\,000 - 144 = 666 \times 6^3$$

avec l'apparition de la perfection du très grand nombre platonicien Deux Cent Seize (6^3).

4. Numérologie mystique chrétienne

Rares sont les membres du clergé, même dans les ordres réputés pour leur science, qui s'intéressent encore à la numérologie sacrée. Quel contraste avec les Pères de l'Église ! Discutant du pourquoi de la création en six jours (Dieu s'est reposé le septième), saint Augustin estime que tout cela reste normal puisque Six est le plus parfait des nombres parfaits ; il ajoute : « *Nous ne devons pas dédaigner la science des Nombres, qui constitue une aide précieuse pour interpréter de nombreux passages de la sainte Écriture. Et ce n'est pas pour rien qu'il est écrit que l'Éternel a tout ordonné par mesure, par nombre et par poids.* »

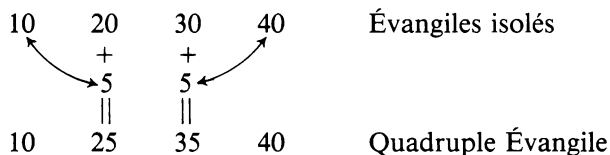
L'idée de relier le récit de *la Genèse* à la perfection pythagoricienne de Six aurait été découverte par Philon d'Alexandrie (vers 30 av. J.-C.), savant juif qui tenta de concilier Platon et Moïse. Philon explique à propos de la création : « *Pour que les choses se forment à l'existence, il fallait une harmonie. L'harmonie exige le nombre. De tous les nombres, Six est celui qui régit la formation. C'est le premier nombre parfait en partant de l'unité, puisque égal aussi bien à la somme qu'au produit de ses parties. Sa moitié est trois, son tiers deux. Il est par nature mâle et femelle et possède la puissance de l'un et de l'autre. L'impair est en effet mâle et le pair femelle. Partant du nombre impair trois et du nombre pair deux, on obtient six en les faisant se reproduire. Puisque le monde est parfait dans son harmonie universelle, sa formation fut gouvernée par un nombre parfait, c'est-à-dire par Six.* »

L'humanité actuelle n'est plus parfaite, il y a eu le déluge ; Noé fit alors entrer dans l'arche sept couples de tous les animaux purs (impair favorable) et deux animaux impurs (pair défavorable). Il ne fut sauvé que quatre couples humains : Noé et sa femme, ses trois fils Sem, Cham et Japhet et leurs épouses. Avec sa déficience d'une unité, Huit ne put redonner qu'une humanité déficiente. Ah ! s'il y avait eu la perfection de six couples, ou l'abondance de ce premier abondant qu'est douze ! Ainsi enseigna Alcuin dans les écoles qu'il avait organisées à la demande de Charlemagne.

L'Apocalypse paraît sans conteste l'écrit du Nouveau Testament où les nombres tiennent la plus grande place ; il n'est pas le seul comme on l'a vu et l'on peut se demander si la numérologie n'est pas intervenue pour gouverner le choix des livres retenus comme canoniques. Le pasteur Bullinger fait remarquer qu'il y a huit (2³) rédacteurs et vingt-sept (3³) ouvrages différents. Mânes de Platon, qu'en dites-vous ? Ce n'est qu'au concile de Trente (1545-1546) que l'Église catholique a clos les discussions sur la définition du Nouveau Testament. Les autres confessions chrétiennes rejettent certaines épîtres ou ajoutent d'autres écrits. Dans les premiers siècles, des textes comme *l'Évangile de Pierre*, *la Doctrine des Apôtres* ou *le Pasteur d'Hermas* avaient été retenus comme inspirés. Mais il ne pouvait y avoir que quatre Évangiles, ni trois ni cinq. Discutant de ce point dans son grand traité *Contre les hérétiques*, l'évêque de Lyon saint Irénée (vers 120 - vers 200) le proclame : « *Il y a quatre régions dans le monde où nous vivons et quatre vents principaux. Puisque l'Église est répandue sur toute la terre, et puisque l'Évangile est le fondement de l'Église et le souffle de vie, il est raisonnable qu'il y ait pour soutenir l'Église quatre colonnes, soufflant partout l'incorruptibilité et la vie pour les hommes. Il en découle sans conteste que le Verbe de Dieu nous a donné un quadruple évangile inspiré par un seul esprit.* » La conjecture de E. Bullinger présente après tout un fondement sérieux.

Cette fondation sur quatre colonnes est longuement décrite dans *le Pasteur d'Hermas*, un livre qui se donne pour la vision d'un frère du pape Pie I^{er}. La rédaction remonterait vers 120 de notre ère et la numérologie mystique y tient une grande place. Des visions y font état de douze montagnes, symbolisant le cercle des nations, au milieu desquelles s'élève une tour à quatre assises de respectivement dix, vingt-cinq, trente-cinq et quarante pierres. On a conjecturé qu'il s'agissait des quatre Évangiles rappelés par les noms de leurs auteurs : Jean (ι = 10, en grec) ; Xephas, pour Pierre qui dicta ses souvenirs à Marc

($\kappa = 20$) ; Luc ($\lambda = 30$) et enfin Matthieu ($\mu = 40$). Les deux Cinq ajoutés aux nombres intermédiaires s'imposent afin d'unir en une seule suite ce qui resterait, sans cela, des entités isolées :



Ce genre de correspondance numérico-littérale est mis en œuvre dans un autre apocryphe : les *Livres sibyllins*. Ceux-ci calculent le nombre du nom du Jésus, soit Huit Cent Quatre-Vingt-Huit, comme figuré ici, d'après le père Kircher. Le révérend Bullinger constate que d'autres qualificatifs de Jésus contiennent également Huit :

Messias	(Messie)	= 656 = 8 × 82
Uios	(Fils)	= 680 = 8 × 85
Kurios	(Seigneur)	= 800 = 8 × 100
Sôter	(Sauveur)	= 1 408 = 8 × 8 × 22

il se réjouit tout particulièrement de retrouver Vingt-deux.

Le mot *isopsephia* qui surmonte les deux petits cartouches où sont comptés les noms de Jésus et de Marie n'est pas attesté en grec classique. Le savant jésuite le trouva dans *les Nuits attiques*, de l'essayiste romain Aulu-Gelle. Faute d'un mot latin qui n'existe pas,

ισοψηφία	
I	10
H	8
Σ	200
O	70
T	400
Σ	200
888	

ισοψηφία	
M	40
A	1
R	100
I	10
A	1
152	

Maria.

I	5	2	8
—	—	—	
5	2	1	8
—	—	—	
2	1	5	8
8	8	8	

Par ce curieux calcul « isopséphique », A. Kircher prouve que Jésus est bien Fils de Marie.

celui-ci forgea un néologisme grec pour désigner l'équivalence entre deux noms dont les sommes de lettres sont identiques. A. Kircher étendit le sens à son étrange calcul qui appartient à une arithmologie toute moderne, confondant en effet les nombres et leurs vêtements de chiffres. Il faut la numération décimale pour prouver que 888 est issu de 152, en d'autres termes que Jésus est le fils de Marie. Certains numérologistes modernes usent et abusent de ce mode de cabale qui s'écarte du Nombre et ne présente pas la même valeur traditionnelle.

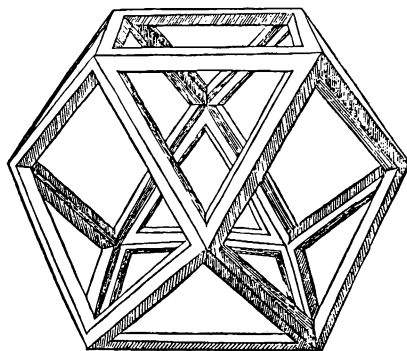
5. Discontinuité dans la continuité

Il faut reconnaître, à la décharge de ces numérologistes, qu'ils ont quelque excuse. Avec la décadence de l'Empire romain vint celle des écoles de philosophes. On perdit de vue les savoirs traditionnels : nombres figurés, médiétés, considérations sur le Pair et l'Impair. Deux et trois devinrent des nombres et le christianisme ne voulut plus y reconnaître que les deux natures, humaine et divine, du Christ et les trois personnes de la Trinité. L'Unité cessa d'être le principe primordial des nombres pour symboliser Dieu le Père. La distinction pythagoricienne entre principes et nombres survécut vaguement en ce sens qu'un, deux et trois constituèrent un groupe à part, caractéristique du monde divin. Quatre continua de structurer le monde matériel, mais cinq perdit son statut privilégié de Mariage du Pair et de l'Impair au profit de sept, somme des synthèses du Monde divin et du Monde humain : $7 = 3 + 4$.

Quatre confirmé dans son rôle de Mesure du Monde, Cinq devint tout naturellement le nombre de l'homme qui a cinq sens (une tradition tenace, alors que la physiologie constate l'existence d'un beaucoup plus grand nombre de mécanismes sensoriels) et qui a aussi quatre membres et un corps. La perfection de six se perdit avec l'oubli de la justification mathématique. Comme il ne pouvait être question d'ajouter à lui-même le Monde divin, six déchet au point qu'on le considéra désormais comme imparfait, puisque inférieur d'une unité à sept. Dix avait derrière lui une trop longue tradition pour voir décroître son importance, mais, là aussi, la structure se modifia ; finie la Tétraktys et oublié le 4^e triangulaire : désormais, dix résume la Trinité et la Création : $10 = 3 + 7$. Douze tira sa valeur de sept, puisque tous deux sont générés par Dieu et le Monde : $7 = 3 + 4$, $12 = 3 \times 4$.

La plupart des traités modernes de numérologie ne connaissent que ces interprétations christianisées.

La tradition authentique ne fut heureusement pas totalement perdue, grâce à des compilations comme celles de Martin Capella (V^e siècle). Consacré à l'arithmétique, le septième livre de ses *Noces de Philologie et Mercure*, se montre un indigeste mais précieux résumé de Nicomaque de Gêrasede et Théon de Smyrne, des *Théologoumènes de l'Arithmétique* et de Jamblique. On y retrouve les nombres figurés, la perfection et l'abondance et, sous une forme fruste, les médiétés. L'évêque de Séville saint Isidore (560-636) reprit ces données dans *le Livre des Nombres*. Le bénédictin allemand Raban Maur (776-856) transmet le flambeau en composant à son tour une encyclopédie *Sur les Nombres*. L'an Mille voit enfin la résurrection lorsque l'École de Chartres redécouvre avec ferveur *le Timée*.



Cuboctaèdre (polyèdre archimédien) creux (dessin attribué à Léonard de Vinci).

CHAPITRE IX

Kabbale hébraïque, cabale chrétienne

1. Avec Trois, Sept et Douze

« Tout occultiste, de nos jours comme au XVII^e siècle, prétend avoir étudié la cabbale : les permutations des lettres, quelques calculs du grand Nom de Dieu, qui font songer à des jeux de société [...]. Parfois, on cite Agrippa de Nettesheim et ce Knorr de Rosenroth dont la Cabbala denudata (1677) contient une traduction partielle du Zohar en latin, mais le plus souvent on s'en tient aux "Mages" de la seconde moitié du XIX^e siècle : Eliphas Lévi, Stanislas de Guaita, Papus, en France. Leurs ouvrages sur la cabbale [...] ne décèlent pratiquement aucune compréhension de son message spirituel ; Fabre d'Olivet, le célèbre mystique de la Révolution française, a cabbalisé lui aussi, et déplorablement ; ses recherches sur les origines de la langue hébraïque et son essai de dictionnaire des racines ne dépassent guère le niveau de l'occultisme moyen. » Ce sévère jugement de Guy Casaril incite à la prudence lorsqu'on veut aborder la tradition juive. Une connaissance profonde de la langue hébraïque paraît la condition première indispensable. Mais elle reste insuffisante : ce n'est pas parce que l'on possède bien le français courant que l'on aborde de plain-pied la lecture d'un ouvrage de mathématique ou de physique théorique. Il faut avoir été initié à ces savoirs. Corollaire immédiat : la traduction d'une œuvre scientifique d'une langue dans une autre exige impérativement que le traducteur soit un familier du domaine où il traduit. On a vu plus haut comment, faute d'un minimum de savoir mathématique, d'excellents hellénistes se sont égarés dans la triple gamme cosmique du *Timée* ou dans le nombre géométrique de Platon.

La traduction d'un texte kabbalistique ne peut être que le fait d'un kabbaliste. Oui, mais voilà, les mystiques juifs se sont bien gardés de livrer leurs trésors aux impies, c'est-à-dire aux chrétiens. Cette règle reste toujours appliquée scrupuleusement. La situation serait-elle alors désespérée ? Pas totalement : des savants chrétiens de la Renaissance ont rêvé d'une Cabale qui magnifierait le christianisme en l'enrichissant de tout l'apport du mysticisme juif. Un Pic de La Mirandole et un Marsile Ficin étudient alors le *Zohar* sous la direction du médecin d'origine crétoise Elie del Medigo (1460-1497). De son côté, le cardinal humaniste Egidio de Viterbe patronne le grammairien juif Elia Levita (1469-1549) en lui faisant exécuter une traduction latine du *Zohar*. Le savant allemand Jean Reuchlin (1456-1522) défend le *Talmud* contre des moines fanatiques qui veulent brûler les livres hébreux comme contraires à la Bible (on reste pantois devant pareille ignorance !) et il expose les principes de l'*Art cabalistique* (1517). Guillaume Postel (1510-1581), premier professeur de langues orientales au Collège de France créé par François I^{er}, voyage en Orient, se lie avec des rabbins et traduit le *Sepher Ietsirah*.

Ce *Livre de la Formation* (entendez : du monde) tranche d'ailleurs singulièrement sur les autres ouvrages kabbalistiques. Il est très bref : l'équivalent de quelques pages imprimées. La langue en est extrêmement concise : aide-mémoire plus que traité systématique, le texte n'en a pas été rigoureusement fixé et les nombreuses versions que l'on en possède varient du simple au double en volume. L'auteur demeure inconnu ; la dernière phrase mentionne toutefois le nom d'Abraham. Retenons cette volonté de rattacher le *Livre de la Formation* au légendaire patriarche, bien avant Moïse. La date exacte de rédaction reste elle aussi ignorée et les érudits la placent au gré de leur fantaisie, du VI^e siècle avant notre ère au X^e siècle après, selon qu'ils veulent appuyer telle ou telle thèse. Le rabbin Léon de Modène déclara tout net dans son *Lion rugissant* que toutes ces spéculations sur la Formation sentaient leur Alexandrie et qu'il y avait du Platon là-dessous.

La Genèse s'ouvre sur un court récit de la Création, visiblement inspiré des cosmogonies babyloniennes. Mais ce fragment demeure unique de son espèce. Les volumineux livres bibliques de l'Ancien Testament se soucient uniquement des rapports entre Iavé et son peuple. Les grands prophètes du VIII^e siècle avant notre ère : Amos, Osée, Isaïe, Michée, introduisent l'innovation révolutionnaire d'une

relation personnelle entre chaque individu et Iavé, inventant par là même la religion telle qu'on la comprend aujourd'hui. Nul besoin de scruter les origines du Monde pour expliquer l'amour entre la Toute-Puissance divine et l'Homme. Dans un livre aussi tardif que le poème de Job (rédigé vers les VI^e, V^e siècles avant notre ère), Iavé répond à l'homme injustement persécuté qu'est Job. Il existe quantité de choses que celui-ci ne peut comprendre, et d'abord le monde :

*« Qui a fixé les dimensions de la terre ? Le sais-tu ?
 Sur quoi sa base repose-t-elle ?
 Et qui en a posé la pierre angulaire
 Quand les astres chantaient en chœur ?...
 Est-ce toi qui fais lever les constellations en leur temps ?
 Pourrais-tu agrandir le cercle que parcourt l'Ourse ?
 Connais-tu les lois du ciel,
 Règles-tu ses influences sur la terre ? »*

Ce désintérêt ne put se maintenir avec la vulgarisation croissante des idées pythagoriciennes sur l'organisation du Cosmos. Le pseudo-Salomon alexandrin du *Livre de la Sagesse* estimait que le monde a été « *ordonné par mesure, par nombre et par poids* ». Le *Livre de la Formation* s'efforce d'expliquer cet ordre. La filiation logique avec la Sagesse permet de limiter vers le haut l'époque de rédaction, car il paraît peu vraisemblable de faire du *Sepher Ietsirah* une source où Pythagore et Platon auraient puisé. Les mêmes raisons font écarter une date trop basse : au VI^e siècle de notre ère, la vie juive se trouve concentrée dans les communautés de Babylone, et le foyer palestinien est mort depuis longtemps, tout comme celui d'Alexandrie. Les gaons (chefs rabbiniques) des académies mésopotamiennes de Sura et de Pumbedita pratiquent alors le *midrash* ou parabole allégorique qui met en relief les multiples interprétations de chaque verset de la Loi (le *Zohar* en sera, au XII^e siècle, l'expression kabbalistique). Le style dépouillé du *Livre de la Formation* se situe aux antipodes du *midrash*. L'emploi répété des nombres : Dix, Quatre, Cinq, Trois, Sept, Douze, Vingt-Deux (et, plus curieusement, Deux Cent Trente et Un), souvent groupés en familles, révèle avec une aveuglante clarté qu'il faut se tourner vers un milieu fortement imprégné de l'esprit néo-pythagoricien, donc aux alentours du début de l'ère chrétienne, un peu avant ou après.

S'il fallait d'autres preuves, voici la structuration même de l'opuscule : en six chapitres, ce Six parfait. Voici surtout l'utilisation

par le Dieu Formateur des Quatre Éléments : « *Les cieux ont été formés à partir du feu, et la terre a formé l'eau, et l'air est situé entre le feu et l'eau.* » Comme chez Platon, la terre reste à part, et ce sont les jeux des trois autres éléments qui forment toutes choses en ce monde ; « *Telles sont les trois mères, Aleph, Mem, Schin. En sont issus trois pères : Air, Eau, Feu et leurs générations : Sept Planètes, et leurs constellations, et les douze limites sur l'oblique [l'écliptique].* »

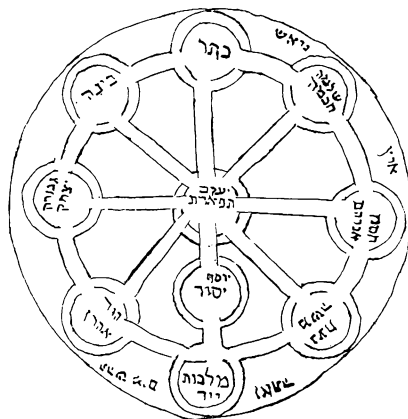
2. Dix séphiroth et vingt-deux lettres

« *Par trente-deux voies mystérieuses de sagesse, Iavé, Seigneur des Armées* [sous-entendu : des puissances célestes], *Dieu de Vie, Roi du Monde, Miséricordieux et donnant grâce, qui demeure hors du temps, Sublime et Saint soit son Nom, a gravé le Monde par trois Sepharim : par Sephar, par Sipour, par Sepher. Dix Séphiroth belima et vingt-deux lettres fondation : trois mères, sept doubles et douze simples.*

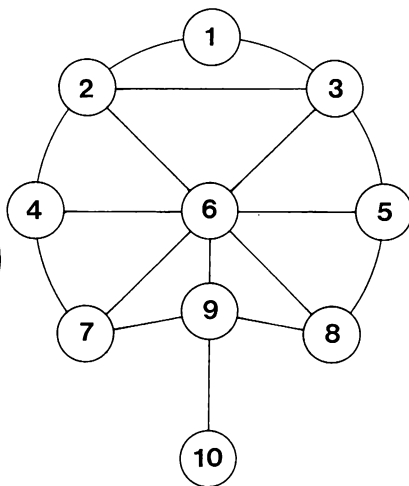
« *Dix Séphiroth belima, comme le compte des dix doigts, cinq vis-à-vis de cinq, et l'alliance qui les unit au milieu par les mots de la langue, et par le mot de la nudité* [la circoncision]. » Les noms qui n'ont pas été traduits en français dans ce qui précède ont donné lieu à de multiples discussions. Si l'on pouvait en pénétrer le sens avec certitude, les mystères du *Livre de la Formation* ne seraient pas loin d'être percés ! Que cachent ces trois Sepharim, instruments à l'aide desquels le Seigneur a « gravé » le monde, et non créé : il s'agit d'un démiurge et non du Dieu Créateur chrétien. Voici quelques interprétations : Nombre, Écriture, Parole ; Nombre, Récit, Livre ; Nombre en Soi, Énumérant, Énuméré. Cette dernière traduction est l'œuvre de P. Nommès, un hébraïsant féru de kabbale ; il l'a commentée ainsi : le Seigneur a formé le monde en le structurant par le Nombre en Soi, en l'organisant avec les nombres-lettres de l'alphabet, en formant avec ces lettres des noms pour toutes choses, afin de les rendre existantes. Iavé n'a-t-il pas fait « *venir tous les animaux des champs et tous les oiseaux du ciel vers Adam pour qu'il leur donne un nom, et pour que tout être vivant portât le nom que lui donnerait l'homme* » ? Ce qui n'a pas de nom n'existe véritablement pas.

D'où viennent les Séphiroth ? Une nouvelle fois, on est conduit à se tourner vers les gens de Qumran. L'auteur essénien du *Rouleau de la Règle* a chanté le Décret gravé à jamais au début des années. Le mot même de Séphirah, inconnu en hébreu biblique, pourrait bien rappeler le mot grec *spheraï* : les « sphères » du Cosmos pythagoricien au nombre, on l'a vu, de Dix. Et justement, le *Livre de la Formation* indique « *Dix et non Neuf, Dix et non Onze. Comprends par sagesse, instruis-toi par intelligence* ». Voilà qui nous conduit bien vers les Dix sphères cosmiques de Philolaos. Des représentations graphiques tardives contenues dans des manuscrits hébreux du haut Moyen Age figurent les Séphiroth en cercle, comme schématisé ci-dessous :

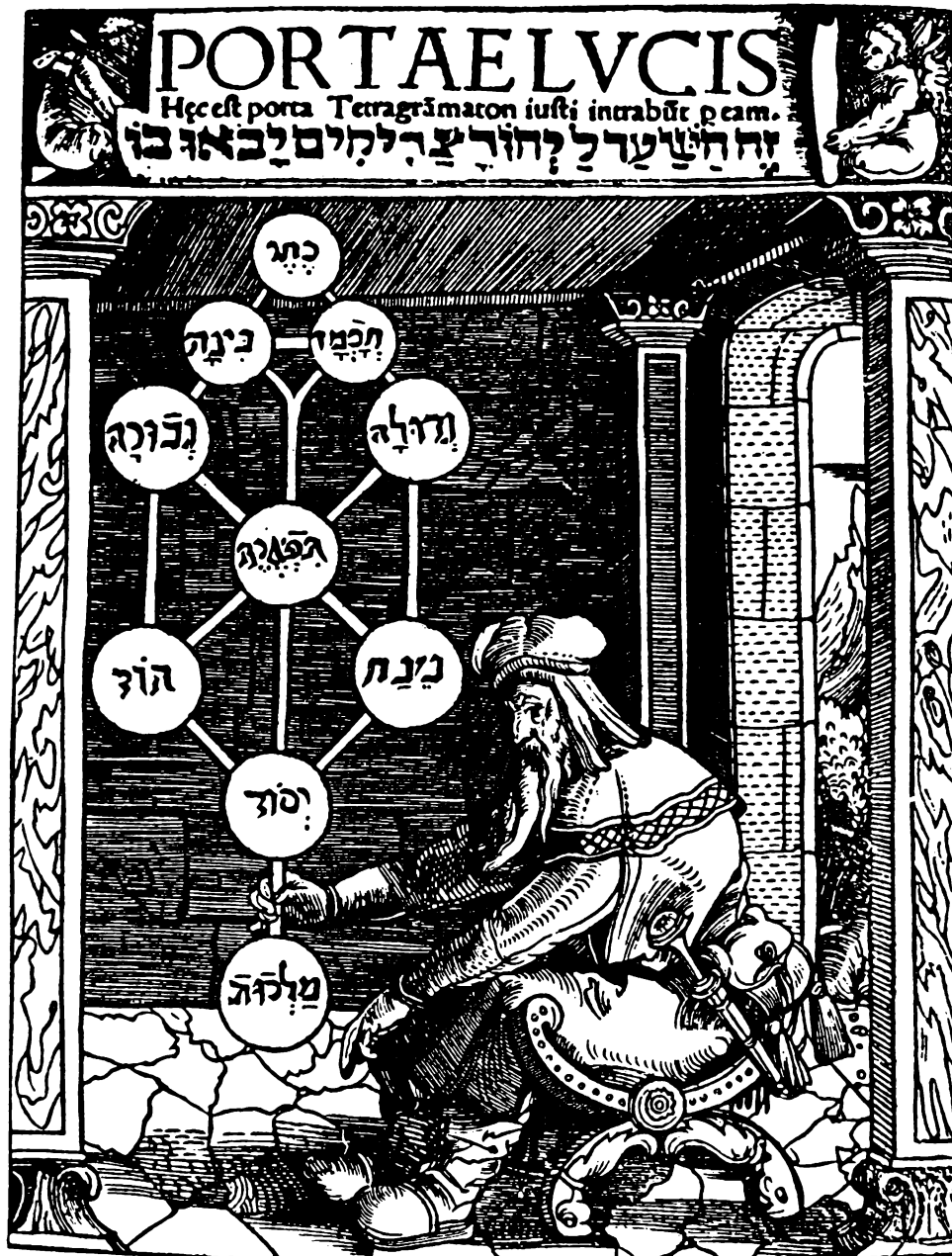
On ne manquera pas de noter que les Dix Séphiroth sont reliés entre eux par Dix-Sept canaux. Le plus souvent, les kabbalistes utilisèrent une forme en arbre. En voici un très bel exemple, emprunté au juif converti Paulus Riccius. Ici aussi, on observe Dix-Sept canaux. Il se montre des plus aisé, en effet, de transformer la roue en arbre : il suffit pour cela de modifier quelque peu le bas de la roue, de changer des liaisons entre les Séphiroth supérieurs et enfin d'étirer toute la figure dans le sens de la hauteur. Ultérieurement, on a ajouté d'autres



La roue des Séphiroth, selon le manuscrit hébreu 763 de la Bibliothèque Nationale (Paris).



En étirant la roue séphirothique, on obtient la classique figuration en arbre.



L'arbre des Séphirot, selon la *Porte de la Lumière* du juif converti Paul Ricus.

liaisons entre Séphiroth afin d'atteindre Vingt-Deux, le nombre des lettres de l'alphabet hébraïque. Les kabbalistes (ou du moins certains d'entre eux, car *le Livre de la Formation* n'est pas admis par tous) ont longuement médité sur les échanges s'établissant à travers les Vingt-Deux canaux, ou Voies de la Sagesse.

On découvre dans l'arbre trois triades hiérarchisées d'intermédiaires entre une Divinité incompréhensible et le Monde, dernière séphirah de la Décade. *Le Livre de la Formation* proposait, lui, une structure quelque peu différente : le Souffle formateur de Vie, puis Trois Éléments de base (Air, Eau et Feu), enfin les six directions principales de l'espace, à savoir les Quatre points cardinaux, plus le Haut et le Bas. Le schéma en roue se montre plus respectueux de cette structuration assez géométrique.

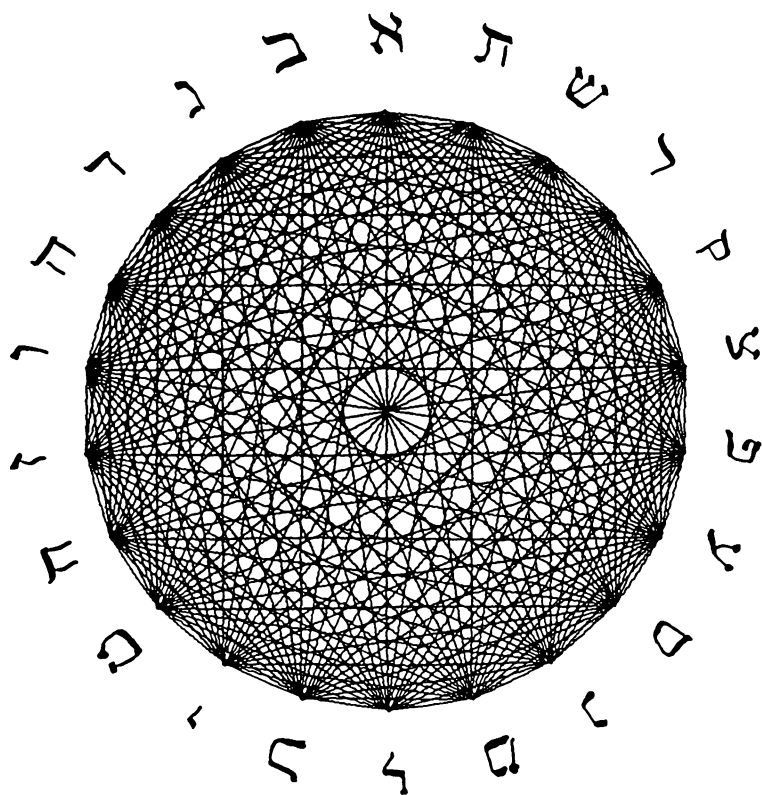
La formalisation permise par l'emploi systématique de combinaisons se montre bien dans la ligne de pensée de la scolastique médiévale. Mais l'introduction d'une combinatoire dans la mystique kabbalistique peut se réclamer authentiquement du *Livre de la Formation*. Le chapitre second remarque que la prononciation des différentes lettres sépare celles-ci en deux groupes de cinq et trois groupes de quatre, ce qui introduit deux mariages harmonieux de Pair et d'Impair qui génèrent les rectangulaires Dix et Douze (ce dernier étant hétéromèque) :

$$2 \times 5 = 10$$

$$3 \times 4 = 12$$

puis le texte continue en ces termes : « *Vingt-deux lettres fondation, fixées par Deux Cent Trente et Une mesures à une roue qui tourne, et la roue tourne en avant et en arrière.* » Et de préciser le mode de construction de cette roue : « *Voici comment combiner : Aleph avec tout et tout avec Aleph, Beth avec tout et tout avec Beth. Et ainsi de suite jusqu'aux Deux Cent Trente et Une mesures. Et là se trouve tout ce qui est formé, et tout ce qui est nommé hors de l'indifférencié.* » En suivant le processus indiqué : poser vingt-deux lettres sur un cercle, puis réunir chacune d'elle à toutes les autres, on trace le graphisme reproduit sur la planche donnée ici. Il y a 22 fois 21, soit 462 traits qui fixent bien les vingt-deux lettres par des milliers d'intersections. Le cercle extérieur se reflète assez nettement à l'intérieur, en se démultipliant par une série de six cercles de moins en moins discernables, comme on le voit sur la planche.

Comme chaque trait a été tracé deux fois : par exemple en allant de la lettre *Aleph* à la lettre *Beth*, puis en revenant de la lettre *Beth* à



ALEPH est avec toutes
et toutes avec ALEPH

Les deux cent trente et une portes décrites par le *Livre de la Formation*.

la lettre *Aleph*, la roue tourne dans les deux sens, deux rotations inverses qui rappellent celles des orbites planétaires et celle du ciel étoilé de Platon décrivant l'Ame du Monde. On ne manque pas de noter que le nombre Quatre Cent Soixante-Deux, 21^e rectangle, conduit immédiatement par sa moitié au 21^e (3×7) triangulaire qu'est le Deux Cent Trente et Un. Ce dernier se montre fort déficient (au sens pythagoricien du terme). La somme de ses parties aliquotes donne, devinez quoi ? : $1 + 3 + 7 + 11 + 21 + 33 + 77 = 153$. Curieuse coïncidence ! Mais est-ce vraiment une coïncidence ?

Le Livre de la Formation enseigne une autre combinaison pour la formation du monde : « *Sept lettres doubles, ainsi combinées. Deux bâtissent deux maisons ; trois, six maisons ; quatre, vingt-quatre maisons ; cinq, cent vingt maisons ; six, sept cent vingt maisons ; sept, cinq mille quarante maisons. Et voici sept planètes dans l'univers, et sept jours pour la formation du monde, et sept portes pour les sens : deux yeux, deux oreilles, deux narines et une bouche ; et sont gravés sept espaces, sept terres et sept temps, et c'est pour cela que sept est aimé par tout ce qui se meut sous le Dieu de Vie.* » Les nombres précédents de maisons représentent tout simplement ce qu'on appelle des permutations d'objets.

Lorsqu'on dispose de deux lettres, on peut les arranger ainsi :

AB, BA

S'il y en a trois, les possibilités s'élargissent :

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

et ainsi de suite. Le nombre de permutations s'exprime par la factorielle d'Euclide. Coïncidence ? Nouvel indice d'une filiation néo-platonicienne ? Le nombre limite de cinq mille quarante maisons correspond au nombre de citoyens de la Cité idéale des *Lois*, « *car, précise l'ami d'Archytas, ce nombre est divisible par les dix premiers nombres : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf et dix* ».

Impensable, se sont récriés des docteurs en Israël : toute influence étrangère sur la pensée juive s'avère *a priori* exclue. Sinon, il y aurait contradiction de principe avec l'exigence d'une Révélation primordiale transmise fidèlement d'âge en âge, d'Adam à Noé, de Noé à Abraham, d'Abraham à Jacob, de Jacob à Moïse, de Moïse à Salomon. Ici, on bifurque suivant que l'on ajoute ou non le Christ sur la liste.

Toute opinion se montre respectable et doit être respectée. Certaines pourtant sont par nature indiscutables puisque leurs tenants refusent *a priori* tout débat, fermant leurs yeux et leurs oreilles pour ne rien voir et rien entendre qui puisse leur déplaire. L'ouvrage très dense que Paul Vulliaud a consacré il y a soixante ans à la kabbale n'a guère vieilli et il demeure « *la seule étude générale sur la cabale directement publiée en français et méritant intérêt encore aujourd'hui* ». Cet auteur a conclu ainsi son étude : « *Il se pourrait que l'on expliquât les analogies des différents systèmes religieux sans recourir à l'hypothèse des emprunts quels qu'ils soient. D'après l'esprit général du Zohar, la Kabbale ne semble bien elle-même n'être qu'une tradition antécédente qui est la Tradition universelle dont tous les peuples ont conservé plus ou moins le souvenir. A titre de "peuple choisi", le peuple juif a perpétué ce que Gioberti appelle la Formule idéale.* » Belle illustration d'un point de vue *a priori* !

Les découvertes qui se sont multipliées en Palestine ces dernières décennies ont singulièrement ébranlé le dogme (car ce n'était qu'un dogme) de l'horreur des penseurs juifs pour tout ce qui aurait été étranger. On devine un intense bouillonnement d'idées. Influence n'implique pas filiation directe, mais fécondation par échange. Le néo-pythagorisme et le néo-platonisme flottaient tellement dans l'air aux premiers siècles de notre ère qu'il serait étonnant que les juifs ne leur aient fait aucun emprunt. Qu'on pense seulement à tout ce que le christianisme leur doit, à commencer par la Trinité !

3. Mères, doubles et simples

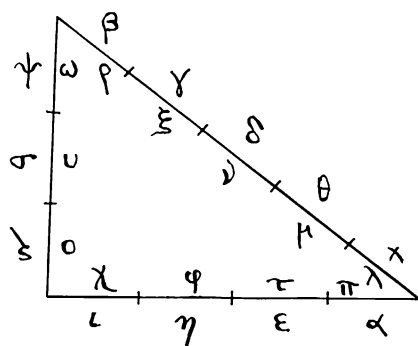
Il y a d'autres bonnes, voire très bonnes raisons pour penser que le *Livre de la Formation* est tout imprégné de pythagorisme et, plus généralement, d'hellénisme. Sa théorie de lettres mères, doubles et simples, découle directement des traditionnelles spéculations grecques sur les mystères des lettres de l'alphabet : Neuf consonnes, Huit semi-consonnes (dont trois dites doubles) et enfin Sept voyelles. Discutant en sa *Métaphysique* des théories pythagoriciennes, Aristote rappelle d'abord que les trois « consonances » (symphônia, en grec) musicales (c'est-à-dire l'octave, la quinte et la quarte) se trouvent symbolisées par les trois « consonances » (doubles consonnes) de l'alphabet grec, à savoir : Sigma, Psi et Dzéta (son commentateur Alexandre d'Aphrodisie attribue nommément Sigma à la quinte, Psi à l'octave et Dzéta

HEBREU				GREC			
1	Mère	Aleph	א	A α	Alpha	Voyelle	1
2	<u>Double</u>	Beth	ב	B β	Beta	<u>Consonne</u>	2
3	<u>Double</u>	Gimel	ג	Γ γ	Gamma	<u>Consonne</u>	3
4	<u>Double</u>	Daleth	ד	Δ δ	Delta	<u>Consonne</u>	4
5	Simple	He	ה	E ε	Epsilon	Voyelle	5
6	Simple	Vau	ו	F	Episemon		6
7	Simple	Zain	ז	Z ζ	Zeta	S.C.Double	7
8	Simple	Heth	ח	H η	Eta	Voyelle	8
9	Simple	Teth	ט	Θ θ	Theta	Consonne	9
10	Simple	Jod	י	I ι	Iota	Voyelle	10
20	<u>Double</u>	Caph	כ	K κ	Kappa	<u>Consonne</u>	20
30	Simple	Lamed	ל	Λ λ	Lambda	Semi.Cons.	30
40	<u>Mère</u>	Mem	מ	M μ	Mu	<u>Semi.Cons.</u>	40
50	Simple	Nun	נ	N ν	Nu	Semi.Cons.	50
60	Simple	Samech	ס	Ξ ξ	Xi	Semi.Cons.	60
70	Simple	Oin	ע	O ο	Omicron	Voyelle	70
80	<u>Double</u>	Pe	פ	Π π	Pi	<u>Consonne</u>	80
90	Simple	Tzadi	צ				
100	Simple	Koph	ק	Ϟ ϟ	Koppa		90
200	<u>Double</u>	Resh	ר	P ρ	Rho	Semi.Cons.	100
300	<u>Mère</u>	Shin	ש	Σ σ	Sigma	S.C.Double	200
400	<u>Double</u>	Tau	ת	T τ	Tau	<u>Consonne</u>	300
				Υ υ	Upsilon	Voyelle	400
				Φ φ	Phi	Consonne	500
				Χ χ	Chi	Consonne	600
				Ψ ψ	Psi	S.C.Double	700
				Ω ω	Omega	Voyelle	800
				Ϻ	Sanpi		900

En grec : voyelles, consonnes et semi-consonnes ; en hébreu : mères, doubles et simples.

à la quarte). Puis Aristote continue : « Certains d'entre eux avancent aussi nombre d'autres choses, disant par exemple que des deux cordes médianes l'une est de neuf et l'autre de huit et que, de même, le vers épique (l'hexamètre) est de dix-sept (syllabes), égalant en nombre (la somme de ces deux cordes). Car du côté droit, on le scande sur neuf syllabes et du côté gauche sur huit. Et encore que dans l'alphabet, la distance qui sépare l'Alpha de l'Oméga égale cette autre qui existe sur la flûte entre la note la plus grave et la note la plus aiguë, ce nombre étant identique à l'harmonie totale qui gouverne le ciel. » L'alphabet grec comporte en effet d'Alpha à Oméga, sept voyelles et dix-sept consonnes. Platon et Aristote précisent en plusieurs endroits que les dix-sept consonnes sont partagées en neuf muettes et huit semi-voyelles (ou semi-consonnes). Le tableau donné ici compare de ce point de vue les deux alphabets. On observe une assez bonne corrélation entre les spéculations grecques et hébraïques. Les lettres doubles du *Livre de la Formation* seraient des consonnes. L'accord est moins bon pour les Mères puisque seul S (Sigma d'une part, Schin de l'autre) est commun ; mais enfin la quantité de trois se retrouve dans les deux cas. On a également fait figurer la valeur numérique traditionnelle des lettres (rappelons qu'en grec et en hébreu, ce sont des lettres qui servaient à noter les nombres, et cela dans un système additif, 666 par exemple se notant 600 et 60 et 6, Chi Xi Episemon).

Dans son *Commentaire de la République* de Platon, le néoplatonicien Proclus rapporte un schéma qu'il attribue à son maître Nestorius. Celui-ci disposait sur les deux côtés du triangle rectangle pythagoricien (3, 4, 5) les sept plus dix-sept lettres de l'alphabet grec sur le triangle de Pythagore (3, 4, 5).



Le néoplatonicien Nestorius disposait ainsi les sept plus dix-sept lettres de l'alphabet grec sur le triangle de Pythagore (3, 4, 5).

correspondance avec les douze signes du zodiaque : les neuf ($9 = 5 + 4$) muettes se disposant sur l'hypoténuse et le grand côté du triangle et les huit ($8 = 5 + 3$) semi-voyelles allant sur cette même hypoténuse et le petit côté du triangle. Les trois consonnes doubles étaient tout naturellement sur le petit côté. Il y a ainsi deux lettres de l'alphabet grec pour chacune des douze mesures du triangle de Pythagore (3, 4, 5).

L'Église chrétienne naissante n'ignorait pas, et pour cause, tout cela. Une curieuse phrase de l'apôtre Paul, hostile au judéo-christianisme (c'est-à-dire plus exactement à tout ce qui provenait de l'essénisme), porte clairement témoignage. Dans son *Épître aux Galates* écrite vers l'an 55, Paul fulmine contre certains chrétiens qui « *ont la nostalgie de ces faibles et pauvres éléments auxquels vous vous asservissez à nouveau ! Vous observez les jours, les mois, les saisons !* ». Le mot : éléments (en grec : *stoicheia*) signifiait aussi bien les astres que les lettres de l'alphabet, les uns se symbolisant par les autres. Paul joue habilement sur ce double sens qu'il connaissait fort bien. *Le Livre de la Formation* reprend d'ailleurs textuellement le mot grec *stoicheia*, sous la forme hébraïque : *authioth*, un vocable sans conteste étranger à la langue hébraïque traditionnelle.

4. L'alphabet du gnostique Marc

L'apôtre reprend la polémique dans son *Épître aux Colossiens* : « *Veillez à ce que personne ne vous séduise par la philosophie et une vaine tromperie, selon la tradition des hommes, selon les éléments du monde, et non selon le Christ ; car c'est en ce dernier que réside réellement tout le Plérôme de la divinité.* » Ce plérôme nous introduit dans la Gnose. Les hérésiologues chrétiens des premiers siècles ont tellement déformé la gnose pour mieux la combattre qu'on n'en avait retenu que l'idée d'un mouvement d'idées des plus extravagantes. La découverte en haute Égypte d'une bibliothèque gnostique authentique a profondément changé les idées. Sans aller jusqu'à dire que le Jésus des Évangiles était un gnostique, il faut bien reconnaître que certains de ses propos (les « Logia ») vont en ce sens.

Les gnostiques ou, restons précis certains gnostiques, ont spéculé sur l'alphabet. La pensée la mieux connue à cet égard reste celle d'un certain Marc, longuement étudiée par l'évêque Hyppolithe dans sa

Réfutation de toutes les hérésies. La Vérité apparut à Marc sous la forme d'une femme portant sur les diverses parties de son corps les lettres de l'alphabet grec, et cela par paires.

Ouvrant la bouche, la Vérité prononça juste le nom de Jésus. Comme Marc attendait pour en savoir davantage, il lui fut révélé que le nom de Jésus est un nom insigne, formé de Six lettres. A. Dupont-Sommer, bien connu par ses études des écrits de la mer Morte, s'était longuement penché dans sa thèse de doctorat sur ce nom insigne (en grec : *Episemon*). Disparue assez rapidement de l'alphabet grec, l'*Episemon* (équivalent du *Vau* hébreu) continua d'être utilisée pour noter le chiffre 6 (d'où son caractère sacré, lié à la perfection de Six). Le mystère insigne du nom de Jésus est celui calculé ci-dessous : ses six lettres se développent en vingt-quatre lettres :

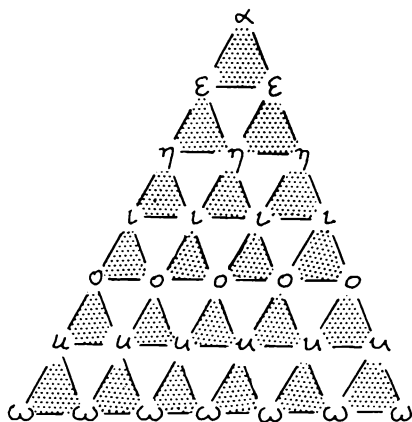
I	<i>iota</i>	4	
E	<i>êta</i>	3	
S	<i>sigma</i>	5	
O	<i>o micron</i>	7	
U	<i>ui</i>	2	(u simple)
S (final)	<i>san</i>	3	(forme dorieenne)
total		24	

De la même façon, Marc trouve Trente dans Christos (qu'il écrit Chreistos, en huit lettres). Mais l'alphabet grec n'est pas parfaitement équilibré, avec ses groupes de 9, 8 et 7 lettres. Marc voit alors intervenir un mystérieux Sauveur qui rétablit l'équilibre.

La pensée de Marc reste bien connue, grâce aux moqueries d'Hyppolithe. D'autres gnostiques méditèrent sur les mystères des Sept voyelles (sept, en grec). P. Carnac remarque que l'on peut retrouver Six Cent Soixante-Six dans l'arrangement des voyelles en triangle à sept rangs définissant 15 triangles pointes en bas et 21 triangles pointes en haut (voir page suivante).

Au VI^e siècle de notre ère, le moine palestinien saint Sabas (mort en 512) écrivait une méditation sur *les Mystères des lettres grecques*. Son texte est, par chance, parvenu jusqu'à nous. La version copte de ce traité a été éditée et traduite par Mgr Hebbelynck. L'original grec dort, totalement ignoré, dans le manuscrit grec 2 314 de la Bibliothèque nationale. Tout comme Marc, saint Sabas connaît les mystères « insignes » de l'*Episemon*. Il donne, en particulier, un schéma

En disposant en triangle les sept voyelles grecques, on définit quinze plus vingt et un triangles.



graphique du Monde selon Six plans, avec une Triade supérieure se reflétant analogiquement dans la Triade inférieure.

5. Du « Tzeruph » à l'analyse combinatoire

Un passage du *Talmud* narre une bien curieuse anecdote : « *Rabbi Hanina et rabbi Oschaya étudiaient chaque veille de sabbat le Sepher Ietsirah ; ils créèrent une génisse de trois ans et la mangèrent.* » D'autres récits plus récents font état de prodiges analogues. En utilisant les secrets du *Livre de la Formation*, des magiciens juifs purent générer des golems, créatures d'argile vivifiées par l'énergie thaumaturgique. De son côté, le Midrash a recueilli cette histoire dont le patriarche Abraham aurait été le héros : « *Lorsque Abraham notre père naquit, les anges serviteurs de Dieu dirent au Saint, béni soit-il : "Seigneur du Monde, tu as désormais un homme bien-aimé, lui cacheras-tu quelque chose ?" Le Seigneur consulta La Loi : "Ma fille, lui dit-il, viens et je t'unirai à Abraham, mon bien-aimé." Mais La Loi répondit : "Pas avant que l'affligé ne vienne et ne prenne l'affliction." Dieu consulta alors la Formation qui accepta. Et le Seigneur transmit le Sepher Ietsirah à Abraham. Celui-ci se mit à l'étudier seul, sans pouvoir rien y comprendre, jusqu'à ce que la voix céleste lui parlât ainsi : "Oses-tu te comparer à moi ? Je suis l'Un, et*

j'ai gravé le Sepher Ietsirah, et je l'ai étudié. Mais toi, tu ne peux le comprendre seul. Prends un compagnon, et étudiez-le ensemble ; vous comprendrez alors. » Abraham se rendit chez son maître Schem et resta trois jours avec lui ; ils examinèrent le livre et connurent comment former le monde. Depuis lors et jusqu'à aujourd'hui, personne ne peut comprendre seul ce livre : il faut être deux sages, et ceux-ci ne peuvent le comprendre avant trois ans de méditation. Ensuite, ils pourront réaliser ce qu'ils voudront. »

Nous voici au cœur même de la mystique kabbalistique. Il ne s'agit guère de l'animation magique d'une génisse ou d'un golem, œuvres mineures. Connaissant par une expérience transcendante vécue les harmonies qui règlent l'Univers, le saint possède désormais la science de l'ouvrage divin, et non un simple savoir intellectuel. Il a déchiffré *le Livre de la Formation* et œuvre avec les lettres-nombres qui servent au démiurge pour écrire le Cosmos. L'Histoire a retenu le nom d'un kabbaliste qui a vécu en lui-même cette fantastique aventure. A première vue, rien ne destinait pourtant Abraham Aboulafia (1240-1300) à ces sommets de la connaissance. Né à Saragosse, il veut voir le monde et s'embarque à dix-neuf ans pour la Palestine. En 1270, on le retrouve à Barcelone où ses maîtres lui font étudier *le Sepher Ietsirah* et les procédés kabbalistiques classiques : guématrie, notarikon, témoura. Mais Aboulafia sent grandir sa vocation de prophète ; il voyage, semant ici et là des groupes de disciples enthousiastes. En 1290, il décide de rencontrer le pape afin de lui rappeler l'amour de Dieu pour tous les hommes et de réclamer le droit de vivre pour le peuple juif. Nicolas IV ordonne qu'on arrête ce fou s'il ose venir à Rome, et qu'on le brûle vif. Le prophète ne renonce pas ; il médite durant des mois et sent que l'avé confirme sa mission. Coïncidence étrange : le pape meurt subitement quand le kabbaliste franchit les portes de la Ville éternelle. On l'arrête, puis on le relâche. Il mourra dix ans plus tard sans avoir pu convaincre la cour pontificale.

L'ensemble de ce qu'on appelle usuellement procédés kabbalistiques n'était, avant Aboulafia, que simple technique pour investiguer les mystères cachés dans le texte de l'Écriture, dans la ligne de l'esprit allégorique du midrash.

La témoura consiste, partant d'un mot, à remplacer les lettres qui le composent par d'autres lettres, suivant une convention préétablie. On met par exemple la dernière lettre *tau* à la place de la première *aleph*, l'avant-dernière *schin* à la place de la seconde *beth*, et

ainsi de suite : on forme ainsi un nouveau mot qui répond au mot originel. Bien entendu, on peut imaginer une foule de telles correspondances lettre à lettre, générant ainsi des familles de mots qui se répondent les uns les autres. La témoura se montre pratiquement impossible avec nos mots vocalisés en consonnes et voyelles ; mais l'écriture hébraïque ne note en fait que les consonnes et de telles permutations se révèlent effectivement fructueuses.

Le notarikon prend les premières et dernières lettres des mots d'une phrase pour former un nom qui contient l'ensemble. Ainsi, Adam annonce David et le Messie car les initiales de ces trois noms (A, D, M) redonnent Adam.

Ces deux procédés combinatoires présentent un risque fondamental : celui de tourner à vide en déduisant n'importe quoi de n'importe quoi. Paul Vulliaud s'est amusé à montrer que la Première Guerre mondiale se trouve, par notarikon, dans la bénédiction de Jacob à ses fils !

La guématrie enfin met à profit la notation numérale par les lettres de l'alphabet. La somme des nombres correspondant aux lettres-chiffres d'un mot s'effectue aisément. On met alors en correspondance des mots possédant un total identique. On se souvient de l'*isopsephia* de l'essayiste latin Aulu-Gelle, mais cette dernière resta peu usitée, l'esprit pythagoricien mettant l'accent sur les familles de nombres et sur leurs harmonies. Fille directe des spéculations babyloniennes sur les nombres des noms, la guématrie fut par contre très utilisée par les kabbalistes pour rechercher des correspondances allégoriques, à la mode midrashique. Comme pour la témoura, les rabbins médiévaux inventèrent de multiples variantes. On peut par exemple réduire les dizaines et les centaines en unités : $50 = 5$, $200 = 2$, avant d'effectuer la somme. Ce procédé connaîtra un succès durable et la numérologie actuelle le pratique toujours en l'appelant « *réduction théosophique* ». Certains préféraient ajouter à la somme totale des lettres le nombre de celles-ci. Autre possibilité : compter les noms entiers des lettres ; en énonçant *aleph* la première lettre, on signifie par là qu'elle peut s'écrire *aleph-lamed-phé*, et ainsi de suite ; la valeur numérique d'*aleph* n'est plus de 1, mais : $1 + 30 + 80 = 111$ (ou $1 + 3 + 8 = 12$). Carlo Suarès affirme que cette variante est la seule authentique ; les pseudo-kabbalistes n'en sont pas à une inexactitude près, dès lors qu'ils s'imaginent orgueilleusement avoir enfin « restitué la Bible » !

Aboulafia avait plus profonde ambition. Il utilisa toutes les techniques précédentes en les intégrant dans la science générale du *tzéruph* (ou combinatoire), mais se soucia peu de restituer d'illusoires secrets. Les équivalences dégagées constituaient le support de sa méditation. Par ses composantes spirituelles, l'homme peut espérer s'élever à la connaissance. Ses composantes matérielles le contraignent à utiliser des supports physiques. Si ceux-ci se montrent trop concrets, leur emploi risque d'attacher davantage au plan de la matière. Les lettres-chiffres représentent le support idéal, à la fois très concret et fort abstrait. La contemplation de leurs combinaisons doit conduire à la connaissance de la Formation, gravée par l'Alphabet divin. La rigueur des règles du *tzéruph* préserve le kabbaliste des formes purement émotives de l'extase tout en le faisant s'élever par sauts successifs.

Il faut bien reconnaître que rares furent les disciples d'Aboulafia qui suivirent pleinement cette voie difficile. Curieusement d'ailleurs, c'est par l'intermédiaire d'un chrétien que l'*Art combinatoire* se vit vulgarisé dans la chrétienté médiévale. Le personnage du mystique, logicien, alchimiste et poète majorcain Ramon Lull (1235-1315) ne le cède en rien à celui du kabbaliste et prophète Aboulafia. Comme lui, il voyagea beaucoup et, comme lui, il voulut convaincre la papauté de la valeur exemplaire de ses idées. Nicolas IV l'éconduisit en 1291, en le traitant lui aussi de fou, mais ne le menaça cependant pas du bâcher comme il le fera pour le juif, quelques mois plus tard. Les combinaisons du *Grand Art* de Lull ressemblent étonnamment à celles du *tzéruph*, encore qu'il ne semble guère plausible d'admettre des influences dans un sens ou dans l'autre.

Qu'ils soient juifs ou chrétiens, les disciples de ces grands mystiques ne se sont guère attachés qu'à la seule technique des combinaisons et des permutations, sans avoir le courage de suivre la difficile voie d'un mysticisme rationnel. Privés de leur raison d'être, le *tzéruph* et le *Grand Art* se sont alors desséchés ; il n'en subsista que des jeux intellectuels d'où tout souffle de vie avait disparu. Je n'aurai garde d'oublier de très beaux dessins géométriques, comme celui reproduit ici, d'après le jésuite Athanase Kircher, déjà rencontré plusieurs fois. Énumérant systématiquement les combinaisons alchimiques de ce qu'on appellerait aujourd'hui les métaux et les métalloïdes, le savant disciple de Lull nous donne un régal d'art abstrait.

TABULA COMBINATORIA,

Tom. II. 305.

Qua

Quicquid in tota Alchimia continetur, veluti in Synopsi anacephaleutica ob oculos ponitur Curiosi Lectoris. Nèq; extra hanc, sive lapidis fabricam species, sive Metallurgicam artem, sive mixturas Metallicorum corporum, sive denovo eorum geneses species, quicquam quaeratur ad Chymicas operationes, utile et fructuosum.

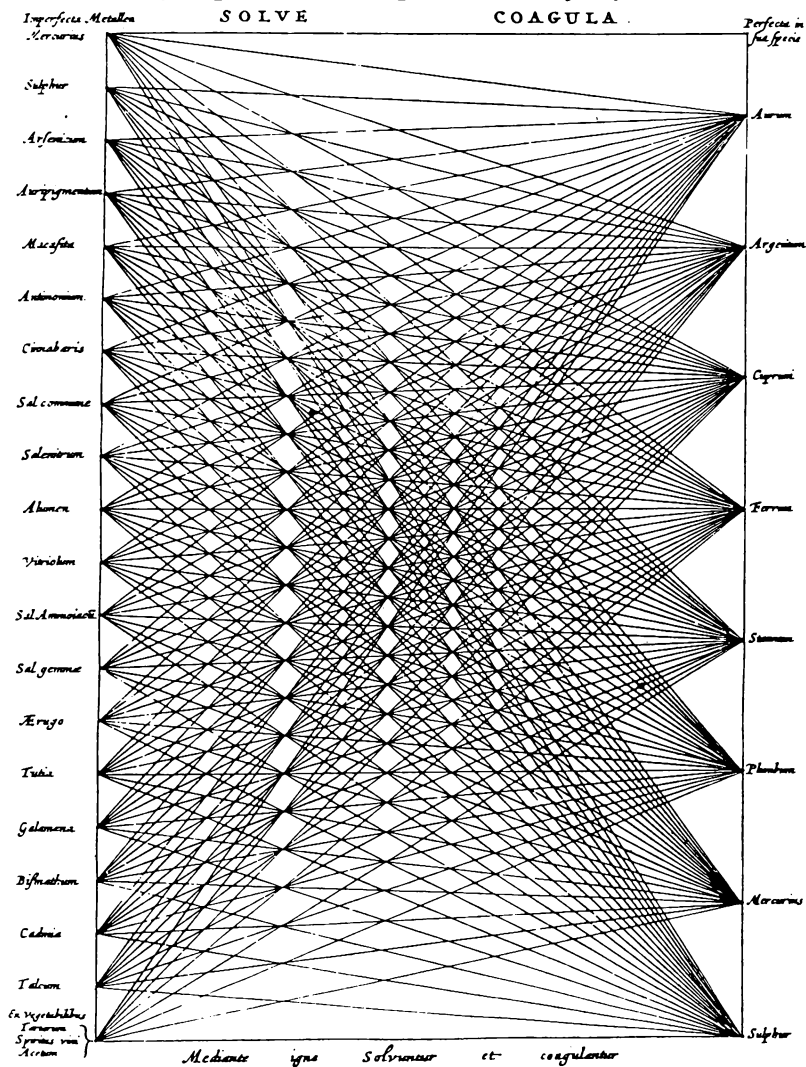


Table combinatoire alchimique due au jésuite Athanase Kircher.

6. Une fantaisie polygonale

« ... J'ai reçu la révélation de ma clé numérique de la Kabbale le 5 avril 1946 à dix heures du matin, le Vendredi saint de cette année-là. La liste des valeurs ésotériques des nombres m'est venue globalement, sans nuance. Elle m'est tombée dessus comme un coup de tonnerre, à tel point que, pendant trois heures, je suis resté paralysé, dans un état d'immobilité absolue. Je brûlais et j'avais l'impression que ma tête allait éclater. Quand j'ai enfin pu me déplacer, je suis allé me coucher sous une tente qui était au fond du jardin. Pendant ce repos, chaque fois que j'essayais de deviner le sens précis de ma révélation, j'avais l'impression que tout pouvait sauter en moi. Une idée de plus, et mon cerveau sautait ; c'était bien un court-circuit qui s'était produit entre deux univers, le mien, celui de l'homme, et l'autre, celui de la révélation, du savoir infini, de la gnose abrupte. »

Il y aurait donc, heureusement pour notre époque, toujours de ces hommes privilégiés qui, comme Aboulafia ou Ramon Lull, pensent recevoir d'en haut la révélation d'un savoir infini. Mais c'est bien là où la lettre trahit l'esprit, et où les mots se révèlent impuissants à traduire l'expérience intérieure.

En 1948, Georges Soulès fit paraître sous son pseudonyme de Raymond Abellio : *la Bible, document chiffré*. Voici la combinaison qui dévoile les secrets : *« La clé fondamentale de la Science des Nombres est la suivante. Il existe 22 lettres. Il existe aussi exactement 22 polygones réguliers inscriptibles dans le cercle de 360° et dont l'angle au centre soit un nombre entier de degrés [...]. A chaque lettre hébraïque, il faut faire correspondre un de ces chiffres de degrés dans l'ordre de 2 à 360. »* La coïncidence entre le nombre des lettres de l'alphabet phénicien (puis hébreu) et celle des diviseurs entiers du cercle babylonien de trois cent soixante degrés se montre effectivement troublante. Comme on l'a fait remarquer, le problème reste de savoir si ce choix de vingt-deux pour le nombre de lettres ne fut pas gouverné par l'analogie sacrée avec le nombre de diviseurs entiers du cercle. La structuration des mots, donc l'existence de ce qu'ils nomment, doit avoir une correspondance dans la structuration de ce tout qu'est le cercle. L'intuition de Raymond Abellio s'avère juste, encore qu'il semble hors de propos d'employer les mots de révélation et de savoir infini. Restons modestes.

L'intrusion des polygones paraît par contre étonnante. Certes, les mathématiciens babyloniens du II^e millénaire avant notre ère connaissaient le pentagone et l'hexagone, mais ne se soucièrent pas de polygones à très grand nombre de côtés : soixante, cent vingt, trois cent soixante. Il faut attendre Archimède (vers 287-212 av. J.-C.) pour voir utiliser un polygone à 96 côtés ($96 = 2^5 \times 3$, combinaison du Pair, de l'Impair et du Mariage) dans son calcul de la quadrature du cercle, c'est-à-dire du côté d'un carré ayant même surface qu'un cercle de rayon donné. Il trouva ainsi la valeur $\frac{22}{7}$ pour ce rapport que l'on appelle aujourd'hui Pi (mais la conception de Pi en tant que nombre, qui nous est si familière aujourd'hui, était totalement étrangère à Archimède ; je m'expliquerai plus loin sur ce point important).

*
* *

Une incidente amusante : on a pu lire, sous la plume d'un autre moderne « kabbaliste » A. Grad, cette interprétation erronée de la révélation d'Abellio (qu'il ne cite d'ailleurs pas) : « *L'homme muni d'une règle et d'un compas ne peut inscrire dans un cercle que vingt-deux polygones réguliers correspondants aux vingt-deux diviseurs entiers de 360 degrés.* » Mânes d'Archimède, rions ensemble ! Ou plutôt, pleurons ensemble : l'ignorance la plus élémentaire du savoir géométrique serait-elle pour certains le meilleur garant de leurs extraordinaires fantaisies métaphysiques ! En fait, les mathématiciens savent que le nombre de polygones réguliers inscriptibles dans un cercle avec seulement l'aide d'une règle et d'un compas est tout simplement infini ! En particulier, on peut inscrire tous les polygones à 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, etc., côtés. Notons tout de suite que ni 16, ni 32, ni etc., ne sont des diviseurs de 360. Mais on peut inscrire bien d'autres polygones. Le jeune Gauss (il avait alors seulement 19 ans) découvrit, en 1796, le mode de construction du polygone à 17 côtés (mais oui, Dix-Sept !). En 1892, Richelot montra comment construire le polygone de 257 côtés (257 est un nombre de Fermat premier) et, un peu plus tard, Hermès fit de même pour le polygone de 65 537 côtés (encore un nombre de Fermat), record non battu actuellement !

*
* *

Quelques années après avoir construit le polygone à 17 côtés, Gauss montra, dans ses *Disquisitiones mathematicae* (1801), qu'un polygone régulier de n côtés est construisible avec la règle et le compas si — et seulement si — la quantité n est le produit d'une puissance de 2 par un des nombres de Fermat premiers :

$$n = 2^p \times P_a \times P_b \times P_c \times \text{etc.}$$

Rappelons que les nombres de Fermat sont des nombres de la forme :

$$2^{\frac{2^p}{2}} + 1.$$

Les premiers nombres de Fermat : 3, 5, 17, 257, 65 537 sont bien des nombres premiers. Mais Fermat 5, 6 et 7 ne sont pas premiers et Fermat 8 est si gigantesque qu'on s'explique que personne n'ait essayé de construire le polygone régulier correspondant. Se limitant aux premiers nombres de Fermat et aux puissances de 2, on voit que l'on peut construire, avec la règle et le compas, 38 (et non 22) polygones réguliers dont le nombre total de côtés reste inférieur à 360. Ce sont les polygones à 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 48, 51, 60, 64, 68, 80, 85, 96, 102, 120, 128, 136, 160, 170, 192, 204, 240, 255, 256, 272, 320 et enfin 340 côtés. On observe qu'on ne peut construire de cette façon ni le polygone de 7 côtés, ou heptagone (ce qui ne surprend pas quand on se rappelle le pourquoi du caractère démoniaque, ou divin, de Sept), ni le polygone de 9 côtés, ou ennéagone (si l'on savait construire ce dernier, c'est qu'on aurait su résoudre la trisection de l'angle, un problème qui passionna les Grecs, les Arabes et enfin les algébristes de la Renaissance, jusqu'à ce que l'on démontre enfin son impossibilité).

Bien sûr, il existe de nombreuses constructions approchées de ces deux polygones, mais ce ne sont que des approximations : les tracés obtenus ne se referment pas même si, à l'œil, ils semblent excellents.

R. Abellio a tiré de sa relation des lettres hébraïques aux polygones réguliers à angle au centre entier en degrés la clef suivante : le nombre « secret » d'une lettre correspondrait au nombre de degrés caractérisant le polygone associé. Jeu amusant, mais seulement jeu. Tous les kabbalistes, sans exception, ont ignoré ce code chimérique. Comment prétendre alors pouvoir déchiffrer *la Bible* quand la clef utilisée n'est pas celle pour laquelle la serrure fut construite. L'ouvrage cité plus haut : *La Bible, document chiffré* est depuis long-

temps épuisé, mais R. Abellio vient d'en faire paraître une réédition très remaniée : *Introduction à une théorie des nombres bibliques* (1984). Il explique plus en détail ses autres règles de déchiffrement, en particulier le développement des nombres en leurs triangulaires (qu'Abellio appelle valeurs secrètes) et même en triangulaires de triangulaires. On pourrait, certes, effectuer un calcul de guématrie en remplaçant les valeurs des lettres hébraïques par le nombre triangulaire correspondant à cette valeur. Un seul ennui : les authentiques kabbalistes se sont, comme on l'a vu, servi de nombreuses variantes guématriques, mais jamais du nombre triangulaire pythagoricien. Quelle malchance ! Comment ouvrir des portes à l'aide de clefs imaginaires ?

En dépit de l'affirmation de cet ésotériste : « *La correspondance* (entre lettres hébraïques et polygones) *n'a, à notre connaissance, jamais été utilisée avant la parution, en 1950, de la Bible, document chiffré* », un occultiste bien connu, P.-V. Piobb (pseudonyme du comte Vincenti) avait, en 1909, écrit dans *les Mystères des Dieux* (Vénus) : « *Une géométrie spéciale expose que, sur tout cercle, se trouvent douze points principaux ayant chacun des qualités diverses [...] dont dix seulement sont perceptibles [...]. La Haute Kabbale réduit le cercle à un schéma polygonal sur lequel se placent les dix séphiroth.* »

En 1950, l'année donc où parut l'ouvrage d'Abellio, P.-V. Piobb précisait, dans sa *Clef universelle des sciences secrètes*, son schéma polygonal. Il écrivait, à ce propos : « *Parmi les vingt-deux nombres figurés polygonalement qui divisent trois cent soixante, il y en a trois qui se rapportent à des figures dont la représentation géométrique a un caractère double [...] et douze enfin qu'on peut considérer comme simples à cause du moyen facile de caractériser leurs sommets.* » Commentant ces lignes quelque peu sibyllines, A. Grad pense que les figures Mères sont le triangle équilatéral, le carré et le pentagone (3, 4 et 5 côtés). En redoublant ces figures, on en déduit sept (les « doubles ») de respectivement 6, 12 et 24 côtés, de 8 côtés et, enfin, de 10, 20 et 40 côtés. Les douze simples correspondraient aux séries de l'ennéagone (soit 9, 18, 36 et 72), du pentadécagone (15, 30, 60 et 120) et enfin du polygone (sans nom) à 45 côtés (soit 45, 90, 180 et 360).

La correspondance entre les spéculations sur l'alphabet grec et le caractère de Mères, de Doubles et de Simples qu'attribue le *Livre de*

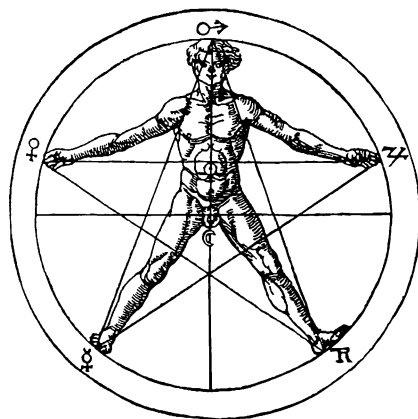
la *Formation* aux lettres hébraïques reste fort vraisemblable. Mais la tentative de P.-V. Piobb de géométriser l'alphabet hébreu garde une valeur certaine.

7. L'étoile flamboyante

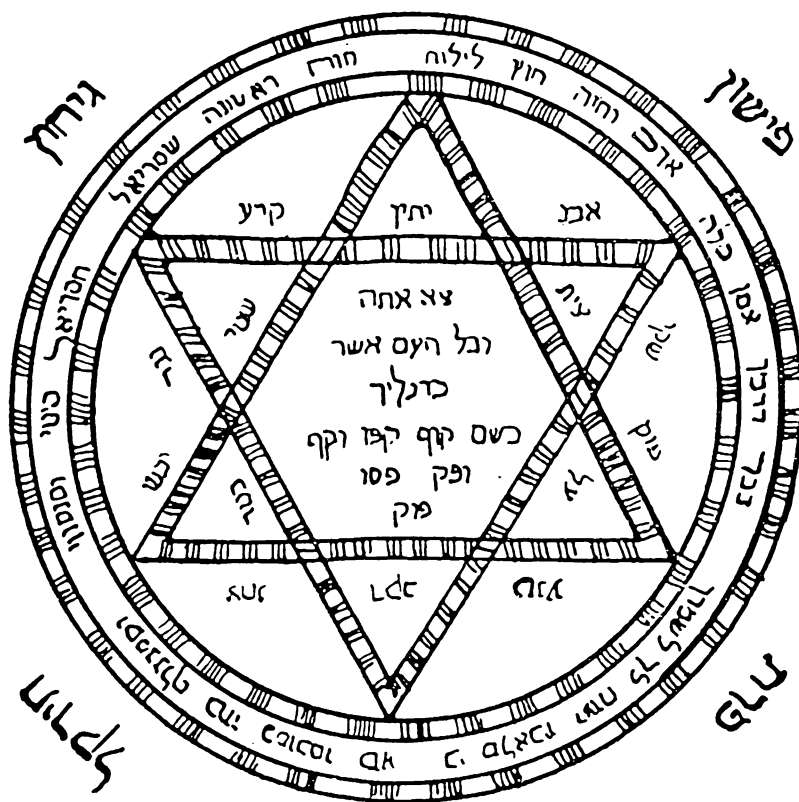
Il existe d'excellents guides traditionnels pour se retrouver dans les labyrinthes du Jardin des Kabbalistes. La Renaissance redécouvrit avec ferveur Platon et, à travers lui, Pythagore. Elle s'émerveilla aussi des secrets de la Kabbale. Quelques-uns des plus grands esprits de l'époque rêvèrent d'une Cabale chrétienne, harmonieuse synthèse des trésors antiques et des vérités révélées. Nombreux furent et sont ceux qui, aux siècles passés et aujourd'hui, estimèrent que cet audacieux mariage sentait quelque peu le soufre. Bien qu'on s'efforce de le cacher, notre actuelle société industrielle enfonce pourtant ses racines dans ce terreau cabalistique. La onzième des neuf cents thèses de Pic de la Mirandole (1463-1494) affirme : « *On peut, par le Nombre, trouver une voie pour structurer et expliquer toutes choses.* » La logique formelle et la méthode qualitative d'Aristote avaient fourvoyé la pensée médiévale dans l'impasse. En retrouvant la géométrie du platonisme pythagorisant, la connaissance repartit sur la bonne route. Mais les morts ont la vie tenace. Les suppôts de l'aristotélisme se défendirent avec acharnement, au besoin par le bûcher et par le crime. Le plus beau symbole pour l'humanisme triomphant n'est-il pas l'homme pentagone : bras et jambes étendus, il est l'étoile flamboyante dont s'emparera la Maçonnerie spéculative.

De toutes les études qui furent consacrées au Nombre, celle du P. Pietro Bongo reste une des plus intéressantes. Ce chanoine de Bergame renoue avec la mystique pythagoricienne. Bien sûr, il écrit en latin, comme tous les auteurs de la Renaissance, et leurs œuvres attendent toujours un traducteur. Devenues rarissimes, on ne peut les consulter que dans de grandes bibliothèques. Une heureuse exception : les *Trois Livres de la Philosophie occulte ou de la Magie*, de Henri Corneille Agrippa (1486-1535). Dans le second livre : *Sur la Magie Céleste*, Agrippa étudie longuement ces Nombres qui « *structurent et expliquent toutes choses* ». Il s'agit sans conteste d'un excellent document qui, bien qu'incomplet car trop vulgarisateur, garde aujourd'hui encore toute sa valeur et mérite d'être lu attentivement.

Une des innovations de cet humaniste connaîtra un succès durable. Discutant de guématrie, il propose de faire correspondre à chaque lettre de l'alphabet son numéro d'ordre. Ainsi, A vaut 1 et O vaut 15. Cette méthode très simple est retenue par un certain nombre de modernes numérologistes.



L'homme pentagone d'Agrippa, ou Étoile flamboyante.



Modèle du Monde, selon le livre kabbalistique de Raziel. A l'extérieur du cercle qui enclôt le monde terrestre, on lit les noms des quatre fleuves du Paradis : Pishon, Gihon, Prath et Hiddekel.

CHAPITRE X

Galilée joue, Descartes gagne

1. De la vertu au carré

La forme moderne du savoir s'est manifestée au grand jour avec la parution en 1632 des *Dialogues sur deux grands Systèmes du Monde*, de Galileo Galilei (1564-1642). Cet ouvrage de vulgarisation destiné à l'honnête homme met en scène trois personnages, Sagredo, Salviati et Simplicio, qui discutent entre eux. Spirituels et instruits, les deux premiers sont partisans du système nouveau de Copernic, tout comme Galilée. Ils examinent, pratiquent le doute méthodique et ne se rendent que si les raisons sont claires. Simplicio se montre à l'opposé : tout empêtré de scolastique, il ne jure que par les opinions d'Aristote et entre dans de terribles colères dès que ses interlocuteurs le plaisantent à ce sujet.

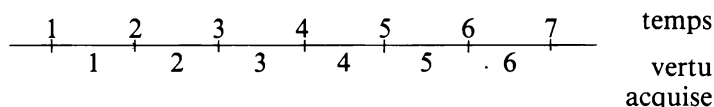
On a prétendu que Galilée aurait voulu caricaturer le pape Urbain VIII dans ce personnage grotesque. La chose paraît improbable. Le pontife admirait, certes, Aristote, en quelque sorte par profession, puisque saint Thomas d'Aquin, l'Ange de l'École, avait annexé le philosophe grec à l'Église catholique. Lorsqu'il n'était que le cardinal Barberini, Urbain VIII avait aimé et apprécié le savoir de Galilée au point de le remercier en ces termes pour l'envoi d'un opuscule de l'astronome sur sa découverte des taches du Soleil : « *Je lirai votre dissertation avec grand plaisir, tant pour me confirmer dans mon opinion qui concorde avec la vôtre, que pour admirer avec tout le monde les fruits de votre rare intelligence.* » On imagine mal Galilée se faire volontairement un ennemi de cet admirateur.

Notre physicien aimait, malheureusement pour lui, manier le trait d'esprit. A la fin du quatrième jour des *Dialogues*, voilà que ce benêt de Simplicio avance un argument ridicule qu'il « *aurait appris d'une personne très docte et très éminente* ». Il ne fut pas difficile aux tenants d'Aristote de persuader le pape que c'était lui ce docte imbécile. Choqué d'être ainsi ridiculisé par celui qu'il avait jusque-là protégé, il laissa faire ce honteux procès d'opinion où les juges du Saint-Office se couvrirent d'une honte qui n'a pas encore été effacée.

Résumant à un ami ce livre qui lui avait causé tant d'ennuis, le vieux savant, devenu totalement aveugle, déclare dans une lettre de janvier 1639 : « *Je n'ai fait aucune hypothèse a priori sur ce que je voulais traiter [...]. J'ai examiné les caractéristiques essentielles du mouvement d'un corps qui part du repos. Il acquiert une vitesse qui croît toujours, et qui est en conformité avec le temps écoulé. Je prouve alors que les espaces parcourus par ce corps croissent comme le carré du temps.* » Il y avait d'ailleurs fort longtemps que le savant avait découvert cette relation qui créait la physique mathématique. La loi du carré du temps se trouve exposée dans une lettre d'octobre 1604, adressée à Paolo Sarpi, de Venise. En 1972, S. Drake découvrit dans les manuscrits de Galilée une note antérieure qui dévoile le fil du raisonnement. Contrairement à la lettre de 1639, le savant partit de la loi du carré pour découvrir la proportionnalité de la vitesse au temps.

Tout cela se rattache en droite ligne à un bien curieux problème théologique qui passionna des théologiens mathématiciens au XIV^e siècle. Si la grâce de Dieu est accordée en permanence à un homme, comment la vertu de celui-ci va-t-elle croître ? Remplacez grâce par force ou accélération, et vertu par espace parcouru et vous avez une analogie parfaite. Les Anglais W. Heytesbury et R. Swineshead, ainsi que le Français Nicole Oresme (mort évêque de Lisieux) raisonnèrent ainsi. Quoi de plus naturel que de poser un progrès de la vertu à la fois régulier et proportionnellement le même quel que soit le temps d'action de la grâce, en somme une suite harmonieuse de médiétés. Si l'on note la progression régulière du temps par la séquence des entiers successifs 1, 2, 3, etc., il faut trouver pour les progrès de la vertu une séquence qui satisfasse les deux conditions posées *a priori*. La constance proportionnelle de l'effet exige que soit fixe le rapport géométrique de la vertu acquise dans la seconde moitié d'un quelconque intervalle de temps à la vertu acquise dans la pre-

mière moitié. Les accroissements de vertu peuvent-ils alors se faire suivant la séquence des entiers successifs ?



On satisferait bien la première condition de régularité des accroissements (gain d'une unité à chaque pas), mais non la seconde puisque, si :

$$\frac{\text{accroissement de 2 à 3}}{\text{accroissement de 1 à 2}} = \frac{2}{1},$$

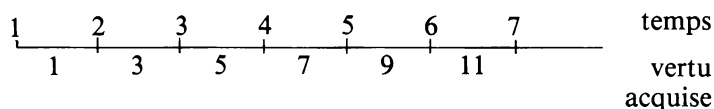
on a ensuite :

$$\frac{\text{accroissement de 3 à 5}}{\text{accroissement de 1 à 3}} = \frac{3+4}{1+2} = \frac{7}{3},$$

puis :

$$\frac{\text{accroissement de 4 à 7}}{\text{accroissement de 1 à 4}} = \frac{4+5+6}{1+2+3} = \frac{15}{6}.$$

Il s'agit de perfection et de vertu : il serait donc plus normal de ne considérer que l'Impair, en adoptant la séquence des impairs successifs 1, 3, 5, 7, etc., pour les accroissements de la vertu. La première régularité est satisfaite (gain de deux unités à chaque pas) et, cette fois, la seconde condition est également remplie :



$$\frac{3}{1} = \frac{5+7}{3+1} = \frac{7+9+11}{5+3+1} = \text{etc.}$$

La valeur impaire de trois pour le rapport se révèle fort satisfaisante puisque Trois exprime le plan divin d'où la grâce se répand sur l'homme.

Il ne serait pas difficile d'imaginer d'autres séquences satisfaisant à la constance des rapports, par exemple celle-ci : 1, 7, 19, 37, 61, 91, 127, 169, etc. Mais l'accroissement de pas à pas n'est plus régulier. Dans l'exemple précédent, la régularité ne s'obtient que pour les accroissements d'accroissements (la différence ou dérivée seconde,

dirait un mathématicien). Comme Galilée l'écrivit dans une lettre de 1615, la progression des nombres impairs est la seule médiété continue qui remplit les deux exigences posées *a priori*.

Lorsqu'on évalue les valeurs absolues de la vertu en fonction du temps, par somme de ses accroissements successifs, on obtient la suite des nombres carrés :

$$\begin{aligned} 1 &= 1 = 1^2 \\ 1 + 3 &= 4 = 2^2 \\ 1 + 3 + 5 &= 9 = 3^2, \text{ etc.,} \end{aligned}$$

puisque les nombres impairs sont leurs gnomons. Cette croissance au carré pour la distance fut retenue par Galilée comme modèle analogique de la chute des corps. Le savant italien connaissait, bien sûr, les autres nombres figurés, et il se posa tout naturellement la question suivante relative à la vitesse : si un corps doué d'une vitesse dix parcourt une distance quatre en un temps quatre, ne va-t-il pas parcourir une distance neuf en un temps cinq s'il a une vitesse quinze ? On remarque immédiatement que dix est le triangulaire construit sur quatre, et quinze le triangulaire construit sur cinq. La considération de l'harmonie des rapports lui montra que son hypothèse était erronée. Si les distances croissent comme le carré du temps, on doit corriger le

cinq pour inscrire six à la place : $\frac{15}{10} = \frac{6}{4}$. La vitesse d'un corps en chute libre croît proportionnellement au temps. Toute la mécanique rationnelle est en germe dans les deux lois de Galilée. Une cinquantaine d'années plus tard, Newton les développera en élaborant sa théorie de l'attraction universelle.

Le savant italien ne se contenta pas de la seule démonstration théorique, il expérimenta en faisant rouler des corps sur un plan incliné. Malgré l'imperfection de son appareillage de mesure, il put confirmer son intuition et se voir ainsi, à bon droit, reconnu aujourd'hui comme le père de la science actuelle.

2. Les savoirs et la connaissance

On confond trop souvent ces mots : science, connaissance, savoir (sans oublier les savoir-faire), alors qu'il s'agit de choses fort distinctes. La science part de cette hypothèse : il existe une certaine

régularité cachée sous l'apparent désordre des phénomènes ; l'Univers n'est pas hasard, mais harmonie, et l'homme le découvre par son intelligence. L'observation du ciel a joué un grand rôle dans l'élaboration de cette hypothèse : les mouvements des astres ne sont-ils pas l'exemple le plus apparent et le plus simple de régularité ? Et pourtant, on ne peut pas réellement parler d'une science babylonienne, en dépit des savoir-faire mathématique et astronomique des prêtres du Pays d'Entre-les-Fleuves. La science implique en effet l'invention préalable du concept d'idée générale et l'acceptation de la discussion comme méthode de travail. Elle se révèle inséparable d'un certain climat de liberté politique et intellectuelle, et c'est pourquoi elle prit naissance en Ionie avant de se fortifier dans la Grande-Grèce pythagoricienne. A moins que l'on ne puisse en créditer les astronomes hyperboréens, avec leurs observatoires en mégalithes.

La science exige également un langage commun. Puisqu'il existe une certaine régularité extérieure aux hommes, ceux-ci doivent tous la percevoir de la même façon et pouvoir se communiquer sans ambiguïté leurs perceptions. On se trouve là devant la différence essentielle qui sépare science, métaphysique et éthique. Prétendant traiter de la Réalité, la seconde n'est trop souvent que logomachie et discours scolastique sur des concepts que personne n'a définis avec précision, ce qui permet à chacun de les entendre comme il lui plaît. Il en résulte des dialogues de sourds, sans intérêt aucun d'ailleurs. Le domaine éthique (en prenant ce mot dans son sens étymologique, très large, d'habitudes, de valeurs de toutes sortes, et de systèmes de valeurs) reste par nature celui du qualitatif et du sentiment, donc de l'incommunicable. Jacques aime-t-il Marie comme Marie aime Jacques ? Paul et Pierre ressentent-ils la même harmonie de couleurs devant tel paysage ? Autant de questions vides de sens, ce qui ne veut pas dire que ce domaine ne soit pas essentiel pour l'homme-individu et l'homme-social. La voie mystique qui s'y rattache permet d'accéder à la connaissance, tout comme la voie du véritable savoir.

Le langage du Nombre se montre le seul langage réellement universel qu'ait inventé l'humanité et c'est pourquoi la science se voit en quelque sorte astreinte à parler en nombres ; mais attention ! il ne faut pas les réduire à leur seul aspect quantitatif ; on se doit de conserver toute l'ampleur pythagoricienne. La géométrie est aussi Nombre et permet de traiter le qualitatif. L'introduction actuelle de

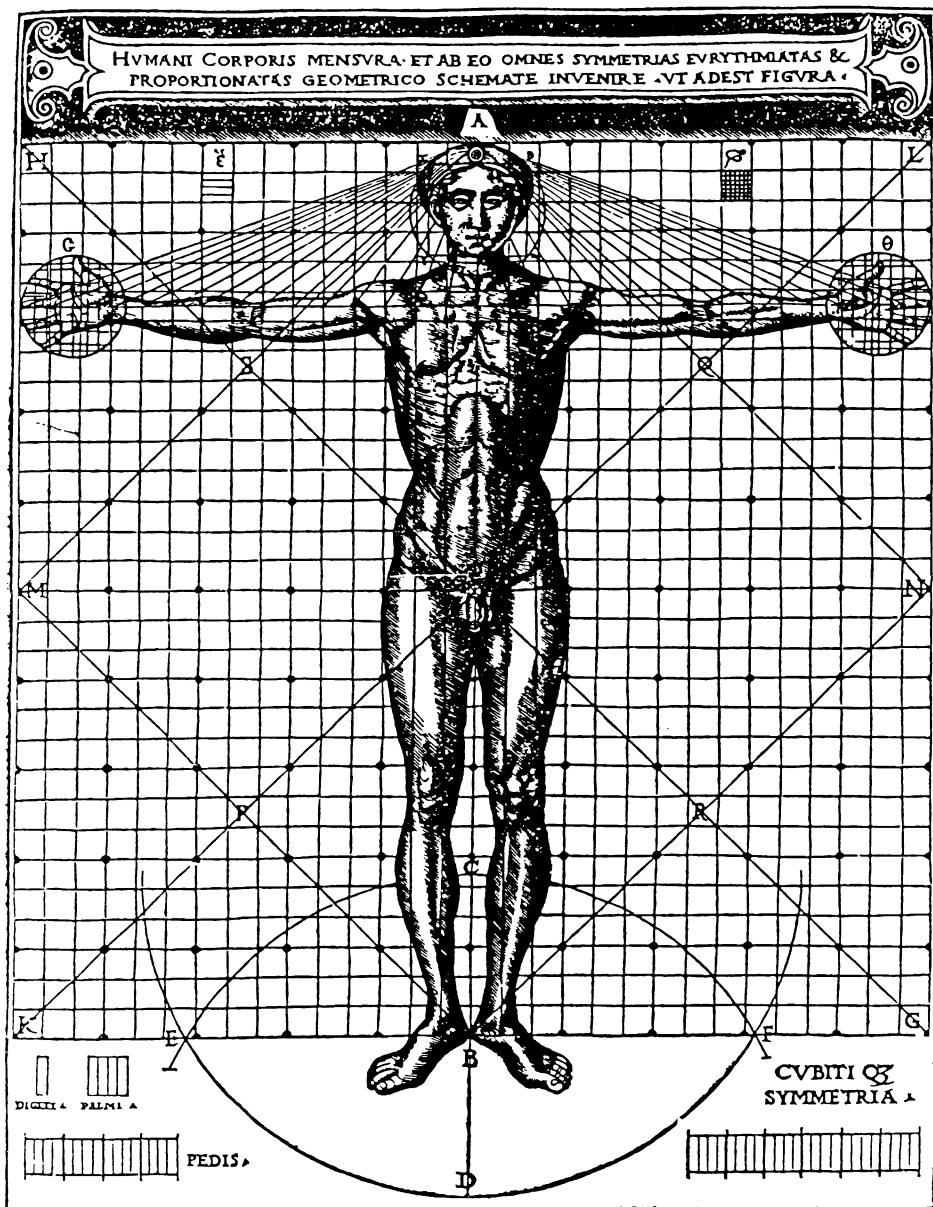
certaines concepts comme, par exemple, les graphes dans ce qu'on appelle les sciences sociales n'en est-il pas la meilleure preuve ?

L'emploi du mot science pour des domaines particuliers d'applications constitue une sorte d'abus de langage. En toute rigueur, il ne faudrait pas parler de sciences sociales, mais de savoirs, édifiés en utilisant la méthode scientifique. Un savoir est l'expression particulière de la science dans un domaine déterminé. Il se doit d'être communicable, donc être formulé dans un langage aussi universel que possible. La mathématisation représente presque une condition nécessaire pour transformer un ensemble cohérent d'observations de phénomènes en véritable savoir. Avec le développement actuel des recherches, les branches des savoirs se multiplient rapidement sur l'arbre de la science. Ce foisonnement devient tel qu'il risque de se mettre en contradiction avec cette recherche d'une unité cachée qui demeure le but véritable de la science, cette unité dont la compréhension permet à l'homme d'accéder alors à la connaissance par un saut transcendantal.

Faute d'admettre cette unité comme principe, les savoirs perdraient leur raison d'être profonde pour ne plus servir qu'à faire grossir le fleuve de papier des publications et des notes de toute espèce, plus inutiles les unes que les autres. Il faut bien reconnaître que l'on en arrive aujourd'hui à ce genre de situation.

En comprenant, on peut agir. De par sa nature même, le savoir peut venir féconder les ancestraux savoir-faire empiriques. Si gigantesque est la production actuelle des savoirs que cette fécondation provoque une mutation profonde, faisant émerger ce que certains baptisent une société postindustrielle, en désignant par là cette nouvelle forme de civilisation où la communication et l'information l'emportent sur la consommation d'objets matériels et d'énergie. Mais il s'agit toujours de plus-avoir, quoique sous une forme moins grossière, et non de ce plus-être qui reste le fruit privilégié de la seule connaissance.

L'alliance du savoir scientifique et du savoir-faire technologique se montre une des raisons profondes de la mutation commencée à la Renaissance. Le Moyen Age estimait, avec saint Thomas d'Aquin, « *qu'un savoir réduit relatif aux choses élevées s'avère bien préférable à un savoir très étendu sur des matières inférieures et vulgaires* ». La redécouverte de l'idée pythagoricienne d'une harmonie entre les diverses parties du Cosmos, entre « *Ce qui est en haut* » et « *Ce qui*



Symétrie « *ad quadratum* » de l'homme microcosme, selon Cesare di Cesariano.

est en bas », conduisit à ne plus mépriser systématiquement les savoirs physiques au profit de la seule métaphysique. La connaissance du Microcosme mène, par analogie, à la connaissance du Macrocosme, comme le rappelle la planche reproduite ici.

Pour découvrir les « Secrets de Nature » comme on disait à l'époque, un Galilée devait construire lui-même ou savoir faire construire son appareillage de mesure. Il n'était pas question de mépriser les travaux manuels, et notre professeur de mathématiques n'hésita pas à écrire alors qu'il enseignait à Venise : « *Quel large champ de réflexion me paraît ouvrir aux savants la fréquentation assidue de votre célèbre arsenal, Messieurs, et particulièrement le quartier des travaux mécaniques !* »

Faisant antithèse totale à saint Thomas, la recherche actuelle se comporte souvent comme si n'importe quel savoir sur un sujet quelconque se montrait bien préférable à un peu de savoir sur des choses élevées. Rien d'étonnant dans ces conditions à ce que l'on perde de plus en plus de vue le véritable objet des savoirs : servir de tremplin vers la connaissance.

3. Descartes a une mission secrète

Si Galilée représente le premier pilier sur lequel s'édifia la physique mathématique, Descartes est sans conteste le second. Trop souvent, on a de lui une vision erronée. C'est que cet homme universel ne fut pas du tout cartésien, au sens étroit que l'on a fini par donner à ce qualificatif. Comme le remarque G. Gadoffre dans une magistrale introduction au *Discours de la Méthode*, l'œuvre de Descartes « *malgré une célébrité que trois siècles n'ont pas altérée, est plus respectée que véritablement comprise* ».

La condamnation de Galilée en 1633 pour crime de lèse-Aristote fut pour lui un coup de tonnerre ; il écrivit au père Mersenne : « *Je me suis quasi résolu de brûler tous mes papiers ou du moins de ne les laisser voir à personne [...] ; je confesse que si le mouvement de la Terre est faux, tous les fondements de ma philosophie le sont aussi, car il se démontre par eux évidemment [...]. Mais comme je ne voudrais pour rien au monde qu'il sortît de moi un discours où il se trouvât le moindre mot qui fût désapprouvé de l'Église, aussi aimé-je mieux le supprimer que de le faire paraître estropié.* » Cette sincère

soumission n'empêcha pas l'inscription à l'Index de six de ses œuvres, en octobre et novembre 1663. Les censeurs ajoutèrent, le 22 mai 1720, *les Méditations philosophiques* sur la liste. Le stérile aristotélisme de la vieille scolastique avait la vie dure, pour un mort en sur-sis !

Descartes s'est senti une mission : il n'avait pas le droit de tenir cachée la lumière qui lui avait été révélée d'en haut. Une lettre de mars 1636, adressée au même père Mersenne, annonce le titre de l'ouvrage en chantier : « *Le projet d'une science universelle qui puisse élever notre nature à son plus haut degré de perfection, plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie, où les plus curieuses matières que l'auteur ait pu choisir pour rendre preuve de la science universelle qu'il propose, sont expliquées en telle sorte que ceux-mêmes qui n'ont point étudié les peuvent entendre.* » Il s'agit de bien autre chose que d'un système de philosophie à classer par les spécialistes entre, par exemple, saint Thomas et Kant. La prudence qui fit tant défaut à Galilée incita Descartes à choisir finalement un titre plus modeste pour le livre qui sortit le 5 juin 1637 des presses de Jean Le Maire, à Leyde, terre hollandaise, donc de liberté : « *Discours de la Méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie qui sont des essais de cette méthode.* » Une lettre au père Mersenne précise : « *Je ne mets pas Traité de la Méthode, mais Discours de la Méthode, ce qui est le même que Préface ou Avis touchant la Méthode, pour montrer que je n'ai pas dessein de l'enseigner, mais seulement d'en parler.* » L'explication paraît naturelle : tout ce qui relève de la connaissance apparaît incommunicable et ne peut faire l'objet que d'analogies symboliques.

Mais qu'était cette « science universelle » ? Descartes eut la chance de recevoir une forte éducation au collège des jésuites de La Flèche où on le mit à huit ans ; il résume ainsi ces années de jeunesse : « *J'estimais fort l'éloquence, et j'étais amoureux de la poésie, mais je pensais que l'une et l'autre étaient des dons de l'esprit plus que des fruits de l'étude [...]. Je me plaisais surtout aux mathématiques, à cause de la certitude et de l'évidence de leurs raisons ; mais je ne remarquais point encore leur vrai usage et, pensant qu'elles ne servaient qu'aux arts mécaniques, je m'étonnais de ce que, leurs fondements étant si fermes et solides, on n'avait rien bâti dessus de plus élevé.* » Quant à la pseudo-métaphysique, il l'exécute sans pitié, « voyant qu'elle a été cultivée par les plus excellents esprits qui aient

vécu depuis plusieurs siècles, et que, néanmoins, il ne s'y trouve rien dont on ne dispute et qui, par conséquent, ne soit douteux, [...] et considérant combien il peut y avoir d'opinions diverses touchant une même matière, ne faut-il pas jeter au panier toutes ces faussetés ? ». A peine sorti du collège, il décida d'abandonner d'inutiles études pour lire « *dans le grand livre du monde* », voyageant et guerroyant. Ne croirait-on pas entendre un jeune d'aujourd'hui, écoeuré de la nourriture indigeste que délivrent des universités aussi moribondes que l'étaient celles du XVII^e siècle ?

Le 10 novembre 1618, le cadet Descartes, engagé volontaire dans l'armée de Maurice de Nassau, fait une rencontre qui marqua toute sa vie. Isaac Beeckman occupait alors le poste de principal du collège de Dort. Ils se rencontrent par hasard, sympathisent et, ensemble, travaillent à des questions de physique mathématique. Le Français fit alors hommage à son ami d'un petit *Traité de musique* écrit dans le plus pur esprit pythagoricien. Dans une lettre du 26 mars 1619, il confesse à Beeckman qu'il faut « *donner au public, non pas un Ars brevis comme Lulle, mais une science toute nouvelle qui permette de résoudre toutes les questions qu'on peut se proposer en n'importe quel genre de quantité, continue ou discontinue* ».

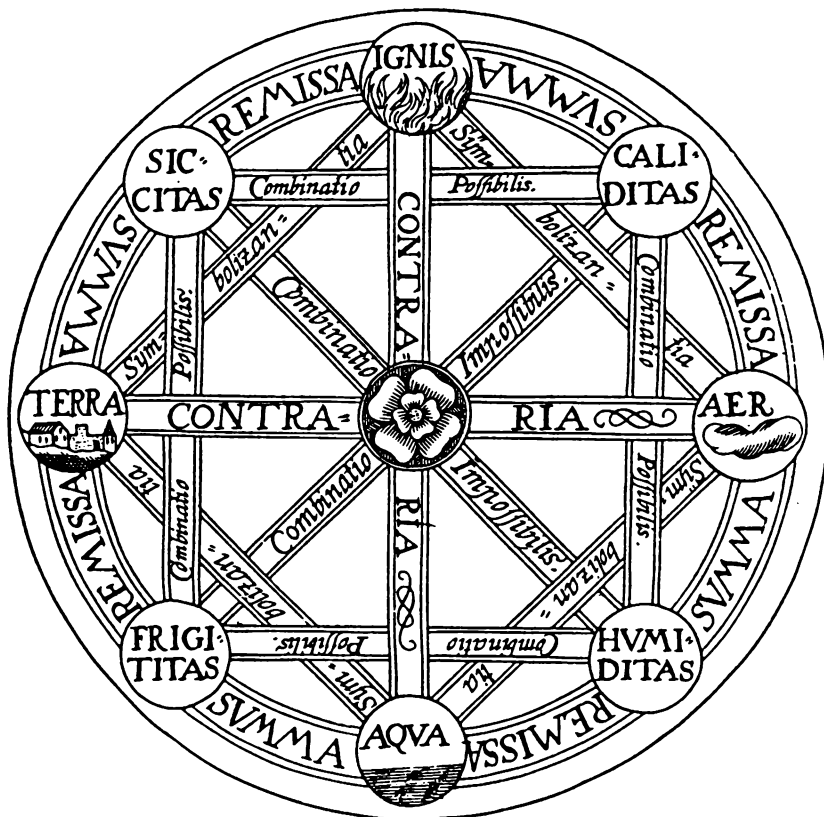
Ce trésor avait existé dans le passé, Descartes en était persuadé : « *Quand, ensuite, je songeai d'où venait que les premiers philosophes ne voulaient pas admettre à l'étude de la sagesse quelqu'un qui ignorât les mathématiques [...], j'eus bien l'idée qu'ils connaissaient certaine mathématique fort différente de la mathématique vulgaire de notre temps [...]. En vérité, il me semble que des traces de cette vraie mathématique se voient encore chez Pappus et Diophante qui, sans appartenir au premier âge, ont cependant vécu bien des siècles avant nous.* » De cette année 1619, il reste de lui une note sur les nombres figurés solides construits sur les cinq corps platoniciens. Descartes y démontre que le gnomon des nombres figurés tétraédraux, octaédraux et icosaédraux est constitué de nombres triangulaires (considérés respectivement une fois, quatre fois et quinze fois), que les nombres carrés pris trois fois règlent la croissance du cube et qu'il faut neuf nombres pentagonaux pour passer d'un dodécaédral au suivant.

Comme on le voit sur le tableau numérique ci-après, ces nombres figurés solides augmentent très rapidement avec leur rang. Restée longtemps inédite, cette note fut retrouvée dans les papiers de Leibniz qui reconnaît y avoir pris l'idée de ce qui allait devenir le calcul diffé-

rentiel. Descartes confesse avoir cherché, en 1623, à rencontrer les mystérieux frères de la Rose-Croix dont l'existence, ou la non-existence, divisait le monde savant allemand. Il paraît curieux de voir une rose illuminer le centre de la croix des éléments dans une planche de l'*Ars combinatoria* de Leibniz comme on le voit sur la reproduction donnée ci-après (page suivante).

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tétraédraux	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220
Octaédraux	1	6	19	44	85	146	231	344	489	670
Icosaédraux	1	12	48	124	255	456	742	1 128	1 629	2 260
Cubiques	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1 000
Dodécaédraux	1	20	84	220	455	822	1 336	2 030	2 931	4 066

L'hiver 1619 trouve Descartes en Allemagne. La règle du jeu voulait qu'on ne se batte point durant la mauvaise saison. Avec lui-même comme seul interlocuteur, il demeure enfermé des journées entières, méditant sur cette science universelle qu'il faut redécouvrir. Le 10 novembre, la vérité lui est révélée et, au cours de la nuit, il eut trois visions « *qu'il s'imagina ne pouvoir être venues que d'en haut* ». Il nota le détail dans ses *Olympiques* ; le manuscrit s'en est perdu, mais l'abbé Baillet l'avait sous les yeux lorsqu'il écrivit sa *Vie de Monsieur Des Cartes*. La troisième vision prouve à la fois l'unité des savoirs dans la Science (par un *Dictionnaire*), la nécessité de ne pas séparer les savoirs de l'éthique (un *Recueil de Poètes* figure à côté du *Dictionnaire*), enfin la valeur essentielle de la mathématique pour discerner le vrai du faux (un inconnu rappelle un poème commençant par *Est et Non*, le Oui et le Non de Pythagore, commente Descartes). L'instrument cherché est enfin découvert. Il ne s'agit pas d'un jouet philosophique abstrait comme le précise cette conclusion du *Discours de la Méthode* : « *Il est possible de parvenir à des connaissances qui soient fort utiles à la vie. Et au lieu de cette philosophie spéculative qu'on enseigne dans les écoles, on en peut trouver une pratique par*



Leibniz aurait-il été rosicrucien ? Oui s'il faut en croire cette allégorie cruciforme à la rose qui illustre son *Ars Combinatoria*.

laquelle connaissant les forces et les actions du feu, de l'eau, de l'air, des astres, des cieux et de tous les autres corps qui nous environnent, aussi distinctement que nous connaissons les divers métiers de nos artisans, nous les pourrions employer en même façon à tous les usages auxquels ils sont propres, et ainsi nous rendre comme maîtres et possesseurs de la nature. »

Peut-on imaginer meilleure description prophétique de la société basée sur les savoirs qui est en train d'émerger de la société indus-

trielle basée sur les savoir-faire ? L'arbre de la science est unique, la sève mathématique nourrit les fruits utiles qui poussent sur ces branches que sont les savoirs. Quelle grandiose actualisation du dessein ébauché deux millénaires auparavant par Archytas de Tarente !

4. Le triangle arithmétique

Descartes n'est pas le dernier à s'être intéressé aux nombres figurés. Pascal (1623-1662) leur a consacré plusieurs petits traités. Discutant de jeux de hasard avec le chevalier de Méré, il dut, pour calculer les chances *a priori* des joueurs, introduire ce que l'on appelle les combinaisons. On se souvient des permutations utilisées par *le Sepher Ietsirah*. Dans les combinaisons, on ne prend pas en compte l'ordre dans lequel se présentent les éléments. La chose s'explique aisément : si l'on jette deux dés, il revient au même d'avoir 4 sur le premier et 2 sur le second, ou 2 sur le premier et 4 sur le second puisque la règle du jeu ne tient pas compte de l'ordre dans lequel ces dés s'arrêtent.

Il existe six permutations possibles de trois éléments : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA et, par contre, une seule combinaison puisque les six groupements précédents s'avèrent totalement équivalents. On peut se poser cette autre question : de combien de façons se combinent trois objets pris deux à deux ? Choissant arbitrairement A comme point de départ, on l'associe avec B, puis avec C. Il suffit de considérer ensuite le groupement de B et de C pour épuiser toutes les possibilités cherchées :

AB, AC
 BC

Si l'on a quatre objets à combiner deux à deux, un raisonnement similaire fournit le tableau :

AB, AC, AD
 BC, BD
 CD

La généralisation s'avère aisée. Elle montre que les combinaisons de n objets deux à deux s'expriment par le nombre triangulaire d'ordre $(n-1)$. Si l'on combine les objets trois à trois, les tableaux ont une dimension de plus et l'on doit utiliser les nombres tétraédraux. Poursuivant son analyse, Pascal introduit des nombres hyperpyramidaux à 4, 5, etc., dimensions qu'il baptise triangulo-

triangulaires ou du cinquième ordre, puis du sixième ordre et ainsi à l'infini.

Nicomaque de Gêrase avait déjà remarqué qu'en écrivant l'une en dessous de l'autre la suite des entiers naturels et la suite des nombres triangulaires, un nombre quelconque de la seconde suite est la somme du nombre qui est à sa gauche et de celui qui est au-dessus de lui. Si l'on dispose les tétraédraux sur une troisième ligne, sous les triangulaires, la règle demeure vraie, et ainsi de suite. Il suffit de compléter en disposant une première ligne de 1 (nombres du premier ordre) pour obtenir le triangle arithmétique de Pascal :

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	3	6	10	15	21	28	36	45		
1	4	10	20	35	56	84	120			
1	5	15	35	70	126	210				
1	6	21	56	126	252					
1	7	28	84	210						
1	8	36	120							
1	9	45								
1	10									
1										

Le triangle arithmétique de Pascal.

Il y a symétrie des nombres par rapport à la ligne diagonale principale issue du point origine, cela résultant du mode de génération des nombres. Le seul nombre arbitraire est le premier en haut et à gauche. On choisit généralement 1 et, si l'on préfère une autre valeur, cela ne change en rien les propriétés de symétrie du triangle puisqu'on multiplie simplement tous ses nombres par cette valeur.

A dire vrai, le triangle arithmétique était connu depuis plus d'un siècle. Dans son *Arithmétique* (1557), le Français Jean Trenchant l'appelle poétiquement « *trigone semé de nombres, symbolisants, et s'engendrant les uns les autres par un ordre de grandissime considération* ». Pascal eut le mérite de systématiser son étude et l'appliqua au calcul du hasard. Si par exemple deux joueurs risquent chacun trois pistoles en quatre parties de dés, quelle est, après la première partie, l'espérance de gain de celui qui vient de perdre ? Prenant la septième base ($7 = 4 + 3$), Pascal fait le quotient de la cellule médiane (20) par la somme de toutes les cellules ($1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$) pour trouver le résultat de $5/16$.

5. Transfinis au-delà de l'infini

« *Incompréhensible. Tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être. Le nombre infini. Un espace infini égal au fini.* » Cette *Pensée* de Pascal ouvre un débat qui a passionné les mathématiciens philosophes du XIX^e siècle : y a-t-il un nombre infini actuel, un Nombre en Soi qui serait réellement plus grand que tous les autres termes ? Le premier piège en pareille matière est d'assimiler l'infini et l'indéfini. La suite des nombres 1, 2, 3... est indéfinie. Conduit-elle à l'infini ? Accélérons par exemple la croissance en utilisant des séries de puissances :

$$\begin{array}{c} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{array}$$

En abordant le calcul par le haut : 4 à la puissance 5 vaut 1 024. Nous vous laissons le soin de calculer exactement 3 à la puissance 1 024 : le nombre s'exprime à l'aide de quelque cinq cents chiffres décimaux. On perd pied à la seule imagination des opérations suivantes. Il suffirait d'ajouter un 6 à l'escalier pour que le résultat

6
5
4
3
2
2

dépasse les limites du raisonnable : le plus puissant des calculateurs digitaux demanderait un temps supérieur à l'âge de l'Univers pour conduire le calcul à son terme, et l'impression sur papier exigerait une bande plus longue que la circonférence de ce même Univers !

Est-il absurde de se poser la question suivante : les deux suites

1, 2, 3, 4, 5, etc.

$\begin{array}{cccc} & & & 5 \\ & & 4 & 4 \\ & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$

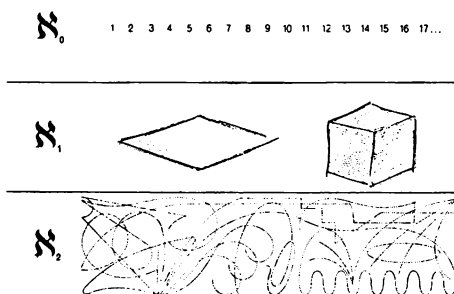
fournissent-elles le même infini ? Si grande est la puissance de l'intellect humain que G. Cantor (1845-1915) osa répondre en inventant le nombre transfini ou l'infini mathématique actuel. Les règles de formation des deux suites précédentes se montrent parfaitement similaires, elles restent toutes deux dénombrables et se caractérisent alors par le même transfini *aleph zéro*. Celui-ci jouit de bien curieuses propriétés : ses parties égalent son Tout (il y a autant de nombres pairs que de nombres entiers, puisque les uns et les autres se dénombrent par des règles identiques) et ses puissances successives demeurent toutes égales entre elles :

$$\text{aleph zéro} = (\text{aleph zéro})^2 = \text{etc.}$$

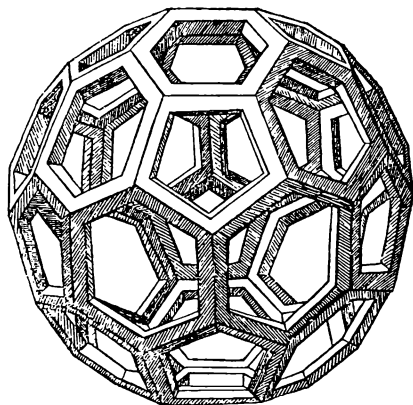
A quoi peut servir cet être étrange ? Cantor se posa cette seconde question : quel est le nombre d'arrangements de deux objets (comme le Pair et l'Impair) considérés *aleph zéro* fois chacun ? Il prouva que la quantité en question, soit $2^{\text{aleph zéro}}$, ne pouvait être dénombrée par quelque procédé que ce soit. Ce second nombre transfini, dit *aleph un*, est infiniment plus grand qu'*aleph zéro*. Cantor l'assimila au nombre de points d'une ligne, ou d'une surface, ou d'un volume : c'est l'« Hypothèse du continu ». Rien n'empêche de généraliser en définissant une série d'*aleph* successifs par la relation récurrente

$$2^{\text{aleph}(n-1)} = \text{aleph } n,$$

qui montre que la suite des nombres transfinis est transfinie d'ordre *aleph zéro*. En particulier, *aleph deux* se conçoit aisément : il est le nombre infini des intersections une à une du nombre infini de courbes que l'on peut tracer dans une surface. Que dire des nombres figurés construits avec les *aleph* successifs ? Voilà une question qui eût enchanté Pythagore !



La suite des aleph.



Icosaèdre tronqué (polyèdre archimédien) creux, dit aussi triacontaoèdre (dessin attribué à Léonard de Vinci).

CHAPITRE XI

Pour calculer la fin du monde

1. L'éternel retour

La conquête de l'infini mathématique par le transfini s'est accompagnée de percées identiques en direction du temps et de l'espace. Et rien n'en transparaît dans la philosophie qui toujours raisonne comme si l'Univers se réduisait au globe terrestre et comme si la Vie ne concernait que l'homme dans sa forme d'être civilisé du XX^e siècle. Il est vrai que si les universités de tous les pays possèdent des chaires de philosophie, ce n'est pas en fréquentant ces lieux d'un autre âge que l'on risque de rencontrer des philosophes, de ces hommes qui « *s'appliquent à connaître la Nature* » selon le programme tracé par Pythagore. Mais la vision du Cosmos et de la Nature s'est singulièrement élargie depuis ce dernier.

Notre Soleil n'est désormais qu'une étoile quelconque parmi les milliards d'autres qui constituent notre galaxie. De même, celle-ci ne représente qu'un point dans un univers de milliards d'autres galaxies. Certains de ces mondes sont en collision ici et là, dans des catastrophes inouïes dont le retentissement parvient jusqu'à nos télescopes et nos radiotélescopes.

Le cortège de planètes qui « dansent » autour du Soleil ne peut plus être considéré comme un phénomène exceptionnel, car on se doute que beaucoup des étoiles proches possèdent, elles aussi, des compagnons planétaires analogues à Jupiter et à Saturne (les petites planètes comme la Terre restant indécelables). Le Nombre a permis d'agrandir démesurément l'espace, en révélant partout l'universelle régularité postulée par la science.

Le temps s'élargit lui aussi. L'ancienneté de l'homme recule de plus en plus fabuleusement. Le XVIII^e siècle et le XIX^e siècle commençant refusèrent de croire à des ancêtres antédiluviens. Formé à l'école de Cuvier et partisan comme lui de déluges successifs, le célèbre naturaliste suisse Louis Agassiz enseignait en plein XIX^e siècle, à l'université américaine Harvard, que Dieu s'est vu obligé de recréer à plusieurs reprises les êtres vivants, repartant chaque fois du point où il en était resté précédemment « *de façon à améliorer ainsi les créatures jusqu'à ce qu'Il atteigne son but final : l'homme fait à son image* ». Ce conservateur persiflait ainsi *l'Origine des Espèces* qui venait de paraître en 1859 : « *Monsieur Darwin affirme que le singe est son frère, le cheval son cousin et l'huître son lointain ancêtre.* » Personne ne croit plus que l'homme descende du singe, tous deux sont seulement des cousins fort éloignés. Mais Darwin lui-même aurait été affolé par les chiffres que les spécialistes manient allègrement : cent mille ans pour les plus anciennes sépultures prouvées, un demi-million d'années pour la découverte du feu, deux et peut-être trois millions d'années pour les premiers outils utilisés par un être qui se déplaçait debout.

La vie terrestre a évolué plusieurs milliards d'années durant, et l'on admet de plus en plus que les êtres vivants ont connu des catastrophes inouïes : tous les cinquante à cent millions d'années, un gros objet céleste vient frapper de plein fouet la Terre. Est-ce une comète, lancée par le frère obscur du Soleil (une étoile dont on soupçonne l'existence) ? Est-ce une petite planète à orbite très allongée (ce qu'on appelle un « objet Apollo ») ? Ce genre de collision provoque des effets à l'échelle planétaire, et des milliers d'espèces vivantes sont à chaque fois rayées du grand livre de la Vie. Mais cette Vie est si forte qu'à chaque fois l'évolution est repartie. On peut toutefois penser que la catastrophe a profondément modifié le cours des choses. Que serait-il arrivé si les dinosaures n'avaient pas brutalement disparu il y a quelque soixante millions d'années ?

La vie a-t-elle surgi spontanément sur Terre ? Vient-elle d'ailleurs ? Les molécules organiques qui sont les briques ultimes de la matière vivante sont présentes partout dans la poussière intersidérale et leur découverte progresse à pas de géant. L'homme reconnaît que le Nombre structure l'indéfini du temps, comme celui de l'espace.

Le savoir rationaliste du XIX^e siècle finissant et de la première partie du XX^e siècle avait cru démontrer que la vie n'était que

hasard : un accident rarissime apparu sur cet autre accident tout aussi rarissime qu'aurait été un système planétaire. Quant à l'intelligence, un simple épiphénomène ! Aujourd'hui, on pense que la vie est un phénomène universel. Notre galaxie compte un milliard de planètes où des êtres intelligents vivent et agissent selon des modalités dont l'évolution de la Terre fournit la seule analogie actuellement accessible à l'homme. Il s'avère malaisé d'imaginer ce qu'il en est pour les évolutions plus avancées que la nôtre. On pense seulement qu'elles doivent se compter fort nombreuses.

Simultanément, la physique prend conscience de l'importance essentielle de l'accident et du singulier. L'Univers dans son ensemble n'est-il pas un événement qui a créé le temps à l'origine des temps ? Les explosions d'étoiles et les collisions de galaxies, autant d'accidents qui ponctuent l'évolution générale.

La découverte de la régularité cachée derrière le mouvement apparemment régulier des planètes, le remplacement d'une voûte céleste sans profondeur, comme celle des Babyloniens et des Égyptiens, par un Cosmos en volume ont provoqué la naissance de la Philosophie et celle de la Science vers le VI^e siècle avant notre ère. La religion sociale de la cité et les cultes populaires des mystères ont cédé la place à la religion savante de Pythagore et de Platon : le mouvement volontairement régulier des astres du Cosmos prouvait désormais l'âme immortelle.

Tout en faisant circuler la Terre et les planètes autour du Soleil, Copernic conserva les orbites circulaires imposées par la précédente philosophie. L'étude du mouvement de Mars montre à Kepler que ces trajectoires sont des ellipses et non des cercles, ce qui renverse toute l'image du Monde. Les corps célestes décrivent naturellement des trajectoires rectilignes conformément au Principe d'inertie. La combinaison avec leur chute vers le Soleil produit le mouvement elliptique, comme Newton le prouva en utilisant les lois de Galilée sur la chute des corps terrestres. La mécanique céleste se révèle identique à la mécanique terrestre. Le ciel se met à redescendre sur la Terre.

D'ailleurs le Soleil n'est plus l'être incorruptible d'Aristote : Galilée ose y découvrir des taches, un vrai scandale ! Les chœurs d'anges se taisent, car le ciel n'est plus la demeure des bienheureux. On s'explique parfaitement que Rome ait dû condamner le nouveau système du monde comme « *faux en philosophie et hérétique selon la foi* ». Le procès de Galilée rappelle, trait pour trait, à deux millénai-

res d'intervalle, le procès que Périclès fit intenter au physicien Anaxagore et l'exécution de Socrate, pris par le populaire pour un des sectateurs de cet athée savant. L'incrédulité scientifique du XIX^e siècle justifie *a posteriori* la sévérité des juges du Saint-Office.

En redécouvrant chaque jour davantage l'unité foncière cachée sous les infinies diversités spatiale et temporelle, en redécouvrant aussi toute l'importance de l'imprévu et toute la liberté induite par les événements physiques, la Science a fini de détruire les fragiles piliers sur lesquels avait cru pouvoir s'édifier cet athéisme savant, mais la Philosophie et la Religion l'ignorent, car tout cela ne justifie, pour autant, ni les vieilles formes de religions ni les traditionnels systèmes philosophiques qui ne peuvent ni ne veulent intégrer les nouveaux acquis. Il en résulte un grand vide et ce désarroi que l'on ressent partout. Cette carence explique, sans le justifier, l'attrait de l'Occident pour les éternels mirages de l'Orient.

Aux premiers siècles de notre ère, on observe un conflit fort semblable entre la Science et la Foi. Tandis que la plupart des citoyens romains ne croient plus à rien et ne songent qu'à jouir de leur prospérité matérielle, d'autres cherchent refuge dans l'irrationalité des mystères d'Isis ou de Mithra. Aujourd'hui, on se rue chez les maîtres en yoga ou l'on joue au moine bouddhique en se drapant de jaune après s'être rasé le crâne. Au besoin, on relève la sauce de quelques emprunts à un christianisme « rénové » ou à une alchimie tantrique. Des Américains avisés utilisent les plus modernes méthodes du marketing pour attirer le client et les « Maîtres », visitent en « jet » les communautés de fidèles, tant celles-ci se multiplient.

Analogie n'est pas identité. L'environnement général actuel n'est pas sans évoquer celui d'il y a quelque vingt siècles, mais les choses n'évoluent jamais deux fois de façon semblable. Naturelle dans un univers clos et limité étroitement dans le temps, l'idée d'un Éternel Retour qui répéterait régulièrement l'Histoire s'est effritée, elle aussi, après avoir régné sous une forme ou sous une autre pendant plus de deux millénaires. Cette hypothèse cosmique tire son origine de l'astronomie beaucoup plus que du cycle annuel de la végétation. Une mauvaise année suit une bonne, l'invasion et les pillages succèdent à la paix et à la prospérité. Tout cela apparaît d'ailleurs normal, car les influences astrales diffèrent d'une année sur l'autre.

Les trajectoires apparentes des planètes varient au fil des mois, elles présentent des arrêts et des parcours rétrogrades qui semblent

plus ou moins capricieux (d'où l'appellation de « chèvres »). L'observation minutieuse et assidue du ciel finit par montrer, vers les VII^e et VI^e siècles avant notre ère, que chaque planète se retrouve toutefois aux mêmes endroits du ciel au bout d'un certain nombre d'années. Les prêtres babyloniens en ont conclu qu'il existe un multiple commun à ces périodes planétaires diverses, ce qui définit une Grande Année céleste à la fin de laquelle l'ensemble du cortège reprend des positions relatives strictement identiques. La Terre reçoit en conséquence des influences astrales qui sont les mêmes que celles de la Grande Année précédente. L'astrologie exige que l'Histoire recommence alors identique à elle-même. Puisque la Grande Année revient indéfiniment, il s'ensuit tout logiquement l'Éternel Retour.

2. D'or, d'argent, d'airain, de fer

Deux questions surgissent immédiatement : quelle est la valeur de la Grande Année, à quelle date situer la Fin ou, plus exactement, le Renouveau du Monde ? La première estimation reste en principe affaire d'astronomie : les révolutions planétaires pouvant toutes se mesurer, il suffit de calculer leur plus petit commun multiple. Ce faisant, on attribuerait à la Grande Année un sens quantitatif rigoureux que les Babyloniens furent loin d'atteindre. La numérologie sacrée offre de meilleures ressources pour mener l'estimation requise. Contemporain d'Alexandre, le prêtre chaldéen Bérose écrivit, vers 325 avant notre ère, une *Histoire de la Babylonie*, à la demande du conquérant ; il n'en subsiste que quelques fragments épars, en particulier le suivant. Avant le Déluge qui préluda à l'humanité actuelle, il y aurait eu une période antérieure de quatre cent trente-deux mille ans, au cours de laquelle régnèrent dix rois fabuleux. Ce nombre est le produit de trois cent soixante par douze, magnifié cent fois. Comme l'année terrestre, la Grande Année compte douze mois, mais des mois de trois cent soixante (ou plutôt trente-six mille) années.

Vers l'an 300 avant notre ère, l'astronome chaldéen Kidinnu découvrit le phénomène de précession des équinoxes : l'axe de la Terre ne garde pas une direction fixe dans l'espace. Il décrit un cône, effectuant un tour complet en 25 920 ans. Bien que très soigneusement faites, les observations dont disposa ce savant n'avaient pas une exactitude suffisante pour permettre d'estimer aussi précisément la

précession. Il proposa vingt-quatre mille ans, un bon compromis entre l'observation et les exigences numérologiques. Cette nouvelle Grande Année se montre plus accessible à l'esprit humain que celle de Bérose, qui se compose de dix-huit cycles précessionnels, un nombre qui s'incorpore sans difficulté dans le système sexagésimal : son inverse par rapport à soixante est trois, plus la fraction un tiers :

$$\frac{60}{18} = 3 + \frac{20}{60}$$

Il se produisait deux catastrophes au cours d'une même Grande Année : un déluge d'eau lors de la conjonction de toutes les planètes dans le signe du Capricorne au solstice d'hiver, un embrasement universel lors de la conjonction similaire dans le signe opposé du Cancer au solstice d'été. La valeur de Douze mille ans fut la plus généralement adoptée par les penseurs de l'Antiquité. Elle a le double avantage d'être, d'une part, à l'échelle humaine, tout en restant fort grande, et, d'autre part, l'analogue d'une année de douze mois, à ceci près que ses mois ont mille ans.

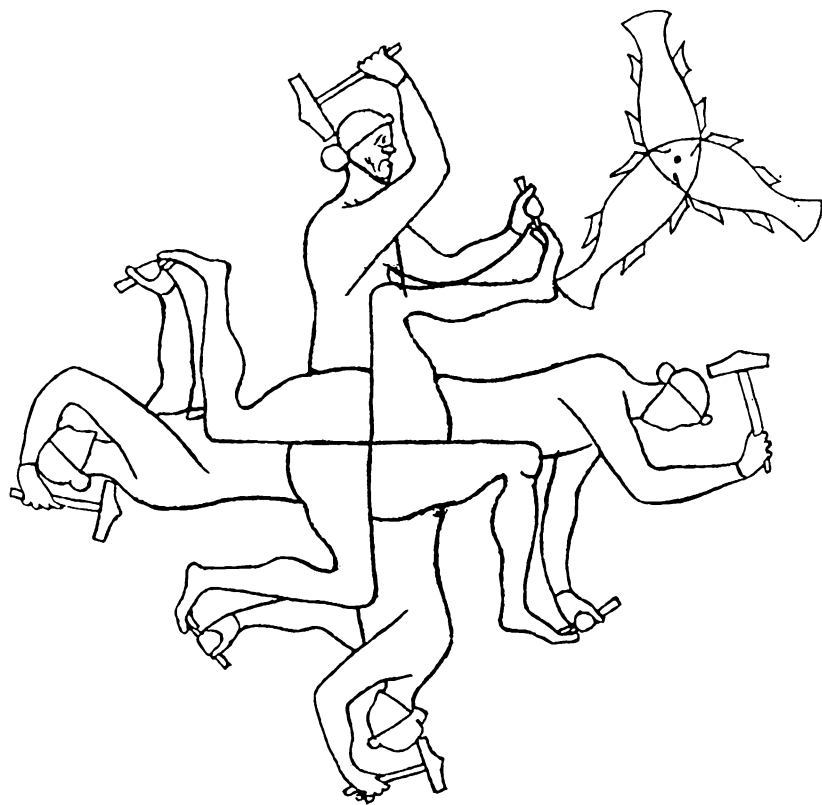
Héraclite d'Éphèse ne retint que le feu destructeur : « *La Foudre pilote l'Univers. Je l'appelle abondance et disette : abondance, elle crée le monde selon sa loi ; disette, elle est le feu qui le détruit.* » Il aurait attribué à la Grande Année une valeur de dix mille huit cents ans, c'est-à-dire trois cent soixante mois (un cercle complet) de chacun trente jours d'années. Les stoïciens adoptèrent ses idées qui se vulgarisèrent ainsi avec la diffusion de cette philosophie dans l'intelligentsia romaine des débuts de notre ère. L'apôtre Pierre les connaissait, lui qui écrit : « *Dès l'origine, des cieux existaient ainsi qu'une terre, que la Parole de Dieu avait fait surgir du sein de l'eau, au moyen de l'eau. Par là même, le monde d'alors périt submergé. Quant aux cieux et à la terre d'à présent, la même Parole de Dieu les tient en réserve et les garde pour le feu, au jour du Jugement et de la ruine des hommes impies. Mais il est une chose, bien-aimés, que vous ne devez pas ignorer : pour le Seigneur, un jour est comme mille ans, et mille ans sont comme un jour.* » L'apôtre n'a pas précisé la durée qui sépare les deux catastrophes. Il la fixait sans doute à six mille ans, par analogie avec la création en six jours, et en accord avec la moitié des douze mille ans de la Grande Année.

Les Pères de l'Église adoptèrent cette valeur pour la durée de l'humanité actuelle, née après le Déluge, destinée à finir dans les tem-

pêtes de feu du Jugement dernier. Peu à peu, ces six mille ans se mirent à faire figure de dogme, bien que l'Église ne se soit jamais prononcée officiellement à ce sujet. Aujourd'hui encore, plusieurs sectes protestantes américaines tiennent ferme pour ce chiffre, refusant la conquête du temps comme non conforme à la foi.

Un verset du *Psaume XC* et la même analogie des six jours de la création firent adopter les six millénaires par les rabbins. *Le Talmud* déclare : « *Quelqu'un de l'école d'Élie enseigne : deux mille ans de nature, deux mille ans de la Loi et deux mille ans pour les jours du Messie.* » Mais cette structuration en trois époques n'était guère satisfaisante du point de vue de la numérogie. Puisque Quatre est la Mesure, il doit y avoir quatre sous-périodes dans la Grande Année.

Dans son carnet de notes, le maître d'œuvre Villard de Honne-court a symbolisé l'Éternel Retour de ces périodes qui s'engendrent mutuellement, par quatre tailleurs de pierre se sculptant les uns les autres, comme on le voit sur la reproduction donnée ici. Traditionnellement, on qualifie ces âges d'or, d'argent, d'airain, de fer. *Les Travaux et les Jours* du poète grec Hésiode (VIII^e siècle avant notre ère) racontent : « *D'or fut la première race d'hommes périssables que créèrent les Immortels [...]. Ils vivaient comme des dieux, le cœur libre de soucis, à l'abri des peines et des misères [...]. Une race bien inférieure, une race d'argent, fut créée plus tard par les habitants de l'Olympe [...]. Elle ne sut pas s'abstenir de folies immodérées [...]. Zeus, père des dieux, créa une troisième race d'hommes périssables, race de bronze, bien différente de la race d'argent [...]. Puissante était leur force, mais ils succombèrent sous leurs propres bras [...]. Et quand le sol eut englouti à son tour cette race, Zeus, fils de Cronos, en créa une quatrième, plus juste et plus brave ; c'est la race divine des Héros, ceux que l'on nomme demi-dieux, dont les générations nous ont précédés sur la terre [...]. Ceux-là périrent dans la dure guerre, les uns devant les murs de Thèbes, en combattant pour Œdipe, les autres à Troie [...]. D'autres habitent dans les îles des Bienheureux, au bord du profond Océan, là où le sol fécond porte trois fois l'an une florissante récolte [...]. Plût au ciel que je n'eusse pas à vivre au milieu de ceux de la cinquième race, car c'est la race de fer ! Elle ne cesse de souffrir fatigues et misères.* » Comme Homère, Hésiode préférait l'impair puisqu'il admet cinq races successives, le nombre des doigts d'une main. Quand Quatre se fut imposé comme universelle Mesure, on oublia la race des Héros pour ne retenir que les noms des métaux, plus suggestifs.



L'éternel retour des quatre âges du Monde, selon le carnet de notes de Villard de Honnecourt.

Le mythe de l'Age d'Or se retrouve dans de nombreuses civilisations. Pour des « ésotéristes », il prouverait l'existence réelle du Paradis perdu dans la brume du passé : une façon bien commode de refuser cette difficile, mais exaltante aventure de l'Homme qu'est la Vie totalement vécue. René Guénon se montre très représentatif de cette vue, sa Tradition métaphysique n'étant finalement qu'une variante de la perfection de l'Age d'Or. Comme le remarque Paul Sérant : « *On peut se demander si le mythe du Passé créé par Guénon vaut mieux que ce mythe de l'Avenir auquel adhéraient frénétiquement ceux dont il dénonçait pertinemment les dangereuses illusions.* »

La roue de la Vie ne tourne pas d'un mouvement régulièrement uniforme, surtout quand on prend comme unité de temps une période courte (entendez par là le millier d'années !). L'histoire à la fois si longue et si courte, des quinze derniers millénaires n'a pas été une marche régulière de la cueillette des graminées à leur culture méthodique, de l'agriculture à la domestication des animaux, de l'élevage à l'irrigation et aux premières cultures intensives, avec des socialisations de plus en plus poussées. La lente accumulation des savoirs de génération en génération se révèle un facteur capital du mouvement, mais comme le remarque l'économiste Philippe Simonnot : « *Encore faut-il que cette accumulation ne soit pas interrompue. Or, il peut arriver qu'une catastrophe naturelle (le "Déluge") ou le contact avec une civilisation plus avancée dans l'art militaire (les Incas vaincus par les Espagnols) provoque une sorte d'amnésie collective quasi définitive. Le peuple se souvient alors vaguement de sa splendeur passée, mais il en a perdu le secret — et c'est pourquoi les civilisations mortes paraissent si souvent mystérieuses.* »

Les cycles successifs d'humanité décrits par Hésiode n'étaient pas tous égaux entre eux. Le poète raconte que la durée moyenne de la vie décrût lors du passage de la race d'Or à celle d'Argent, et ainsi de suite. De son côté, Béroze avait doté les dix rois antédiluviens d'une fabuleuse longévité. La Bible fait de même pour la chaîne des dix ancêtres dont l'histoire constitue le Livre d'Adam. Le nom de Mathusalem, fils d'Hénoch, a traversé les âges ; il est vrai que ce grand-père de Noé aurait vécu neuf cent soixante-neuf ans, trente-neuf de plus qu'Adam.

La Tétraktys s'imposait tout naturellement pour mesurer les Ages : quatre pour l'Or, trois pour l'Argent, deux pour l'Airain, et un seulement pour le terrible Fer. Influencé par ces spéculations numérologiques transmises via les royaumes grecs de l'Indus, le *Vishnou Purana* les adopta. L'ensemble des quatre âges forme un Manvantara, ou une époque complète. René Guénon a calculé qu'un Manvantara comprend cinq Grandes Années, ce qui donne des durées de respectivement : Or, vingt-quatre mille ans ; Argent, dix-huit mille ; Airain, douze mille ; Fer, six mille.

Il paraît un peu illusoire de vouloir pleinement concilier la Grande Année avec ses deux catastrophes équiréparties, et la ronde en accélération des quatre Ages. Il s'agit en fait de deux façons de regarder symboliquement la même chose. Il y a complémentarité de points de vue, et non vision logique unique. Retenons simplement



Le Jugement dernier.

que, d'une façon ou d'une autre, par l'Age de Fer, la Semaine biblique ou la Demi-Grande Année, on converge sur la valeur de Six Mille ans pour l'humanité actuelle, née après le Déluge et destinée à périr dans le Jugement de Feu.

3. Encore soixante-dix semaines d'années

« *Soixante-dix semaines ont été déterminées sur ton peuple et sur la ville sainte [...]. Depuis la sortie d'une parole ordonnant de rebâtir Jérusalem, il y a sept semaines et soixante-deux semaines jusqu'à un chef consacré et au milieu de la dernière semaine un chef étranger fera cesser les sacrifices et un dévastateur viendra sur l'aile des abominations jusqu'à ce que tout ce qui a été décrété se répande sur la dévastation.* » Ainsi parla l'ange Gabriel à Daniel, alors qu'il vivait à Babylone sous le règne de Darius. Quelques années auparavant, il avait entendu, dans une vision, un esprit céleste expliquer à un autre ange : « *Jusqu'à deux mille trois cents soirs et matins, et le sanctuaire sera purifié.* » Plusieurs années plus tard, aux jours de Cyrus, lors d'une autre extase, l'ange répondit au prophète qui s'inquiétait et demandait : « *Mais quand la Fin des Temps ?* » : « *Depuis le temps où sera interrompu le sacrifice perpétuel et où sera l'abomination de la dévastation, il y aura mille deux cent quatre-vingt-dix jours. Heureux celui qui attendra et arrivera à mille trois cent trente-cinq jours.* » Ces nombres mystérieux ont été scrutés dans tous leurs détails par les Docteurs de la Loi et les Pères de l'Église afin d'y découvrir la date fatidique de la Fin des Temps.

R. Salomon ben Isaac, dit Raschi, de Troyes en Champagne, un des plus savants rabbins de son époque (1040-1103), remarque, en lisant « *Jusqu'à deux mille trois cents soirs et matins* », que les deux mots soir et matin s'équivalent par guématrie puisqu'ils se comptent chacun pour cinq cent soixante-quatorze. Ajoutant ce nombre à deux mille trois cents, on trouve pour la Fin des Temps deux mille huit cent soixante-quatorze, c'est-à-dire 1352 de l'ère chrétienne, en prenant pour départ du compte l'exode d'Égypte. Au X^e siècle de notre ère, le rabbin Saadia atteignait la date voisine de 1335 en interprétant différemment ce même verset de Daniel : deux mille trois cents soirs et matins font mille cent cinquante jours prophétiques d'un an. En ajoutant, comme le fera Raschi, cinq cent soixante-quatorze, et en

comptant à partir de la date présumée de la prophétie, on obtient pour les jours du Messie la date indiquée.

Tous ces calculateurs de Jugement dernier expriment dans leurs supputations leur profond pessimisme personnel. Ils gémissent sur les catastrophes qu'ils prévoient mais, au fond d'eux-mêmes, en sont amèrement satisfaits. Cette attitude refléurit aujourd'hui où le pessimisme est de rigueur : la « crise » a succédé aux Jours du Messie, mais l'état d'esprit demeure inchangé.

Les exégètes chrétiens de Daniel ont surtout interprété ses soixante-dix semaines : puisque le Christ fut le Messie prédit par l'Écriture, le compte de quatre cent quatre-vingt-dix ans (avec un flou de quarante-neuf ans suivant que l'on sépare ou non les sept semaines) convient. Un ouvrage de Mgr F. Borgogini Duca, qui fut nonce en Italie, a fait, en 1951, le point très complet sur la question. On y retrouve, à côté des plus grands Pères de l'Église, Newton, sans oublier Pascal et Bossuet.

4. Du nombre du nom

« Les septantes semaines de Daniel sont équivoques pour le terme du commencement, à cause des différences des chronologistes, et pour le terme de la fin, à cause des termes de la prophétie », remarque Pascal. Ainsi, prenant comme point de départ l'époque de la prophétie, au lieu de l'Exode comme Raschi, Joseph ben David Ibn Yaïa aboutit, en ajoutant les mêmes deux mille trois cents jours d'année, à 5691 de la Création du Monde, soit 1931. Si ce rabbin vivait encore, gageons qu'il désignerait la Grande Crise des années 1970 comme le signe annonciateur des catastrophes à venir.

Des raisons analogues furent avancées à de multiples reprises par les éternels calculateurs de la Fin des Temps. Ceux-ci pouvaient à bon droit se réclamer de la plus profonde tradition. La jeune Église chrétienne vécut dans l'attente du Jour du Seigneur. Jésus avait affirmé sans ambages dans l'Évangile : *« Cette génération ne passera point, que tout ne soit accompli [...], précisant en d'autres circonstances, parmi ceux qui sont ici, quelques-uns ne goûteront point la mort, qu'ils n'aient vu le Royaume de Dieu venir dans sa puissance. »* L'esprit millénariste ne disparut pas avec la mort des derniers disciples et les Pères de l'Église insistent à l'envi sur la catastrophe tou-

jours toute proche. Un seul exemple suffira : reprenant un calcul de Jules l'Africain qui plaçait l'incarnation en 5500 du Monde, l'apologiste chrétien Lactance (vers 230-325) pense à la fin de sa vie que le monde n'a plus que deux cents ans à parcourir.

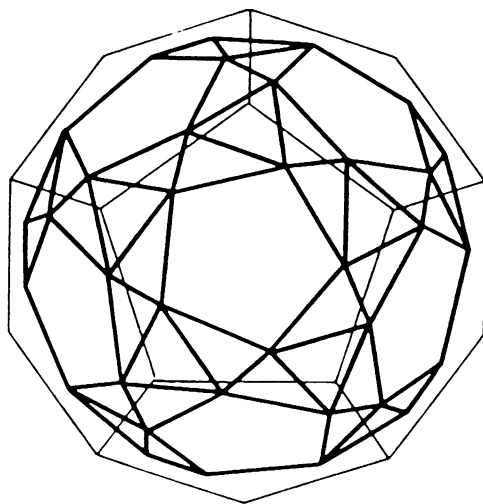
L'arrivée de l'an Mille fit redoubler les frayeurs : le millénaire est le jour de Dieu, et son terme était là. A notre époque, l'an Deux Mille exerce sa fascination sur les futurologues tant est grande l'emprise des traditionnels archétypes. Après l'an Mille, les calculs apocalyptiques reprirent de plus belle. A la Réforme, Martin Luther compose une *Estimation des Années du Monde*, foncièrement pessimiste : « *En cette année, la date est précisément de cinq mille cinq cents ans. C'est pourquoi, il faut s'attendre à la fin du Monde car le sixième millénaire ne s'achèvera pas, de même que les trois jours du Christ mort ne furent pas complets.* » Pour l'ancien moine, les signes précurseurs se multiplient : guerres, présages dans le ciel, sans oublier la syphilis qui venait gangréner l'humanité pécheresse. Pour préciser la date de la Fin du Monde, on fit appel à des sortes de guématries. En comptant les lettres-chiffres figurant dans l'inscription de la croix du Christ :

IesVs nasarenVs reX IVDeorVM

on trouvait 1532 (mais pourquoi utiliser le latin ?). De leur côté, les lettres composant le mot Jugement : *IVDICIVM* donnent, en les totalisant, 1613. L'arrivée du Seigneur : *aDVentVs DoMInI* oblige à reculer jusqu'en 2012. Ce que voyant, certains prédicateurs d'apocalypses notèrent qu'il ne fallait pas se réjouir trop vite, car le Christ avait précisé : mais ces jours seront abrégés. Effectivement, en soustrayant les 517 de

Dies abbrevIabVntVr

on aboutit à 1495. Fallait-il abréger ? Non, bien sûr, puisque la Terre tourne toujours et qu'elle tournera longtemps encore, en toute probabilité. Certes, il viendra un moment où le Soleil moribond détruira ses planètes (comme Saturne mangeant ses enfants). Mais le délai est long : quelques milliards d'années ! Et puis, même si la Terre s'abîme dans le Chaos, est-ce pour cela que l'Univers finira ?



Dodécaèdre transformé.

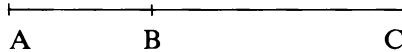
CHAPITRE XII

Nombre d'Or, divine proportion

1. Partager en moyenne et extrême raison

La recherche de la simplicité se présente comme une démarche essentielle de l'esprit humain. Certes, une description simple mutile la riche complexité des phénomènes, mais il faut choisir : se résigner à ne rien comprendre ou admettre la schématisation. L'alternative n'est d'ailleurs pas si nettement tranchée car il convient toujours d'affiner ultérieurement, en compliquant progressivement le modèle explicatif. L'histoire du Nombre d'Or fournit une excellente illustration de cette démarche générale.

La façon la plus simple de structurer un segment de droite AC est de le diviser en deux parties par un point intermédiaire B.



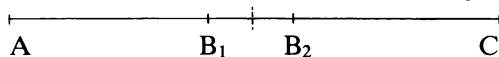
Éliminant le cas banal où B serait le milieu du segment, demandons-nous s'il existe des partages asymétriques plus parfaits les uns que les autres. Quoi de plus naturel alors, dans un esprit pythagoricien, que de considérer tous les rapports géométriques possibles :

$$\frac{AB}{BC}, \frac{AB}{AC}, \frac{BC}{AB}, \frac{BC}{AC}, \frac{AC}{AB}, \frac{AC}{BC},$$

afin de chercher à les combiner deux à deux pour former des proportions ou des médiétés ? La consultation du triangle de Pascal indique qu'il y a quinze (quatrième triangulaire) combinaisons de six objets pris deux à deux. De ces quinze possibilités, huit sont à rejeter parce

qu'elles conduisent à faire coïncider B avec A ou C (auquel cas, il n'y a plus partage) ou parce qu'elles s'avèrent absurdes (un rapport inférieur à l'unité ne pouvant être égal à un rapport supérieur à l'unité). Trois autres combinaisons reviennent à retrouver le partage banal en deux parties égales. L'examen des quatre dernières établit que celles-ci se réduisent en fait à deux expressions seulement, les deux autres n'étant que leurs images renversées.

On retrouve dans les deux médiétés rescapées : $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}$, et : $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$, la moyenne géométrique. Les points de partage correspondants B_1 et B_2 sont symétriques par rapport au milieu du segment. Dans les deux cas, le rectangle construit avec le segment total et la



plus petite de ses parties possède une surface égale à celle du carré dont le côté est la plus grande partie du segment. Dans les deux cas également, la plus grande partie est à la plus petite comme le tout est à la plus grande partie. On dit qu'il s'agit d'un partage en moyenne et extrême raison. La valeur x du rapport correspondant se calcule aisément car la médiété permet d'écrire l'équation du second degré :

$$x = 1 + \frac{1}{x} \text{ ou } x^2 = x + 1, \text{ dont la solution positive vaut } \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ soit } 1,618034, \text{ qu'on note souvent en résumé } \Phi.$$

Mettant à part le cas banal du partage en deux valeurs égales, il n'existe qu'une seule façon de diviser harmonieusement un segment de droite en deux parties inégales.

On ignore qui a découvert cette propriété. Elle paraît correspondre à un sentiment naturel, si l'on en croit des essais de partage intuitif menés par M. Cleyet-Michaud. Platon connaissait la « section » et il n'est pas impossible qu'elle remonte aux premiers pythagoriciens, voire à Pythagore lui-même. Le calcul numérique se fait aisément à l'aide d'une de ces fractions continues dont on a déjà vu l'emploi dans d'autres cas d'irrationalité. Adoptant comme point de départ la

valeur 1 pour x , on déduit la seconde approximation : $1 + \frac{1}{1}$, soit $\frac{2}{1}$,

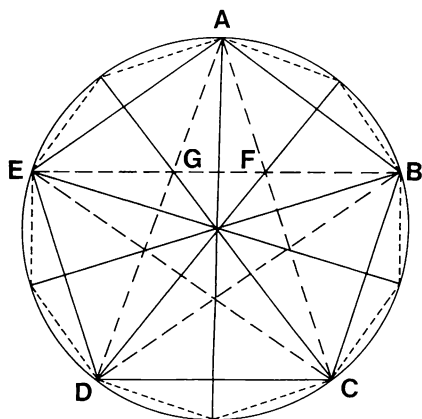
puis de façon analogue la troisième, soit $\frac{3}{2}$, et ainsi de suite. Dans la

succession des rapports rationnels obtenus : $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}$, etc., la famille des nombres qui figurent aux numérateurs (et, décalés d'un rang, aux dénominateurs) est ce qu'on appelle la série de Fibonacci. Chacun de ses termes est la somme des deux précédents. Le rapport $\frac{5}{3}$ constitue déjà une bonne approximation, valable dans toutes les applications d'architecture car l'œil ne sait pas apprécier un écart aussi minime que trois pour cent. La fraction $\frac{34}{21}$ est exacte à mieux que un millième.

Léonard de Vinci baptisa « dorée » la section, pour rendre hommage à son harmonie toute spéciale. En dépit de ce qu'affirma Matila Ghyka : « *Encore mentionnée par Kepler, la section dorée est complètement oubliée jusqu'au moment où elle sera redécouverte et mise en relief comme principe morphologique directeur par l'Allemand Zeising (vers 1850)* », le partage en moyenne et extrême raison ne cessa d'être étudié par les commentateurs d'Euclide, mais il n'avait plus au XVII^e siècle le même intérêt que pour les premiers pythagoriciens. Les *Éléments d'arithmétique* d'Euclide utilisent en effet ce rapport pour tout ce qui touche au pentagone et à certains polyèdres réguliers. Le rapport entre le côté du pentagone étoilé et celui du pentagone convexe est juste égal au Nombre d'Or.

Le mathématicien grec enseigne tout d'abord à construire un triangle isocèle dont les angles à la base sont juste égaux au double de l'angle au sommet, soit des valeurs de $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{5}$ d'angle droit.

Comme l'indique la figure ci-après, on commence par inscrire un tel triangle dans un cercle. Ses sommets ADC sont situés sur le tracé de la circonférence. On mène alors les deux lignes, dites bissectrices, DB et CE qui partagent chacune en deux parties égales les angles de $\frac{4}{5}$ de droit. En réunissant un à un les cinq points A, B, C, D, E, tous placés sur le cercle, on obtient un pentagone normal, ou convexe. Si on réunit les points de deux en deux seulement, on dessine le pentagone étoilé tracé en traits interrompus.



Pentagone et pentagramme.

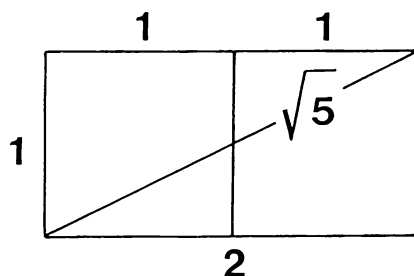
Les intersections mutuelles des côtés de l'étoile définissent d'autres sections dorées, comme $\frac{EF}{FB}$ et aussi $\frac{FB}{GF}$. En traçant cinq nouvelles lignes qui partagent chacune en deux une des pointes de l'étoile, on définit sur le cercle cinq sommets intermédiaires qui permettent d'inscrire un décagone. Ces nouvelles lignes se croisent toutes au centre de la figure ; elles sont perpendiculaires aux côtés du pentagone convexe, et passent par les sommets rentrants du pentagone étoilé.

On remarque que le cœur de ce dernier est un pentagone convexe, image réduite et inversée de son homologue inscrit dans le cercle. Rien n'empêche de recommencer avec lui un ensemble analogue de tracés. On génère ainsi une riche symétrie pentagonale où la Section dorée fait figure de mesure universelle car on la retrouve un peu partout.

2. Une cathédrale en Norvège

La quantité irrationnelle $\sqrt{5}$ qui figure dans la Section Dorée apparaît dans le « carré long » (deux carrés accolés) du temple de Salomon, sans pour autant que la symétrie de cet édifice sacré obéisse au Nombre d'Or. L'engouement pour celui-ci s'explique en partie par le caractère spécialement esthétique des rectangles dont le grand côté

est au petit dans le rapport 1,618. Lorsqu'on présente à des personnes des rectangles variés, en leur demandant d'exprimer leur préférence, elles choisissent de préférence le rectangle d'Or, dit-on. Il faudrait sans doute reprendre plus en profondeur de tels essais pour justifier vraiment l'affirmation qui semble bien n'être qu'un on-dit. En tout cas, beaucoup d'édifices sacrés anciens firent usage d'autres plans car, comme l'écrivit le Romain Vitruve : « *La largeur du temple doit égaler la moitié de sa longueur.* » Le théorème de Pythagore appliqué à un tel rectangle de côtés entre eux comme 1 et 2 montre que sa diagonale vaut $\sqrt{5}$. Le Moyen Age chrétien a perpétué le carré long de Vitruve.



Le carré long règle la construction des temples, selon Vitruve.

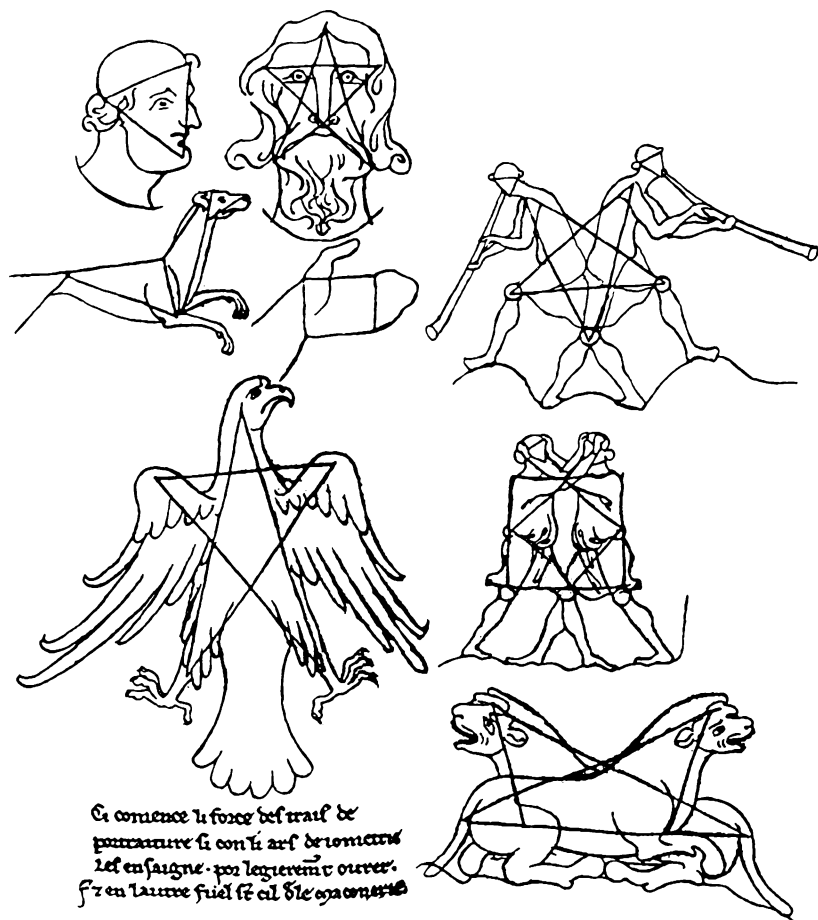
Dans l'Empire romain, les constructeurs étaient groupés en collèges, et ces associations professionnelles survécurent ici et là à la décadence du pouvoir politique : le besoin de se loger reste une des exigences de toute vie en société, même chez les barbares. Malgré la rareté de documents écrits, la transmission des savoirs architecturaux romains est un fait historique assez bien établi. Les ordres monastiques, et en tout premier lieu celui de saint Benoît, y ont joué un rôle essentiel. La promulgation de la règle de vie bénédictine est un de ces événements (négligés par l'histoire traditionnelle) qui ont permis un premier essor de la culture occidentale. Les raids des pillards normands au nord, hongrois à l'est, sarrasins au sud, arrêtaient l'expansion de l'Europe de Charlemagne. La fondation au X^e siècle du monastère bénédictin de Cluny par le duc d'Aquitaine, Guillaume le Pieux, constitue un autre de ces événements clés qui orientent le cours de l'Histoire. L'esprit clunisien rayonna rapidement sur le monde occidental : en quelques décennies, près de quatorze cents abbayes s'instaurèrent un peu partout et les savoirs architecturaux connurent une véritable résurrection.

On ignore trop souvent l'ampleur de l'épopée des cathédrales. Rappelons quelques chiffres : « *De 1050 à 1350, la France a extrait plusieurs millions de tonnes de pierre pour édifier 80 cathédrales, 500 grandes églises et quelques dizaines de milliers d'églises paroissiales. La France a charrié plus de pierres en ces trois siècles que l'ancienne Égypte durant toute son histoire — bien que la grande pyramide à elle seule ait un volume de 2 500 000 mètres cubes...*

Il y avait au Moyen Âge une église pour 200 habitants environ [...]. La surface de la cathédrale d'Amiens, qui couvre 7 700 m², permettait à toute la population, soit environ 10 000 habitants, d'assister à la même cérémonie », a écrit Gimpel.

La construction de chacune des grandes cathédrales prit des dizaines, sinon des centaines d'années ; le plan initial s'en trouva parfois modifié sans que l'harmonie générale s'en ressentit, car les maîtres d'œuvre avaient comme premier souci la symétrie d'ensemble de l'édifice. Leurs méthodes ne sont pas inconnues. Il subsiste en particulier, unique survivant de son espèce, le carnet de notes de Villard de Honnecourt (XIII^e siècle). La curiosité universelle de ce prince du métier apparaît dans chacun des trente-deux feuillets surchargés de croquis d'architecture et de machines — d'engins comme on disait alors — et aussi de dessins. La planche reproduite ici montre son intérêt pour les tracés pentagonaux. On découvre également quelques plans directeurs qui révèlent la définition des symétries dynamiques par « *l'art de géométrie* ». Un autre témoignage fort précieux est le compte rendu de séances de travail du comité de construction de la cathédrale de Milan. Appelé en consultation en 1398 par ses collègues italiens, le maître français Jean Mignot demande des explications. Celles-ci sont embarrassées et certains architectes de la péninsule allèguent « *que la science de la géométrie est dans ce cas inutile, parce que la science est une chose et l'art une autre* ». Le Parisien répond vertement : « *L'art n'est rien sans la science* », et les contraint à discuter du problème à fond : leur symétrie est-elle *ad trigonum* ou *ad quadratum* ?

Le sens de cette discussion a été magistralement expliqué dans l'ouvrage, malheureusement peu connu, de Macody Lund, un architecte norvégien du début du siècle. Comme Jean Mignot, Macody Lund est un homme de l'art et son savoir n'est pas simple érudition. Depuis 1869, la Norvège poursuivait la restauration de son sanctuaire national : la cathédrale de Nidaros (aujourd'hui Trondjem), fondée

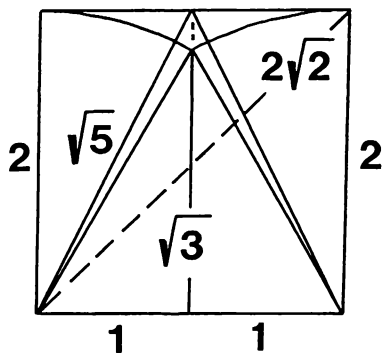


Le maître d'œuvre Villard de Honnecourt n'ignorait pas les secrets du pentagramme.

en 1070 par le grand roi Olaf Kyre. L'architecte C. Christie s'était efforcé de rendre à l'église, dans la mesure du possible, son aspect initial. En 1903, on discuta de la reconstruction de la façade ouest ; l'architecte Olaf Nordhagen, successeur de Christie, admit tout d'abord les idées de M. Lund mais, en 1914, il déclara préférer finale-

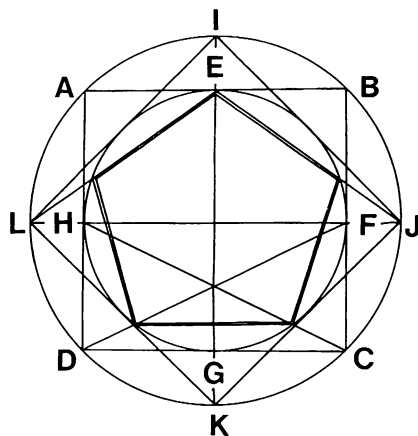
ment un projet plus original, car plus personnel. M. Lund répondit en rendant publique sa reconstitution des tracés dynamiques des maîtres d'œuvre de l'an Mille. De technique, le débat devint passionnel ; l'architecte officiel traita de rêveries la géométrie de M. Lund et le conservateur de musée Hans Dedekam écrivit en ce sens un *Art gothique et systèmes géométriques*. Piqué au vif, M. Lund démontra que les principales églises d'Europe présentent bien une symétrie géométrique. Son ouvrage examine en détail Notre-Dame de Paris, la cathédrale de Cologne et les principaux édifices religieux d'Angleterre (Lincoln, Salisbury, York et l'abbaye de Westminster). Il embrasse ensuite une foule d'autres églises d'Europe centrale et des pays du Nord, Danemark et Norvège.

Le tracé dynamique peut se baser sur le carré (*ad quadratum*) ou le triangle équilatéral (*ad trigonum*). Dans un cas, on a les irrationnels $\sqrt{2}$ et $\sqrt{5}$, dans l'autre l'irrationnelle $\sqrt{3}$. En accord avec toute la tradition des édifices sacrés, la symétrie carrée serait la plus fréquente et M. Lund présente de nombreux plans en ce sens. Bien entendu, une fois fixée la mesure du carré de base, toutes les dimensions du bâtiment en découlent, aussi bien la hauteur des nefs que celle des tours de la façade. Dans le cas particulier du Dôme de Milan, la nef était *ad quadratum* et sa hauteur aurait dû atteindre 58 mètres jusqu'à la voûte. Les discussions des experts mirent en lumière des risques d'effondrement et l'on transigea sur le compromis de 48 mètres. Le rapport arithmétique de 58 à 48 est à peu près celui de 2 à $\sqrt{3}$, différence entre les symétries « au carré » et « au triangle ». La planche reproduite dans un précédent chapitre montre que la façade de la cathédrale de Milan présente effectivement la symétrie *ad trigonum*.



Tracés dynamiques « *ad quadratum* » et « *ad trigonum* », figure de base.

Et le Nombre d'Or ? M. Lund estime que la construction d'Euclide pour le tracé rigoureux du pentagone avait été perdue de vue au Moyen Age. Il faut avouer qu'elle s'avère réellement difficile. Les maîtres d'œuvre ne possédaient qu'une construction approchée du pentagone, à partir du carré. On trace pour cela un premier carré ABCD ; le cercle inscrit est tangent aux côtés en EFGH. La construction du cercle circonscrit à ce premier carré permet de disposer un second carré IJKL à quarante-cinq degrés du premier. En prenant le point de tangence E comme premier sommet du pentagone cherché, les intersections du cercle inscrit par les lignes EJ et EL définissent les deux sommets suivants. Les diagonales FD et HC du « carré long » FCDH fournissent ensuite par leur intersection avec le même cercle inscrit les deux derniers sommets du polygone. En toute rigueur, la figure ainsi construite n'est pas exactement un pentagone, mais les différences sont si minimes que l'œil s'y trompe. C'est sans doute ainsi que furent tracées les étoiles qui rayonnent dans les grandes roses de Notre-Dame d'Amiens, et de Saint-Ouen de Rouen. La construction du pentagone par le carré et le carré long explique qu'on trouve aisément des « sections dorées » (1,618) dans des édifices sacrés dont la symétrie profonde est plutôt *ad quadratum*.



Tracé approché du pentagone à partir du carré.

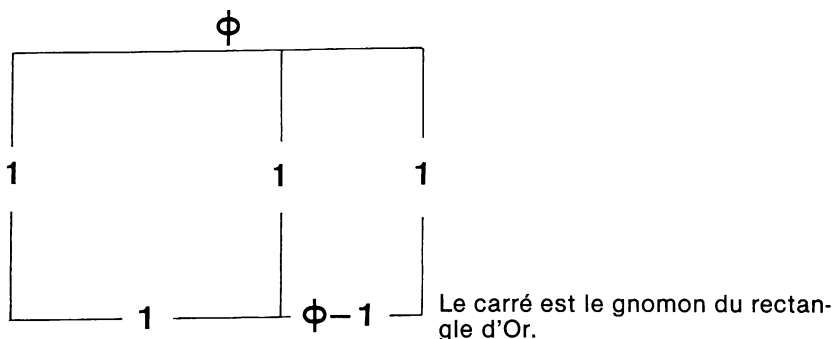
3. Dynamique irrationalité

On a discuté, dans un précédent chapitre, de la dynamisation des rectangles construits avec $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ et 2 (ce dernier étant le carré long). Il convient d'examiner également le cas du rectangle d'Or, c'est-à-dire le rectangle dont les côtés sont entre eux comme 1 et Φ (soit $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$). Ce rectangle jouit d'une curieuse propriété qui découle

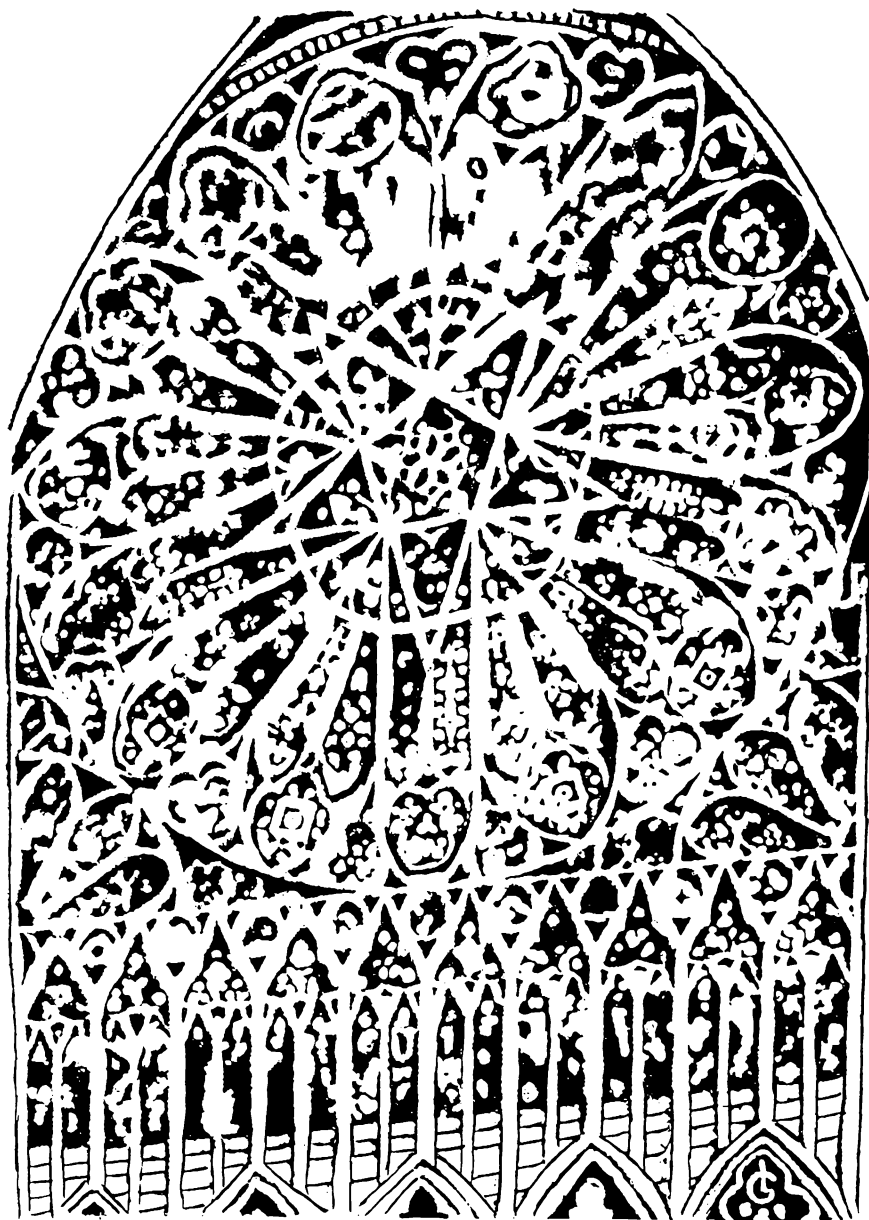
directement de la relation de base $\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$. Si donc on trace le carré

défini par le petit côté du rectangle, le petit rectangle qui complète le carré est à son tour doré, puisque ces côtés sont comme 1 à $1 - \Phi$. On

a, pour ce rapport, la valeur : $\frac{1}{1 - \Phi} = \Phi$.

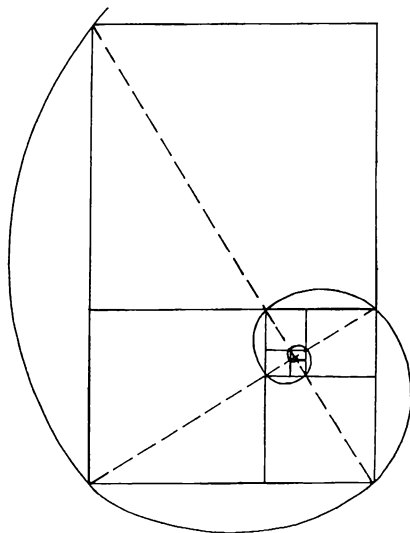


En langage pythagoricien, le carré est le « gnomon » du rectangle d'Or. On peut, bien sûr, répéter l'opération autant de fois qu'on le désire : l'ensemble des rectangles ainsi obtenus dynamise le rectangle d'Or et la courbe qui passe par les sommets extrêmes de tous les carrés obtenus est ce qu'on nomme une spirale logarithmique. Son tracé s'écarte de plus en plus rapidement du centre, tout en restant perpétuellement semblable à lui-même, à l'image des rectangles dorés successifs qui y sont inscrits. Il existe une infinité de telles spirales, toutes caractérisées par la propriété suivante : lorsque le rayon vecteur joignant le point courant de la spirale à son centre tourne suivant des angles en progression arithmétique, la dimension de ce rayon vec-



Le pentagramme inversé flamboie dans la grande rose d'Amiens.

teur croît en progression géométrique. Dans le cas particulier de la spirale d'Or, chaque fois que le rayon exécute un quart de tour, le facteur multiplicatif est 1,618.



Spirale dorée.

Problème simple : de combien s'augmente le rayon vecteur de la spirale quand on fait un tour complet ? La relation de calcul du Nombre d'Or fournit les égalités successives :

$$\Phi = \frac{1+1}{\Phi}$$

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

$$\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi$$

$$\Phi^4 = \Phi^3 + \Phi^2$$

Ajoutant toutes ces relations, puis simplifiant par élimination des termes identiques situés à gauche et à droite du signe égal, on trouve que la quantité cherchée, soit Φ^4 , vaut $3\Phi + 2$, ou 6,8541. La croissance s'avère extrêmement rapide : en deux tours on multiplie le rayon vecteur par 47 et par 322 en trois tours.

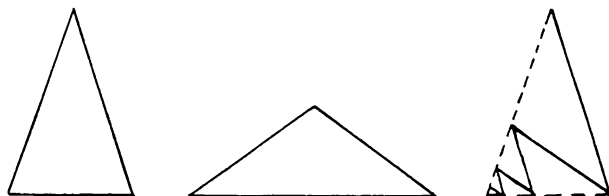
Le cœur de la spirale se situe à l'intersection des diagonales communes chacune à la moitié des rectangles. Ces deux diagonales se cou-

pent perpendiculairement. Il faut parcourir un nombre infini (*aleph zéro* !) de spires pour atteindre le cœur, mais on y arrive aisément car le chemin reste limité. « *Tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être* », avait remarqué Pascal. « *Un espace infini égal au fini* », un nombre de spires infini parcouru en un temps fini. Si toutefois on limitait l'accélération du point courant, le temps de parcours tendrait vers l'infini, ce qui concilie les réalités physiques et l'abstraction mathématique.

La Nature offre de nombreux exemples de spirale logarithmique, les coquillages notamment : la chose s'explique puisque la croissance se fait par multiplication régulière à chaque étape de la vie du mollusque. Les compartiments successifs de la coquille respectent la même symétrie que celle de la série des Rectangles d'Or englobés dans la spirale. Si l'on regarde par sa base une pomme de pin ouverte, on constate que les écailles décrivent plusieurs spirales logarithmiques légèrement décalées les unes par rapport aux autres. Il en est de même pour les ocelles qui constellent les plumes de la queue du paon. Les graines du cœur de certaines fleurs se disposent elles aussi en spirales logarithmiques enchevêtrées, les énormes tournesols en réalisant une parfaite illustration. Mais la plupart de ces spirales naturelles ne sont nullement « dorées ».

Il existe deux Triangles d'Or qui sont l'un à l'autre leurs gnomons. Le premier est le triangle isocèle servant de point de départ à la construction d'Euclide du pentagone, triangle dont les angles, on se le rappelle, valent $\frac{4}{5}, \frac{4}{5}$ et $\frac{2}{5}$ d'angle droit. Le rapport du côté à la base est le Nombre d'Or puisque ces longueurs sont respectivement le côté du pentagone étoilé et celui du pentagone convexe. Le triangle isocèle dont les angles représentent $\frac{2}{5}, \frac{2}{5}$ et $\frac{6}{5}$ de droit possède la même propriété : sa base est à son côté comme 1,618. La figure ci-après montre que chacun de ces triangles est le gnomon de l'autre. La ligne brisée constituée par un ensemble de côtés communs à toute la série des triangles successifs emboîtés les uns dans les autres possède un nombre infini (toujours *aleph zéro*) de segments, mais sa longueur demeure toujours finie : 1,618 fois le côté du triangle aigu de départ. On peut inscrire une spirale passant par les sommets de cette ligne. Le

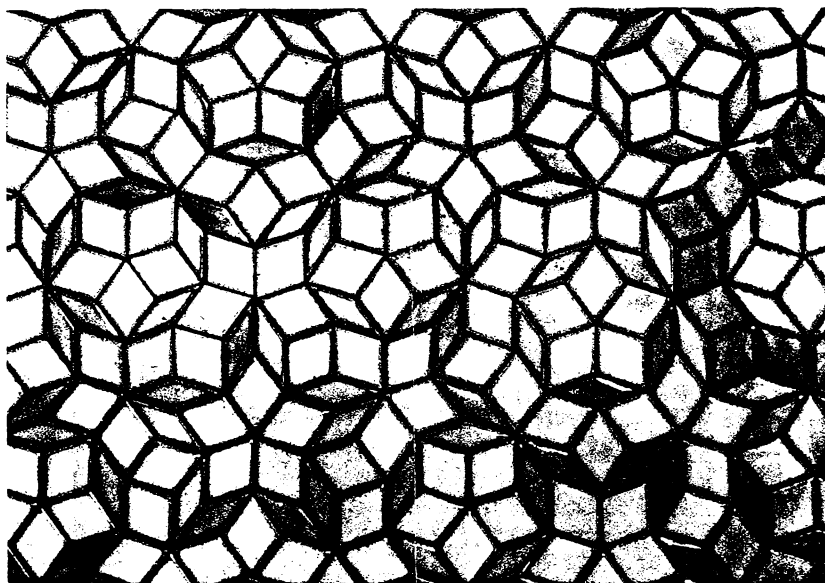
cœur devient cette fois l'intersection de la base du triangle d'Euclide, avec le côté opposé à celui d'où part la ligne brisée.



Les deux triangles dorés sont chacun le gnomon de l'autre.

On ne peut pas paver le plan avec des pentagones alors qu'on peut aisément le faire avec des carrés, des hexagones, ou encore un mélange d'octogones et de carrés. De même, on ne peut pas remplir sans vide l'espace avec des dodécaèdres, alors qu'on peut le faire avec des cubes. C'est la raison pour laquelle il n'existe pas de cristaux en dodécaèdres ni, plus généralement, de cristaux ayant des symétries de type pentagonal. Par contre, on peut paver très régulièrement le plan avec les deux triangles dorés, plus précisément avec deux losanges construits chacun par doublement symétrique des triangles dorés. La figure donnée ici montre un tel pavage, régulier mais non strictement périodique (comme est périodique un pavage hexagonal). De même, on peut paver l'espace avec des rhomboèdres « dorés » (un rhomboèdre n'est au fond qu'un cube étiré selon une de ses diagonales ; au lieu d'être carrées, les faces d'un rhomboèdre sont donc des losanges). Il n'est donc pas impensable de réaliser des matériaux, totalement artificiels, possédant une structure cristalline « dorée », en contradiction avec ce qu'enseignait la cristallographie traditionnelle. Et voici que très récemment (fin 1984), des chercheurs américain, français et israélien ont annoncé qu'ils avaient obtenu, par des procédés métallurgiques non classiques, un alliage d'aluminium et de manganèse cristallisé de cette façon. On discute toujours leurs résultats qui, s'ils étaient confirmés, ouvriraient un domaine tout nouveau. Un matériau de ce type devrait en effet présenter des propriétés mécaniques exceptionnelles ainsi que d'étranges propriétés électroniques.

La section dorée n'a pas fini de montrer toute sa fécondité.



Exemple de pavage doré (extrait de la revue *Pour la science*, octobre 1986).

4. Les lapins de Fibonacci

Le calcul du Nombre d'Or par la méthode des fractions continues fait apparaître la suite 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, etc., où chaque terme est la somme des deux précédents. La découverte de cette série est communément attribuée à Léonard de Pise (vers 1170-1240), le plus grand mathématicien du Moyen Age. Sa vie serait demeurée totalement inconnue s'il n'avait donné lui-même quelques détails dans le prologue de son *Livre de l'abaque*. Son père se nommait Bonacci, d'où le surnom de : fils de Bonacci, contracté en Fibonacci. Ce père représentait les marchands de Pise à Bougie et c'est en Algérie que le jeune Léonard s'initia aux secrets des mathématiciens arabes. Il s'enthousiasma pour leur système, si commode, de numération à dix chiffres. Ses voyages d'affaires en Égypte et en Syrie lui permirent de compléter et d'approfondir ses connaissances. On se rappelle qu'il énonça dans un de ses ouvrages un problème de progression géométrique dans les mêmes termes que le papyrus Rhind, antérieur de pres-

que trois millénaires ! Outre le *Livre de l'abaque*, Léonard de Pise a laissé trois autres ouvrages : une *Géométrie*, un *Recueil de Problèmes* et un *Livre des Nombres carrés* ; seul ce dernier a fait l'objet d'une traduction en français.

Le Livre de l'abaque contient un bien curieux problème de lapins. Ces rongeurs prolifèrent rapidement et, en bon marchand, Fibonacci imagine de chiffrer cette rapidité. Admettons pour simplifier qu'un couple de lapins donne seulement naissance à deux autres couples en deux générations successives. Chacun des couples d'enfants va, à son tour, donner naissance à deux autres couples, toujours étalés sur deux générations. Question : quel est le nombre de couples d'une génération déterminée ? A la première : le couple initial. A la seconde : le couple de leurs enfants. A la troisième, il y a deux couples : les petits-enfants de la première génération et les enfants de la seconde génération. La quatrième génération compte trois couples : deux nés de la troisième génération et un de la seconde. Et ainsi de suite. La règle simple posée par Léonard montre que le nombre de couples à chaque génération est la somme des couples des deux générations précédentes. D'où cette série additive : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, etc., où l'on salue au passage Cinquante-Cinq et Cent Quarante-Quatre. Cette suite satisfait à la onzième médiété des néo-pythagoriciens.

La croissance est extrêmement rapide. Pour y voir un peu plus clair, le mathématicien pisan eut l'idée de comparer entre eux les rapports successifs : ne formeraient-ils pas une médiété continue ? La réponse est non : il s'en faut à chaque fois d'une unité, tantôt en plus, tantôt en moins, pour que le produit des extrêmes égale le carré du terme médian. Cet écart minime a de moins en moins d'importance relative :

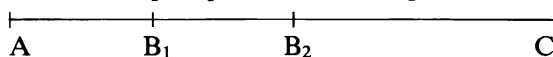
$$\begin{array}{lll} \frac{3}{2} = \frac{5}{3} ? & 9, & 10 \qquad \frac{5}{3} = \frac{8}{5} ? \quad 25, \quad 24 \\ \frac{8}{5} = \frac{13}{8} ? & 64, & 65 \qquad \frac{13}{8} = \frac{21}{13} ? \quad 169, \quad 168 \end{array}$$

Les rapports successifs tendent très vite vers une quantité constante qui n'est autre que le Nombre d'Or, puisque la suite des puissances successives de ce dernier : 1, Φ , Φ^2 , Φ^3 ... Φ^n est fibonnaccienne en vertu de la relation de base : $\Phi^2 = \Phi + 1$ qui donne la suite : $\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi$, $\Phi^4 = \Phi^3 + \Phi^2$, etc.

On peut généraliser le processus additif précédent en utilisant comme point de départ deux entiers quelconques. On se souvient de la série : 2, 8, 10, 18, 28, 46, 74, 120, 194, 314, etc., dont E. Brown pensa qu'elle structure la sixième églogue de Virgile. Mais on peut en imaginer une infinité d'autres, comme par exemple : 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, etc. Dans tous les cas, le rapport de deux termes successifs tend très rapidement vers 1,618.

Il existe une autre voie de généralisation nettement plus intéressante. Si Léonard avait admis qu'un couple de lapins donne naissance à trois générations successives, et non pas à deux, il aurait obtenu la suite : 1, 1, 2, 4, 7, 13, 24, 81, 149, 274, 504, 927, etc. Le rapport entre termes successifs tend toujours vers une quantité constante dont la valeur est cette fois : 1,8395. Et avec quatre générations au lieu de trois ? La suite : 1, 1, 2, 4, 8, 15, 29, 56, 108, 208, 401, 773, etc., a comme rapport caractéristique 1,9276. Plus un couple donne de générations successives et plus le rapport s'approche de 2. Avec cinq générations, on atteint 1,9659 et 1,9836 pour six. Le négociant Fibonacci n'avait pas osé imaginer les conditions des élevages modernes de lapins où l'on atteint dix à douze générations annuelles par mère !

Il existe une élégante interprétation géométrique des processus précédents : si l'on cherche à diviser harmonieusement un segment de droite en trois parties inégales et non plus en deux, il faut que le rapport du segment total AC soit à la plus grande partie B_2C , comme cette plus grande partie est à la moyenne B_1B_2 , et aussi comme cette partie moyenne est à la plus petite AB_1 . Il s'agit manifestement d'une



extension du partage en moyenne et extrême raison. La valeur commune de ces trois rapports s'avère de 1,8395. Si l'on veut diviser en quatre parties harmonieusement inégales, on aboutit à 1,9276 comme valeur de la médiété continue. A la limite, si le nombre de parties devient très grand, leur croissance se règle selon la progression géométrique 1, 2, 4, 8, etc., de raison 2.

5. Nombre d'Or et quadrature du cercle

Le Nombre d'Or n'est donc pas un individu isolé dans sa superbe : il fait partie de la grande famille des partages en moyenne et

extrême raison, famille qui gouverne la division harmonieuse d'un segment de droite en deux, trois, quatre... parties harmonieusement inégales.

Certains se sont demandé s'il n'existerait pas un étrange cousinage entre Phi et Pi, allant jusqu'à spéculer sur la similitude des notations. Effectivement, on a depuis longtemps remarqué la coïncidence numérique suivante :

$$\frac{4}{\pi} = 1,27324... \text{ et } \sqrt{\Phi} = 1,27202...$$

Au millième près, les deux quantités sont égales. Mais ce n'est qu'une coïncidence comme il en existe tant dans l'immense domaine des nombres. Comme on l'a vu dans un précédent chapitre, c'est ce cousinage qui a conduit certains pyramidomanes à trouver π dans la grande pyramide (sous son approximation rationnelle $\frac{22}{7}$), tandis que

d'autres pyramidomanes en tenaient pour le Nombre d'Or ! En fait, Pi et Phi ne peuvent être cousins pour la bonne raison qu'ils sont fondamentalement différents de nature : Phi est un irrationnel, solution d'une équation du second degré, tandis que Pi est une quantité transcendante, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'équations algébriques dont Pi soit une solution. Mais il a fallu attendre le XIX^e siècle pour voir établir en toute certitude mathématique le caractère transcendant de Pi.

Puisque l'on en est à parler de Pi, il n'est pas hors de propos de donner quelques relations numériques remarquables. A dire vrai, il faudrait un livre, voire une bibliothèque, pour exposer tout ce qu'on peut dire sur Pi ! Ce livre existe : c'est un numéro spécial de la revue *le Petit Archimède* (mai 1980). Pendant très longtemps, on a considéré, non pas « le nombre » Pi, mais l'équivalence toute concrète entre la surface d'un cercle et la surface d'un carré. C'est en travaillant dans cette voie que le papyrus égyptien Rhind a donné une équivalence qui, traduite en termes modernes, attribue à Pi la valeur $4 \times (8/9)^2$, soit 3,16... Mais, à aucun moment de leur histoire, les scribes égyptiens n'ont eu l'idée d'un nombre abstrait qui serait Pi. Archimède calcula une valeur de $22/7$ (approximation excellente) en étudiant les périmètres de polygones réguliers de 96 côtés inscrit et exinscrit. Vers la même époque, l'astronome Claude Ptolémée utilisait la valeur sexagésimale 3, 8, 30 c'est-à-dire, vous l'avez reconnu : $3 + 8/60 + 30/3\ 600$ soit 3,14166...

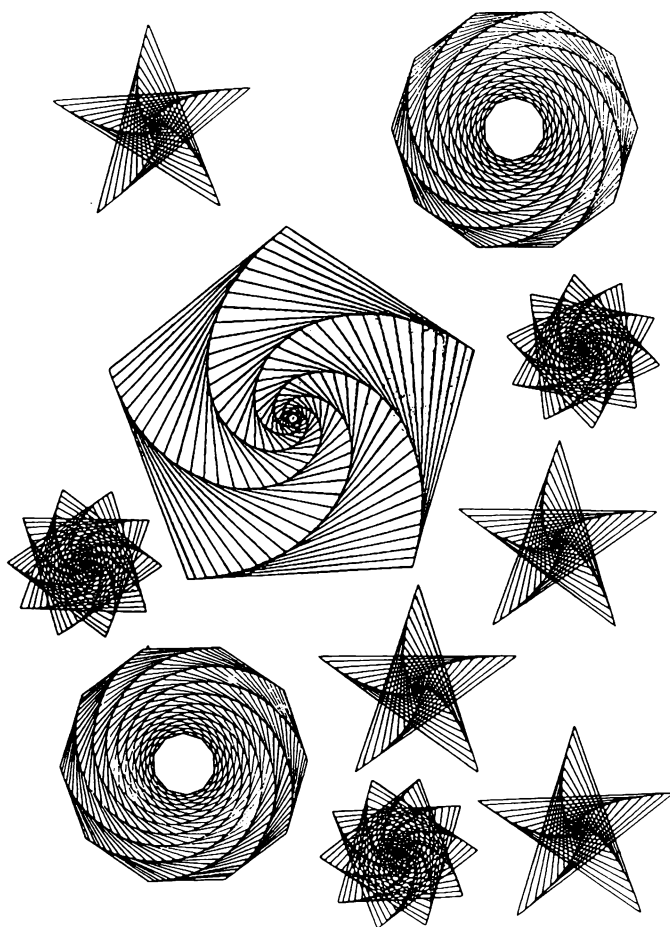
En 1609, le savant allemand Ludolph de Cologne calcule 35 décimales, et atteint la gloire puisqu'en Allemagne, on appelle souvent Pi le « nombre de Ludolph ». On a fait mieux depuis : les machines électroniques ont permis de calculer plus d'un million de décimales de Pi ! C'est ainsi qu'on s'est aperçu que la sept cent dix mille quatre vingt-dix neuvième décimale de Pi, qui est un 7, est suivie de sept décimales identiques (qui sont des 3). Curieuses coïncidences, sans plus !

En 1625, Adrien Métius écrivit que son père avait, par la méthode d'Archimède améliorée, obtenu pour Pi l'approximation rationnelle $355/113$ (l'erreur est bien inférieure au millionième). On a noté depuis que $553/311$ vaut $\sqrt{\pi}$, à un demi-millième près (en fait, on a une meilleure approximation de $\sqrt{\pi}$ avec $553/312$).

Il existe un autre nombre transcendant fort connu : c'est celui qui définit la fonction exponentielle, et qui sert de base aux logarithmes dits népériens, ou naturels. La valeur de ce nombre, noté e , est de 2,718281828... Eh bien, à quelque cent millionièmes près, on a : $e^6 = \pi^4 + \pi^5$ ($= 403,42878...$) ! Encore une curieuse coïncidence !

Enfin, terminons cette cueillette dans le grand jardin des nombres par cette curieuse fleur. En divisant par π le logarithme naturel de $640\,320^3 + 744$, puis en élevant au carré le résultat, on obtient le nombre entier 163. En toute rigueur, le résultat n'est pas exactement un entier, mais ce qu'on appelle un « presque entier ». Il faut en effet écrire trente-deux zéros après la virgule avant de trouver un 2 comme trente-troisième chiffre, suivi d'un 3. Il existe d'autres « presque entiers » et en particulier celui-ci qui mêle π , e et 163 :

$$e^{\pi\sqrt{163}}$$



Variations sur le thème 5, 1, 2, 3.

CHAPITRE XIII

Les carrés magiques

1. Un graveur qui pythagorise

Les enchaînements dynamiques de figures géométriques fournissent des harmonies qui s'adressent à notre sens esthétique. D'autres types d'harmonies existent, plus abstraites, qui visent à réjouir l'intelligence plutôt qu'à émouvoir les sens. Les carrés magiques se montrent des plus représentatifs à cet égard. Tous leurs mystères ne sont pas percés et certaines questions les concernant demeurent encore sans solution ; mais ces combinaisons de nombres n'ont plus rien de magique, sauf le nom, traditionnellement gardé.

Personnalité marquante de la Renaissance allemande, Albrecht Dürer (1471-1528) alla par deux fois en Italie s'initier à une Tradition redécouverte grâce à l'arrivée de savants byzantins fuyant Constantinople prise en 1453 par les Turcs de Mahomet II. Un premier voyage eut lieu en 1494. Le jeune artiste venait juste de terminer sa formation par Michel Wohlgemüth, puis par les frères Schongauer, de Colmar. Dürer rencontra le néo-platonicien Jacopo de Barbari qui ne lui révéla que des bribes de son savoir. Dürer écrivit à ce sujet : « *Jacobus ne voulait pas m'indiquer clairement ses rapports... Il me montra toutefois un homme et une femme tracés selon certaines mesures. A l'époque, il me tenait moins à cœur de visiter des pays inconnus que de pénétrer ses théories.* »

C'est dans la plénitude de son talent que l'artiste germanique retourna une seconde fois dans la péninsule. Il avait alors 34 ans. On sait qu'il rencontra alors le franciscain Fra Luca Pacioli di Borgo, et on peut supposer que ce dernier lui enseigna la *Divine Proportion* de Platon et de Pythagore. Fra Luca publia en effet quatre ans plus tard un ouvrage qui porte ce titre.

De Dürer graveur on connaît les quinze planches gravées sur bois de *l'Apocalypse* (1498) et aussi de splendides cuivres, comme *le Chevalier et la Mort*, ou encore *Melencolia*. On trouvera ici une reproduction au trait de cette dernière œuvre qui fut, reste et restera sans doute longtemps l'objet de commentaires et d'interrogations. Je ne me propose pas ici de montrer comment l'Ange méditatif s'inscrit dans un pentagone étoilé (le « pentagramme » pythagoricien).

Je n'insisterai pas non plus sur la curieuse pierre taillée placée au pied d'une échelle à sept barreaux (la traditionnelle « *Échelle des Sages* »). Récemment, Philip C. Ritterbush a remarqué que cette pierre était en forme de rhomboèdre, ou parallélépipède à six faces en losange. Ce solide régulier garde sa symétrie quand on le coupe en deux (la scie aux pieds de l'Ange ?). Dürer a coupé les pointes de son rhomboèdre, et il se pourrait bien (Ritterbush *dixit*) que l'Ange en soit mélancolique, n'arrivant plus à maîtriser le problème en dépit de son compas. Il lui faudrait d'abord retrouver la simplicité de l'Enfant qui joue à ses côtés.

Portons maintenant l'attention sur la table carrée de seize (Quatre fois Quatre) nombres qui orne un des murs de l'édifice en second plan. Cette table est ce qu'on appelle un carré magique. De tels arrangements de nombres en carré sont dits « magiques » s'ils satisfont à certaines exigences. Désignant par la quantité n la dimension du côté (ici, n vaut 4), ce sont généralement les nombres successifs de 1 à n fois n (ici, de 1 à 16) qui sont rangés dans les n fois n cases du carré, et cela de telle sorte qu'en faisant la somme des n nombres d'une ligne, ou d'une colonne, ou même d'une diagonale, on trouve toujours le même résultat (ici 34).

A. Dürer s'est amusé à faire en sorte que la date de son œuvre : 1514, apparaisse en clair dans le carré, dans les deux cases médianes de la dernière ligne.

Contemporain de Dürer, le médecin alchimiste allemand Paracelse (1493-1541) a donné une série de sept carrés magiques, de côtés 3 à 9, dans ses *Archidoxes magiques* (publiés en 1570, bien après sa mort). Un autre contemporain, le mage Henri Corneille Agrippa (que Rabelais caricatura sous le nom de Herr Trippa) donne également ces carrés au Livre Second de sa *Philosophie occulte*. Tout naturellement, les sept carrés sont rattachés aux sept sphères planétaires (Soleil et Lune étant dans le décompte) et Agrippa ajoute les nombres et les sceaux des Intelligences et des Génies (je préférerais parler de Dai-



Le carré magique de Quatre domine l'ange architecte dans la gravure de Dürer : *Melencolia, SI*.

mons, comme à la Renaissance, mais la possible confusion avec les démons chrétiens est trop grande). Agrippa révèle en ces termes la philosophie profonde des carrés magiques (qu'il appelle *Tables Planétaires*).

« *Les Mages nous ont transmis les sceaux et les nombres des Sept Planètes, que l'on appelle aussi Tables Sacrées, car elles possèdent de grandes et nombreuses vertus célestes dans la mesure où elles représentent l'harmonie des nombres célestes [...] Cette harmonie ne peut s'exprimer que par des chiffres et des caractères. Ces représentations matérielles des Nombres et des Signes ne sont rien d'autre dans le mystère des choses cachées que la figuration des Nombres essentiels qui dirigent et forment les choses à partir des Nombres divins par l'intermédiaire des Intelligences* » (Livre Second, chap. 22 ; traduct. de J. Servier).

L'essentiel des carrés et des « caractères » qu'on peut en déduire fut reproduit dans le *Calendarium Naturale Perpetuum Magicum*, édité en 1582 par Tycho-Brahé, un des fondateurs de l'astronomie moderne et, à ce titre, un des grands pères de notre civilisation scientifique et technique.

2. Un passé plus que lointain

L'origine des carrés magiques se perd dans la brume du passé, avec quelques rares repères ici et là. En 1341, le mathématicien byzantin Manuel Moschopoulos dédie à son ami Nicolas Rhabdas une série de carrés qu'il emprunta aux mathématiciens arabes du X^e siècle. Il indique la façon de construire certains d'entre eux. Quelques centaines d'années auparavant, l'alchimiste Djabir s'était servi du carré magique de trois dans un essai de théorie quantitative des composés matériels, attribuant les principes Un et Trois aux qualités simples du Chaud et du Froid, et les nombres Cinq et Huit aux qualités composées de l'Humide et du Sec. Il précisa que la somme de Dix-Sept ($1 + 3 + 5 + 8$) se révélait une des deux clés de la connaissance de la Balance des compositions, l'autre clé étant Vingt-Huit, septième nombre triangulaire. H.E. Stapleton remarqua que ces deux clés se retrouvent dans le carré magique de Trois :

Le carré magique de Trois fournit les deux clés de la Balance de l'alchimiste Djabir. Ces clés sont dix-sept et vingt-huit.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Le gnomon en équerre qui fait passer du carré constitué par les quatre nombres 1, 3, 5 et 8 au carré total a en effet pour somme Vingt-Huit ($2 + 4 + 6 + 7 + 9$), un nombre parfait.

L'alchimiste Djabir ne revendique nullement la paternité du carré magique de Trois et se réfère à son sujet à un certain Belenus, ou Apollonius. On pense tout de suite au néo-pythagoricien du I^{er} siècle de notre ère, Apollonius de Thyane. Mais il s'agit peut-être de l'alchimiste grec Apollonius de Laodicée qui composa vers le IV^e siècle de notre ère un *Traité du Secret de la création des êtres*, texte capital où se trouve la *Table d'émeraude*.

Aucun témoignage antérieur n'affirme l'existence de carrés de nombres en Occident. On sait juste que des gnostiques disposèrent la série des sept voyelles grecques selon les sept lignes d'une sorte de carré magique. Il y a aussi la célèbre formule du Sator :

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

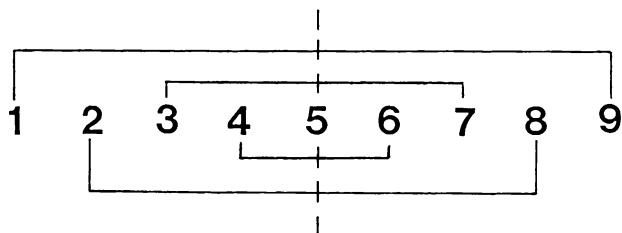
Le carré magique de lettres SATOR.

dont le plus ancien exemplaire connu a été retrouvé sur un mur de Pompéi, la cité engloutie en 79 de notre ère sous les cendres du

Vésuve. S'il existait alors des carrés de lettres, pourquoi pas aussi des carrés de nombres ?

Dans la mesure où l'on peut tabler sur l'ancienneté réelle des documents chinois, le carré de trois aurait fait l'objet d'études sous les premiers empereurs Han (202 av. J.-C. - 23 apr. J.-C.). Mais le texte en faisant mention date seulement de l'époque Song (XII^e siècle de notre ère). Il n'est pas impossible de rattacher le carré de trois à certaines spéculations sur les hexagrammes consignées dans le *Hi t'seu*, plus ancien de quelques siècles. Y eut-il influence entre la Chine et l'Occident et, si oui, dans quel sens ?

Une influence ne s'avère d'ailleurs pas indispensable ; le carré magique de trois se construit aisément. Disposant en file la série des neuf premiers nombres, Théon de Smyrne remarque que



deux nombres symétriques par rapport au pivot qu'est Cinq donnent une somme égale à Dix. Quoi de plus naturel alors que de placer le cinq dans la case centrale d'un ensemble carré à neuf cases, puis de mettre un et neuf par exemple dans la colonne centrale ? La somme dans la colonne est quinze. Si on cherche à compléter la ligne inférieure par deux nombres tels que la somme selon cette ligne soit également de quinze, seuls deux et quatre conviennent. Il faut alors écrire six et huit dans les cases diagonalement symétriques par rapport au pivot central. Il reste enfin une façon et une seule de disposer les deux nombres restants, trois et sept, de telle façon que les sommes selon les colonnes correspondantes valent quinze, elles aussi.

	1	
	5	
	9	

	1	
	5	
2	9	4

6	1	8
	5	
2	9	4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Le carré magique ainsi obtenu présente une curieuse propriété : si l'on élève au carré les nombres qui y figurent, on constate que les deux colonnes extrêmes totalisent la même somme ; les lignes extrêmes présentent un résultat identique, encore qu'il n'y ait plus égalité entre sommes par lignes et par colonnes. Par ailleurs, la somme selon la ligne et la colonne centrales ($83 + 107 = 190$) égale la somme selon une ligne et une colonne extrême ($89 + 101 = 190$). Le carré de trois présente une certaine « bimagic ». Cette propriété serait parfaite si l'on avait à la fois magie avec les nombres initiaux et magie avec leurs carrés. La chose est impossible pour trois, mais devient réalisable avec des dimensions supérieures. On peut généraliser à la trimagie, etc. E. Cazalas avait construit un carré trimagique de côté 64 dont il pensait que c'était le plus petit possible en trimagie. Depuis, W. Benson a trouvé un carré de côté 32 qui est sans doute (soyons prudents !) le plus petit carré trimagique possible. Il reste quand même un peu grand pour le reproduire sur une page de ce livre.

			107	
	36	1	64	101
83	49	25	9	
	4	81	16	101
	89		89	

$$89 + 101 = 83 + 107$$

Le carré magique de Trois est partiellement « bimagique ».

3. Impairs, parement pairs, impairement pairs

Le caractère magique se conserve quand on permute entre elles les lignes ou bien les colonnes. Partant d'un carré donné, on génère ainsi toute une famille dont les membres ne sont au fond que des frères jumeaux. L'étude des très nombreux cousins, tous à même constante, mais à structures internes différentes, présente seule un véritable intérêt. Le XVI^e siècle ignore comment construire les carrés de six et, plus généralement, les impairement pairs (10, 14, etc.). Les mathématiciens du XVII^e siècle s'enthousiasment pour la magie arithmétique. Vulgarisateur de Diophante, Bachet de Meziriac révèle un carré de dix dans ses *Problèmes plaisants* (1624), mais avoue buter sur la construction des parement pairs (comme 8, 12, etc.). Fermat s'intéresse au sujet et montre que le nombre de cousins croît très rapidement avec la dimension du côté : il y aurait pour lui quelque mille milliards de carrés différents de huit ! On sait aujourd'hui qu'il en existe encore bien davantage ; la chose ne doit pas étonner : les carrés magiques se rattachent aux permutations et aux combinaisons dont la prolifération devient vertigineuse dès que le nombre d'objets à combiner s'élève.

En 1654, Pascal se dispose à mettre au net un petit traité sur les carrés à enceintes : il s'agit de structures pour lesquelles le carré obtenu en supprimant lignes et colonnes extrêmes reste magique. Éventuellement, on peut réitérer l'opération. Son manuscrit n'a pas été retrouvé. En 1693, Frénicle donne, dans ses *Des quarrez magiques*, les huit cent quatre-vingts cousins de la famille quatre. Il s'avère impossible d'atteindre une bimagic parfaite avec cette faible dimension. Le plus petit carré bimagique a la dimension huit. Un exemple est donné ci-après. Il présente des constantes de 260 pour la magie, et 11 180 pour la bimagic. A vous de vérifier, si vous le désirez ! Deux des carrés de Frénicle se révèlent particulièrement harmonieux en ce sens qu'ils présentent une bimagic partielle. Les sommes par lignes, colonnes et diagonales des carrés de leurs termes sont indiquées ci-dessous. Le carré de droite n'est autre que celui de Dürer, à ceci près qu'il y a échange entre lignes et colonnes, puis réarrangement par permutations, toutes opérations qui laissent inchangée la magie arithmétique. En considérant les deux carrés ci-dessus, on observe qu'ils se déduisent d'ailleurs l'un de l'autre par permutations de nombres groupés par deux.

31	10	40	49	62	43	5	20
57	48	2	23	28	13	35	54
14	27	53	36	47	58	24	1
44	61	19	6	9	32	50	39
3	22	60	45	34	55	25	16
37	52	30	11	8	17	63	42
18	7	41	64	51	38	12	29
56	33	15	26	21	4	46	59

Ce carré de Huit est le plus petit carré bimagique possible.

374				
366	2	13	7	12
382	11	8	14	1
382	16	3	9	6
366	5	10	4	15
374	406			406
	342	342		

				374
2	11	7	14	370
13	8	12	1	378
16	5	9	4	378
3	10	6	15	370
438			438	374
310	310			

$$366 + 382 = 342 + 406 = 310 + 438 = 370 + 378$$

Carrés de Quatre partiellement bimagiques.

A première vue, on se dit que la construction d'un carré magique doit être une opération extrêmement compliquée. Comment disposer les nombres, afin d'obtenir les résultats caractéristiques de la magie arithmétique ? En réalité, le désordre apparent est le fruit de règles de construction souvent des plus simples.

Sortant de la taverne d'Auerbach où il a mystifié des buveurs aussi sots qu'effrontés, Méphistophélès conduit Faust dans l'antre d'une sorcière qui va lui faire boire un philtre de jeunesse. La vieille lit dans un grimoire un curieux poème que les spécialistes de Goethe ont toujours cru dénué de tout sens :

*« Ami, crois au mystère :
de dix fais un.
Laisse passer deux et trois,
ainsi tu t'enrichiras.
Perds le quatre (c'est-à-dire : rejette-le en fin)
De cinq et six,
la sorcière l'a dit,
fais sept et huit
et vice versa.
Si neuf est avec un,
dix est absent.
Voilà le mystère. »*

Comme l'a compris le général Cazalas, cette incantation explique tout simplement comment transformer le carré naturel des neuf premiers nombres en un carré magique de Saturne, sombre divinité présidant aux maléfices démoniaques.

Les règles de construction s'avèrent différentes selon qu'il s'agit de carrés dont le côté est impair : 3, 5, 7, 9... ou parement pair (c'est-à-dire divisible par 4, comme 4, 8, 16, 32...), ou enfin impairement pair (comme 6, 10...). Il est particulièrement facile de construire les carrés magiques à côté impair. La méthode que je vais donner (d'après les bons auteurs) est si simple que tout lecteur sera, j'en suis persuadé, capable d'écrire de tels carrés magiques aussi vite que sa plume pourra écrire les nombres dans les cases du damier.

Le remplissage se conduit par un procédé de cheminement régulier. On part d'une case appropriée du damier. On y inscrit le un, puis on place le deux dans la case située en diagonale, avançant donc d'une ligne et d'une colonne. On continue ainsi. Si l'on déborde les limites du damier, on se rabat à gauche ou en bas pour revenir à l'intérieur des frontières imposées. La figure ci-dessus explique la marche suivie dans le cas simple d'une dimension cinq. On voit qu'il se présente une difficulté une fois placé le nombre cinq : comment continuer ? Il faut placer six dans la même colonne que cinq, mais deux cases plus haut. Puis la marche reprend régulièrement en diago-

Figure 1 shows four 5x5 grids illustrating the construction of a 20x20 grid. Each grid represents a step in the construction process, with some cells filled with numbers and others empty.

- Grid 1 (Top Left):** A 5x5 grid with the top row containing 11, 7, and 16. The second row contains 6, 2, and 15. The third row contains 10, 1, 14, and 10. The fourth row contains 5, 13, and 9. The fifth row contains 4, 12, 8, and 3.
- Grid 2 (Top Right):** A 5x5 grid with the top row containing 20. The second row contains 19. The third row contains 18. The fourth row contains 17, 21, and 17. The fifth row contains 16 and 20.
- Grid 3 (Bottom Left):** A 5x5 grid with the top row containing 23, 6, 19, 2, and 15. The second row contains 10, 18, 1, 14, and 22. The third row contains 17, 5, 13, 21, and 9. The fourth row contains 4, 12, 25, 8, and 16. The fifth row contains 11, 24, 7, 20, and 3.
- Grid 4 (Bottom Right):** A 5x5 grid with the top row containing 3. The second row contains 2. The third row contains 1. The fourth row contains 5. The fifth row contains 4.

Construction d'un carré magique de Cinq par la méthode de De La Loubère, ambassadeur de Louis XIV.

nale jusqu'au second arrêt, après dix. Le processus de saut se met en œuvre : à nouveau deux cases plus haut. Cette fois, on parcourt la diagonale sans sortir du damier. Troisième arrêt, nouveau saut pour placer seize. Le résultat final constitue bien un carré magique de cinq, à constante 65, comme on le vérifie aisément.

20	8	21	14	2
11	4	17	10	23
7	25	13	1	19
3	16	9	22	15
24	12	5	18	6

Un carré magique de Cinq.

La Loubère, qui fut ambassadeur de Louis XIV au Siam de 1687 à 1688, vulgarisa cette méthode que lui enseignèrent les astronomes de ce pays. Mais le procédé reste tout aussi valable si l'on adopte d'autres règles pour cheminer de case à case. Par exemple, un pas vers la droite et deux pas vers le haut et, lorsqu'on rencontre une case déjà remplie, deux pas vers la droite sur la même ligne. Le carré de cinq que l'on construit s'avère tout aussi magique que le précédent. On note que ce type d'avance régulière se révèle identique au mouvement du cavalier aux échecs. Il existe, en effet, une indéniable parenté entre

la construction d'un carré magique : écrire sur le damier de côté n tous les nombres de 1 à n^2 chacun une fois et une fois seulement, et le célèbre Problème du Cavalier : faire parcourir toutes les cases de l'échiquier par la pièce, chaque case n'étant visitée qu'une seule fois.

Les deux règles précédentes de cheminement ne donnent que deux exemples parmi beaucoup d'autres possibilités. En fait, on peut presque avancer à sa fantaisie, à condition de respecter quelques contraintes très simples qui se trouvent à peu près automatiquement satisfaites si la dimension du carré est impaire ou, encore mieux, première.

Je laisse aux lecteurs disposant d'un petit ordinateur de poche le soin d'écrire les quelques lignes de programme qui leur permettront d'écrire encore plus vite les carrés magiques de côté impair.

Il est presque aussi facile de construire les carrés magiques dont le côté est pairement pair : 4, 8, 16... Cette fois, on remplit d'abord les cases du carré avec les nombres de 1 à n fois n (n : côté du carré) rangés dans l'ordre naturel, à la queue leu leu au fil des lignes successives. Puisque nous sommes Occidentaux, on écrira de gauche à droite. Mais on peut tout aussi bien écrire de droite à gauche, bien que la tradition hébraïque n'ait quasiment rien à voir avec les carrés magiques, spécifiquement pythagoriciens et néo-platoniciens. Une fois le carré rempli, on trace ses diagonales, principales et auxiliaires. Les deux figures ci-dessous, traitant des cas 4 et 8, indiquent ce qu'il faut entendre par là. Il est des plus faciles de généraliser à 16, puis 32... (voir page suivante).

Les nombres situés sur les diagonales sont remplacés par leurs compléments à n fois n plus 1. Par exemple, pour le carré de 4, le nombre 1 est remplacé par 16 ($1 + 16 = 17$), ou encore le nombre 6 est remplacé par 11 ($6 + 11 = 17$). Pour le carré de 8, le nombre 1 est remplacé par 64 ($1 + 64 = 65$), ou encore le nombre 10 est remplacé par 55 ($10 + 55 = 65$). Les autres nombres, ceux qui ne sont pas sur les diagonales, sont laissés en place. Ici aussi, il se montre des plus facile de mécaniser la chose en s'aidant d'un ordinateur de poche.

Je laisse à chacun le soin de vérifier que le carré de 4 de Dürer se construit bien de cette façon, à ceci près que le graveur a ensuite intervertit les deux colonnes médianes, afin de faire apparaître en clair la date de 1514. Quant au carré de 8 d'Agrippa, sa *Table de Mercure*, on vérifie qu'il obéit bien à la règle, à ceci près que le carré « naturel »

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Méthode de construction des carrés magiques pairement pairs.

initial a été construit en rangeant les nombres à partir de la ligne du bas au lieu de partir de la ligne du haut. Détail sans effet sur la magie finale de la table.

Restent les carrés impairement pairs (et d'abord celui de 6, ou du Soleil). Leur construction est nettement plus difficile, et la méthode à mettre en œuvre ne se réduit pas à une règle simple.

4. Le secret du bonhomme Franklin

Au cours d'un séjour à la campagne chez un de ses amis nommé Logan, Benjamin Franklin eut l'occasion de voir l'ouvrage de Frénicle sur les carrés magiques. Son hôte lui fit remarquer qu'aucun Anglais ne semblait s'être intéressé à ces problèmes. L'Américain de répliquer qu'il voyait là une preuve de bon sens : des mathématiciens sérieux n'avaient pas de temps à perdre à ce genre de bagatelles sans applications concrètes. A quoi M. Logan rétorqua : « *Certaines des recherches anglaises me semblent tout aussi nuageuses.* » De fil en aiguille, Franklin confessa qu'il s'était intéressé dans sa jeunesse aux

carrés magiques et qu'il avait trouvé une méthode de construction si aisée qu'on pouvait « *remplir les cases d'un damier aussi rapidement que le permet le mouvement de la plume qui écrit les chiffres* ». Lors d'une seconde visite, l'Américain montra à son hôte comment construire un carré de huit. Celui-ci lui ayant demandé son avis sur un carré de seize publié en 1544 par le mathématicien Michel Stifel, Benjamin Franklin promit de faire mieux. Le lendemain, Logan reçut le travail et en fut émerveillé ; le carré possédait, outre les propriétés usuelles de magie arithmétique, cette autre : en découpant dans du carton une fenêtre de dimension 4×4 cases, et en la plaçant n'importe où sur le grand carré, la somme des seize nombres ainsi sélectionnés atteignait immuablement 2 056, constante magique du carré. Le carré de huit présentait une propriété analogue : la somme de n'importe quel groupe de quatre nombres adjacents formant un petit carré de 2×2 valait 130, moitié de la constante ; de même pour quatre nombres voisins alignés selon une ligne ou une colonne. Il avait en plus une foule d'autres propriétés : la symétrie des carrés de Franklin se révèle extrêmement riche.

Pour leur construction, on part d'un premier carré rempli par les nombres naturels écrits à la file les uns des autres. On repère les lignes du damier correspondant, par exemple par des lettres de A à H. On fait de même pour les colonnes, à l'aide de la série des chiffres 1, 2, ..., 8. Puis on trace un second damier auxiliaire dont chaque case est affectée d'une lettre et d'un chiffre. Sur la première ligne, les lettres sont rangées dans l'ordre alphabétique direct de A à H ; l'ordre inverse régit la seconde ligne. Les cases des troisième, cinquième et septième lignes sont repérées de façon identique à la première ; les trois lignes restantes : quatrième, sixième et huitième sont à l'image de la seconde ligne. On assigne ensuite aux cases de la première colonne les chiffres dans l'ordre 1, 7, 3, 5, 5, 3, 7, 1 et de même pour les trois autres colonnes impaires. Les cases de la seconde colonne se voient attribuer des chiffres pairs dans l'ordre 8, 2, 6, 4, 4, 6, 2, 8, et pareillement pour les autres colonnes paires. Le schéma ci-dessous précise ces divers repérages.

La notation complète est indiquée pour les quatre premières cases en haut et à gauche ; elle se complète aisément, de telle façon que chaque case du second tableau auxiliaire ait sa lettre et son chiffre. Il suffit alors d'inscrire à la place de chacun des couples repères le nombre du premier tableau situé dans la case dont le chiffre désigne la colonne, et la lettre la ligne. Ainsi le repère H7 signifie que le nombre

1 2 3 4 5 6 7 8

A	1	2	3	4	5	6	7	8
B	9	10	11	12	13	14	15	16
C	17	18	19	20	21	22	23	24
D	25	26	27	28	29	30	31	32
E	33	34	35	36	37	38	39	40
F	41	42	43	44	45	46	47	48
G	49	50	51	52	53	54	55	56
H	57	58	59	60	61	62	63	64

A ₁	B ₈	C	D	E	F	G	H
H ₇	G ₂	F	E	D	C	B	A
3	6						
5	4						
5	4						
3	6						
7	2						
1	8						

1	16	17	32	33	48	49	64
63	50	47	34	31	18	15	2
3	14	19	30	35	46	51	62
61	52	45	36	29	20	13	4
5	12	21	28	37	44	53	60
59	54	43	38	27	22	11	6
7	10	23	26	39	42	55	58
57	56	41	40	25	24	9	8

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Méthode de Franklin pour construire les carrés magiques pairement pairs.

à inscrire est 63, tandis qu'à G2 correspond 50. Le résultat est le carré semi-magique de huit ci-contre, à gauche. Il possède bien la plupart des propriétés mentionnées, mais pas toutes.

On peut adopter comme règle de transposition les ordres des chiffres : 1, 7, 8, 2, 6, 4, 3, 5 pour les colonnes paires, et 8, 2, 1, 7, 3, 5, 6, 4, pour les impaires. Après réarrangement par permutation, on retrouve le véritable carré de Franklin, donné ci-dessus à droite. La généralisation au carré de 16 (puis ensuite 32, 64, etc.) ne pose pas de

difficulté. Benjamin Franklin n'ayant pas révélé son procédé, on ignorera toujours le détail de sa méthode ; probablement ne devait-elle guère différer de celle exposée ici. L'Américain n'avait pas tort en affirmant que la construction s'avérait à la fois simple et rapide.

5. A la manière de Vasarely

Lorsqu'on regarde d'un œil non prévenu le carré magique de huit de Benjamin Franklin, on ressent une impression de nombres jetés au hasard dans les soixante-quatre cases. Un examen plus attentif révèle les régularités. La suite des nombres 57, 58, 59 et 60 forme un zigzag régulier dans les seconde et troisième colonnes. De même pour 25, 26, 27 et 28 dans les sixième et septième. Les couples 61, 62 et 63, 64, d'une part, 29, 30 et 31, 32, d'autre part, complètent les précédents zigzags. Même sans connaître le secret très simple qui gouverne la façon de disposer les nombres dans les cases blanches du damier d'origine, on se doute bien qu'une régularité profonde se cache derrière l'apparent désordre. Pour les rares mathématiciens s'intéressant encore à la magie arithmétique, il n'y a dans tout cela qu'une application particulière de ce qu'on nomme des congruences. Pour un esprit pythagoricien, un carré magique se présente tout différemment car il permet, le cas échéant (il n'y a rien d'automatique en pareil domaine), d'accéder par analogie à la connaissance véritable de l'ordre profond du Cosmos, ordre masqué par le désordre lorsque la vision reste limitée.

La méthode de Franklin aurait été découverte bien avant lui. Paul Carus rapporte qu'un certain professeur Kielhorn décela au début de ce siècle un carré de quatre dans une inscription jaïna des XII^e ou XIII^e siècles, de la cité indienne de Khajuraho. Comme on le constate sur sa reproduction donnée ci-dessous à gauche, n'importe quel petit carré de 4 cases présente une somme égale à la constance magique des lignes et des colonnes, c'est-à-dire 34. Ce carré jaïna se génère facilement par la méthode type Franklin. Les deux schémas centraux explicitent les marquages harmonieux par lettres et chiffres repérant respectivement les lignes et les colonnes d'un carré naturel de nombres. Le carré de droite donne le résultat de la superposition des structures combinatoires précédentes. Il est identique au carré jaïna de gauche, à des permutations près : la première ligne devient la pre-

mière colonne, la seconde ligne la seconde colonne, la première colonne se retrouvant dans la première ligne, etc.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

A	B	C	D
D	C	B	A
B	A	D	C
C	D	A	B

1	4	2	3
2	3	1	4
3	2	4	1
4	1	3	2

1	8	10	15
14	11	5	4
7	2	16	9
12	13	3	6

Construction du carré magique Jaina par une méthode de type « Franklin ».

On peut donner une interprétation géométrique abstraite du procédé décrit précédemment pour écrire les carrés magiques pairement pairs. Au fond, il existe quatre façons principales d'écrire les nombres naturels entiers dans les cases d'un damier carré ; on les appellera : **naturelle** et **naturelle inversée**, **en miroir** et **en miroir inversé**. La figure ci-dessous indique ce qu'il faut entendre par là.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

4	3	2	1
8	7	6	5
12	11	10	9
16	15	14	13

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

16	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

Naturel (●)

Miroir (—)

Naturel (X)
inversé

Miroir (○)
inversé

Les quatre dispositions de base des nombres naturels en carré.

Les deux carrés magiques de 4 tracés ci-après possèdent des structures cachées simples résultant du mélange harmonieux de demi-damiers naturels et en miroir inversé.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

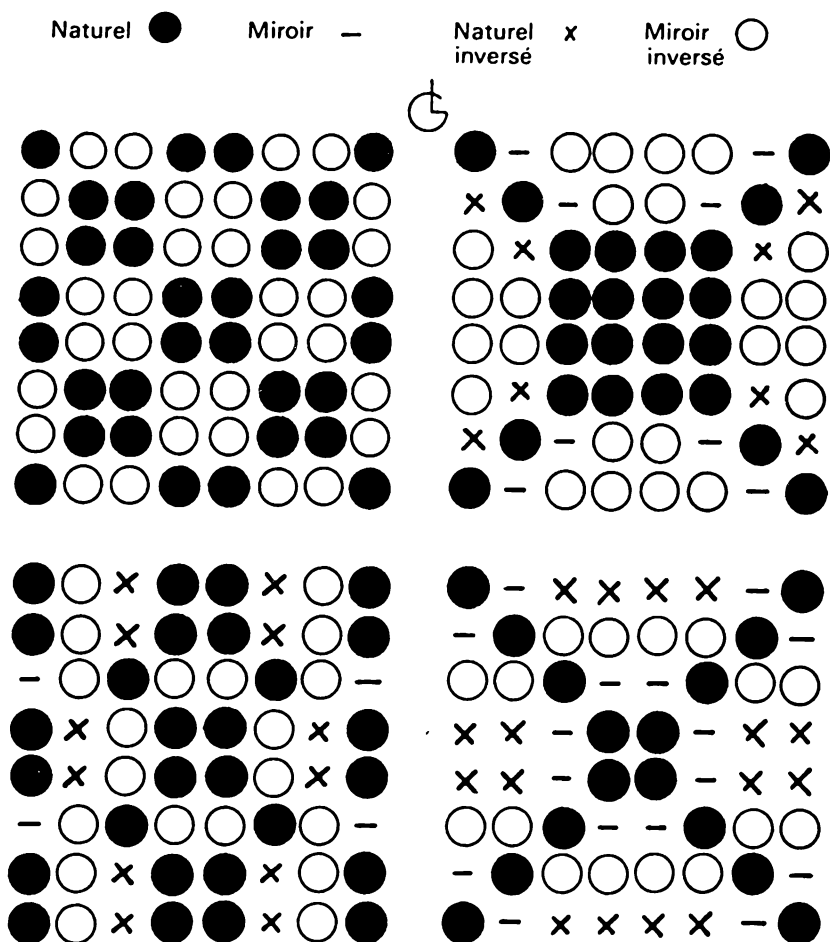
N	MI	MI	N
MI	N	N	MI
MI	N	N	MI
N	MI	MI	N

MI	N	N	MI
N	MI	MI	N
N	MI	MI	N
MI	N	N	MI

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Analyse de deux carrés magiques de Quatre à l'aide des dispositions de base.

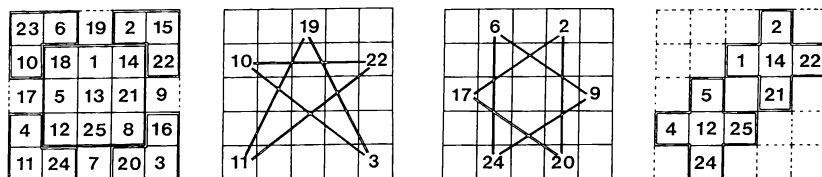
Des quatre carrés de huit donnés comme exemples de transpositions géométriques à la Vasarely, celui en haut et à gauche ne met en œuvre que les deux mêmes figures de base (naturel et miroir inversé), mais on peut obtenir des géométries plus complexes en mélangeant les quatre structures de base. Je vous laisse le soin d'écrire les nombres à la place des symboles.



Vibrations dans les carrés magiques.

Les carrés dont le côté est impairement pair, c'est-à-dire divisible par 2, mais non par 4 (comme par exemple 6, 10, 14...) fournissent des géométries symétriquement dissymétriques. C'est qu'en effet la technique pour les tracer fait appel à des effets de miroir et d'inversion concernant les quatre sous-carrés obtenus en divisant le carré initial (opération toujours possible, du fait du caractère impairement pair). Comme cet ouvrage n'est en rien un traité de magie arithmétique, je renvoie le lecteur intéressé par ce cas aux bons auteurs. A noter que ces bons auteurs sont des Anglo-Saxons : curieusement, il n'existe aucun traité de magie arithmétique en français qui soit facilement accessible ! (1).

On peut aussi géométriser avec les carrés magiques à nombre de côté impair. Le premier carré vraiment intéressant est celui de cinq, trois n'étant pas suffisamment riche. A. Bloch a longuement étudié dans ses essais la forme traditionnelle de Paracelse et d'Agrippa, mais les nombreux autres carrés de cinq possèdent des propriétés analogues. Le carré de trois découpé au centre demeure magique, de constante 39 ($18 + 5 + 12$, ou $18 + 1 + 14$, etc.). Cette somme se retrouve dans les petites équerres des quatre coins ($6 + 23 + 10$, etc.). Le total de deux nombres diamétralement opposés sur la bordure donne également 39 quand on y ajoute le centre 13 (exemple : $6 + 20 + 13$ ou $23 + 3 + 13$).



Analyse du carré magique de Cinq, selon A. Bloch.

On peut tracer quatre pentagrammes (légèrement imparfaits, il est vrai) : la somme des nombres à leurs cinq sommets totalise 65, constante magique du carré. Pour la clarté du dessin, on n'a figuré qu'un seul de ces pentagrammes, mais on peut vérifier aisément que cela reste vrai pour les trois autres déduits par des rotations de un, deux et trois angles droits (par exemple : $17 + 6 + 24 + 15 + 3 = 65$,

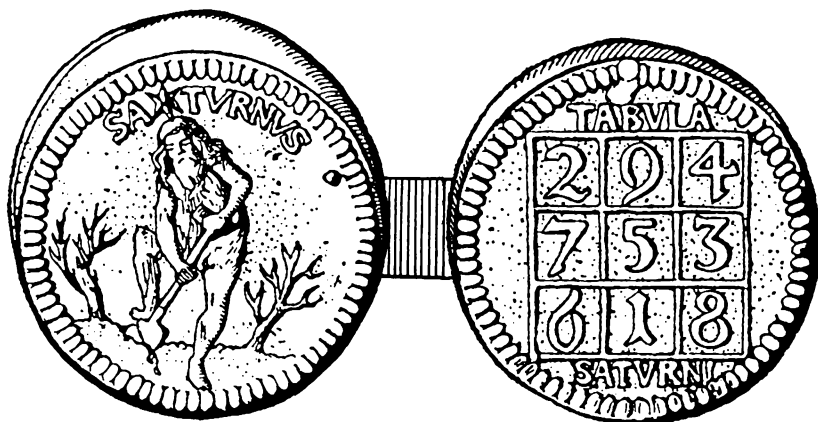
1. Raison pour laquelle je suis en train d'en rédiger un à paraître en 1986 dans la présente collection (N.d.A.).

etc.). On forme aussi un hexagramme ou Sceau de Salomon, presque parfait cette fois : ses six sommets révèlent deux fois 39, chacun des triangles valant la même somme que les équerres des coins. L'autre hexagramme : 19, 4, 16 et 7, 10, 22 possède la même propriété. On découvre enfin neuf petites croix individuellement magiques ($1 + 14 + 22 = 2 + 14 + 21$, etc.). Les constantes diffèrent de croix à croix (elles valent 29, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 49). Toutefois la somme de deux croix symétriques par rapport au centre redonne deux fois 39.

Les multiples propriétés précédentes ne doivent pas étonner : elles ne font que traduire la très riche symétrie de tout carré magique.

6. Familles de nombres et caractères

« La première table, attribuée à Saturne, est composée d'un carré à trois colonnes... Gravée sur une lame de plomb représentant Saturne fortuné, cette lame aide à l'accouchement, rend l'homme sûr et puissant et fait réussir ses demandes à la cour des princes », si l'on en croit Agrippa qui ajoute que c'est le contraire qui se produira si l'on a invoqué Saturne Infortuné. Des médailles talismaniques furent effectivement gravées en suivant de telles instructions. La reproduction donnée ici en est un exemple.



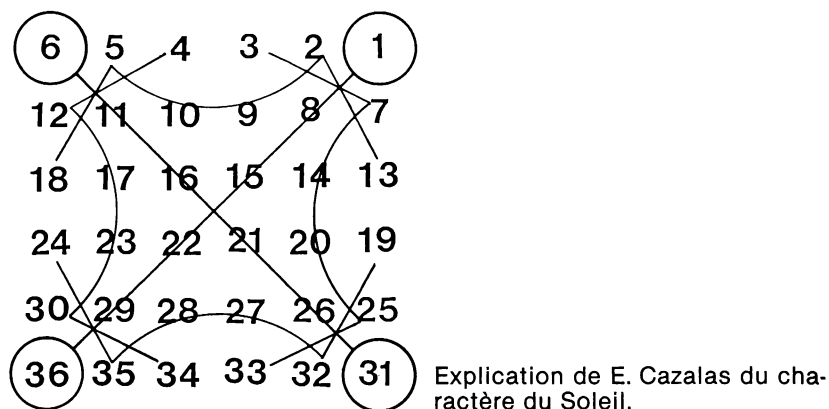
Médaille talismanique portant le carré magique de Trois ou de Saturne.

Toujours selon Agrippa, « la table de Jupiter contient seize nombres. En chaque ligne ou diagonale, les quatre nombres font ensemble 34, et la somme de tous les nombres de la table fait 136. Et des noms divins y président, avec une Intelligence pour le Bien, et un Génie pour le Mal. ». La reproduction donnée ici, d'après la Virga Aurea, contient ces noms, ainsi que les « caractères » correspondants. Il y a aussi le carré de 4 écrit en lettres hébraïques. Cette dernière chose n'est pas pour étonner, vu la vogue que connaissait alors une « Cabale christianisée » que les rabbins orthodoxes regardèrent toujours avec énormément de suspicion, quand ils ne l'ignoraient pas totalement, comme impie.



Noms divins et caractères associés au carré magique de Quatre, selon La Virga Aurea.

E. Cazalas a montré le premier que les étranges « caractères » attribués par Agrippa à ses Intelligences et à ses Génies n'étaient au fond que des traductions graphiques des opérations faisant passer du carré des nombres en ordre « naturel » au carré magique. A titre d'exemple, voici ce que E. Cazalas écrit à propos du « caractère » du Soleil : « Les nombres des diagonales du carré naturel restent en place (étant impairement pair, le carré de 6 se construit, on l'a dit, autrement que les carrés pairement pairs). Les autres forment quatre groupes soulignés par le graphique, groupes que nous appellerons du



haut et du bas, de droite et de gauche. Ces groupes viennent occuper la place de leur vis-à-vis, savoir :

- *Le groupe du haut (ou de droite) par rabattement autour de l'axe du carré qui lui est parallèle,*
- *Le groupe du bas (ou de gauche) par rotation d'un demi-tour autour du centre du carré. »*

On peut avec raison se demander pourquoi attribuer, par exemple, au Génie de la Lune le nombre 369 (c'est la constante du carré, ou valeur de la somme selon lignes ou colonnes) et pourquoi 3 321 à l'Intelligence des Intelligences de cette même Lune (3 321 est la somme des 81 nombres du carré de 9) ? Et d'abord, pourquoi le nombre 9 est-il celui de la Lune ? et le nombre 3 celui de Saturne ? L'explication se trouve dans *la Musique des Sphères* de Pythagore et de Platon.

Les sept planètes autrefois connues : Saturne, Jupiter, Mars, Vénus et Mercure, plus le Soleil et la Lune furent tout naturellement rangées selon un ordre qui est à peu près celui de leur distance décroissante par rapport à la Terre. Comment fut déterminé cet ordre ? On ne le sait guère. Toujours est-il qu'il se révèle presque exact. Pour Pythagore, plus une planète (le sens originel de ce mot est : astre errant plus ou moins irrégulièrement, par contraste avec la course immuable des étoiles fixes ; rien ne s'oppose donc à appeler planètes le Soleil et la Lune), plus une planète donc est loin de la Terre, plus son orbite est grande, et plus le son musical transcendant-

tal qu'elle émet en voyageant est grave. Le nombre caractérisant la fréquence de ce son est donc d'autant plus petit que la planète est plus éloignée. Les nombres à considérer pour ordonner les planètes sont tout naturellement ceux de la Décade. Le nombre Un ne peut être attribué à une entité matérielle puisque c'est par essence la Divine Unité. Vient ensuite le Ciel des Étoiles Fixes (donc Deux est également réservé). Saturne se voit alors attribuer tout naturellement le Trois, Jupiter le Quatre et ainsi de suite jusqu'au Neuf de la Lune.

Une fois attribué un nombre de 3 à 9 à chaque planète, les autres nombres s'en déduisent facilement. La somme des n fois n nombres d'un carré de côté n est le triangle de n^2 . Il existe une formule très simple pour calculer le triangle de n ; c'est :

$$\text{Triangle } (n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 + n.$$

$$\text{Triangle } (n) = (n + 1) \text{ fois } \frac{n}{2}.$$

L'Intelligence des Intelligences de la Lune d'Agrippa a comme nombre 3 321 car le Triangle du Carré de 9 (nombre de la Lune selon *la Musique des Sphères*) est :

$$\text{Triangle } (9 \text{ fois } 9) = 82 \text{ fois } \frac{81}{2}.$$

Quant au nombre 369 du Génie de la Lune, c'est tout simplement la somme de tous les nombres du carré magique divisée par le nombre de lignes ou de colonnes. De façon générale, si l'on désigne par n le côté d'un carré magique, la somme de tous les nombres de ce carré est :

$$\text{Triangle } (n^2) = (n^2 + 1) \text{ fois } \frac{n^2}{2},$$

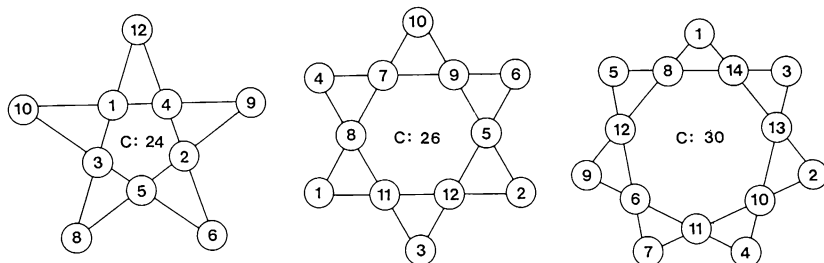
et la constante du carré, ou valeur de la somme selon lignes, colonnes ou diagonales vaut :

$$\text{Constante carré } n = (n^2 + 1) \text{ fois } \frac{n}{2}.$$

Tous ces nombres, côté du carré, constante et somme totale, forment une famille de nombres en harmonie, en plein accord avec l'esprit profond de l'arithmologie sacrée pythagoricienne.

7. Projections étoilées

Les étoiles qui s'inscrivent dans le carré magique de cinq conduisent à poser la question : peut-on prendre comme point de départ une structure géométrique régulière qui ne soit plus le damier carré ? Pourquoi pas, par exemple, un polygone étoilé ? Comme le montre la figure ci-dessous, il s'agit de disposer les nombres de telle sorte que les sommes de ceux qui figurent sur un quelconque côté de l'étoile soient toutes égales entre elles. L'étoile à sept branches possède sept sommets et sept points d'intersection intermédiaires. Chacun des quatorze premiers nombres à ranger est compté deux fois. La constante magique de cette étoile est donc le septième de deux fois le triangulaire d'ordre quatorze ; celui-ci vaut cent cinq, son double deux cent dix et le septième trente. C'est bien ce que totalise chacun des quatre sous-ensembles de nombres qui ponctuent les sept côtés.



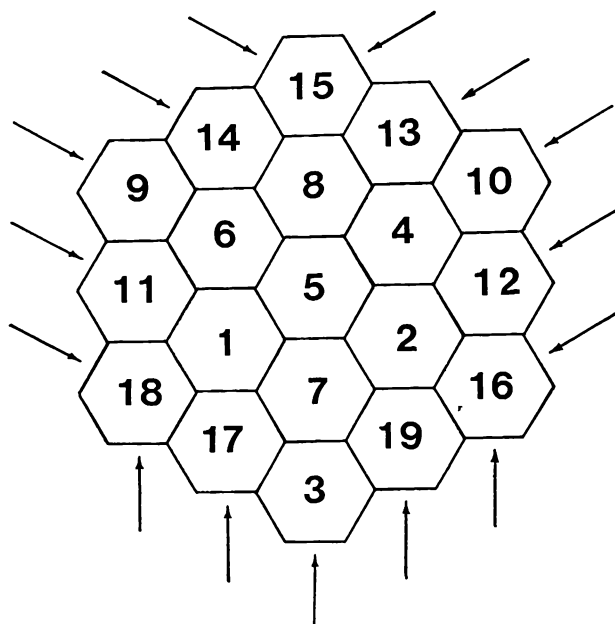
Étoiles magiques.

Il s'avère impossible de construire un pentagramme magique parfait. On pouvait s'en douter en constatant que les curieux de magie arithmétique des siècles passés n'avaient livré aucune solution. La preuve rigoureuse de l'impossibilité ne fut établie que récemment. Si l'on se résigne à supprimer Sept (divin ou démoniaque) et aussi Onze (cet imparfait entre Dix et Douze), on peut tracer le pentagramme magique qui figure ci-dessus.

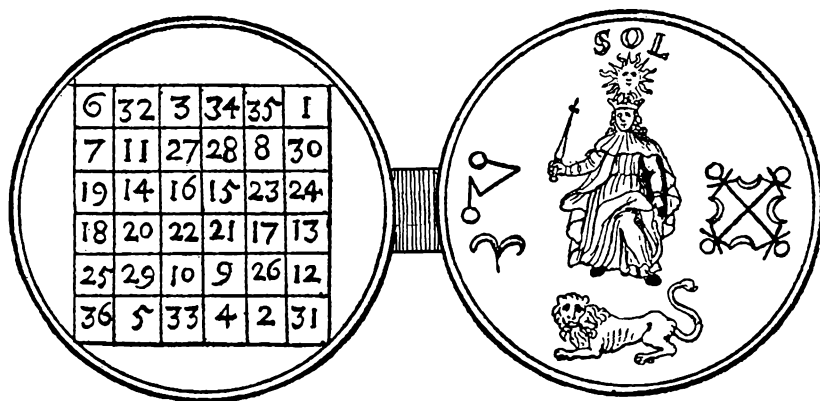
A partir de l'hexagramme, les étoiles magiques parfaites existent. La constante du Sceau de Salomon doit être 26 : un sixième du double du douzième triangulaire.

On pourrait allonger presque indéfiniment ces quelques pages sur les carrés magiques, tant le sujet est riche. Je voudrais simplement

donner, avant de tourner la page, ce pavage hexagonal magique du plan, trouvé en 1957 par Clifford W. Adams. La constante selon les lignes fléchées (de longueur variable : 3, 4 et 5) est de 38. On raconte qu'Adams aurait mis 47 ans à trouver cet hexagone magique. Ayant égaré le bout de papier sur lequel il avait noté sa solution, il mit cinq ans pour retrouver... le bout de papier ! On notera que le centre est occupé par Cinq, nombre du mariage et de l'harmonie.



Pavage hexagonal magique de Cl. W. Adams.



Médaille talismanique portant le carré magique de Six ou du Soleil.

CHAPITRE XIV

La géomancie des Arabes

1. Cailloux en pair et impair

« Certains hommes, pour découvrir les choses cachées et connaître l'avenir, ont inventé un art qu'ils nomment : aligner sur le sable, ou géomancie. Voici en quoi cela consiste. Des points disposés sur quatre rangs forment des figures qui diffèrent les unes des autres selon que les points dans chaque rang sont les uns doubles, les autres simples. Il existe en tout seize figures de ce genre. » La planche ci-après, extraite d'un ouvrage fin Renaissance, éclaire les phrases du grand historien et philosophe d'Afrique du Nord Ibn Khaldoun (1322-1406). Quatre rangs se disposent l'un au-dessus de l'autre, et chacun comporte bien un ou deux points.

Comme celle des carrés magiques, l'origine des figures géomantiques reste très obscure. « Quelques-uns en attribuent l'invention à Hénoc et d'autres à Daniel, ainsi que cela a eu lieu pour tous les arts », ajoute Ibn Khaldoun, mais on sent bien qu'il ne se porte guère garant de cette légende. Certes, le texte éthiopien du *Livre d'Hénoc* enseigne que deux cents anges, fils des cieux, séduits par la beauté des filles des hommes, décidèrent de s'unir aux mortelles. Leurs chefs enseignèrent tout savoir aux enfants géants qu'ils engendrèrent : « Baraquiél instruisit les astrologues, Kokabiel enseigne les signes, Tamiel le sens des aspects célestes et Asdariél le cours de la Lune. » Qui ne voit que ces signes sont les douze zones zodiacales et non les seize figures géomantiques ? La confusion s'explique, car des géomanciens imaginèrent de loger leurs symboles dans des maisons à

Table avec les noms de toutes les figures.

la rouge * * * * * * * * *	la blanche * * * * * * * * *	la tête du dragon * * * * * * * * *	la queue du dragon * * * * * * * * *
la grande fortune * * * * * * * * *	la moindre fortune * * * * * * * * *	le gain * * * * * * * * *	la perte * * * * * * * * *
la roye * * * * * * * * *	la tristesse * * * * * * * * *	le fils * * * * * * * * *	la fille * * * * * * * * *
la conjonction * * * * * * * * *	le chemin * * * * * * * * *	le peuple * * * * * * * * *	la prison * * * * * * * * *

Les seize figures géomantiques gravées pour De Peruchio (1657).

l'instar des demeures célestes où les planètes astrologiques se reposent et se visitent. « *On prétend*, poursuit Ibn Khaldoun, *que chaque figure géomantique a une maison qui lui correspond. Nous devons supposer qu'il s'agit des douze signes du zodiaque et des quatre points cardinaux.* » Cette différence de douze à seize prouve que les arrangements géomantiques ne s'enracinent nullement dans les sphères célestes ; ils dérivent en droite ligne des spéculations égyptiennes et pythagoriciennes sur le Pair et l'Impair.

Le savant arabe Ibn Al Arabi (mort vers 844) indique que les géomanciens définissent la parité de chaque ligne à l'aide de jets de cailloux. Ce procédé divinatoire existait donc dès cette époque. Qui l'a inventé ? La nuit reste totale. Un ouvrage rédigé vers 1550 par l'Arabe Ali Zunbul mentionne un certain Tumtum, indien ou persan, à qui Hénocch aurait révélé l'art de géomance. Ne faudrait-il pas voir là une indication sur le rôle qu'ont pu jouer les sages de la cité sabéenne d'Harran sur le haut Euphrate ? Il se pourrait bien, d'ailleurs, que ces Sabéens aient également inventé la série des sept carrés magiques : figures géomantiques et carrés magiques sont au fond des idées cousines, les unes et les autres mettant en jeu des processus combinatoires.

En répondant par pair ou impair à une question précise, le résultat est quelque peu brutal. Pour l'interpréter et le nuancer, rappelons-nous cette liste d'équivalences d'Aristote : « *Limité et illimité, impair et pair, un et multiple, droite et gauche, mâle et femelle, fixe et dynamique, rectiligne et courbe, lumière et obscurité, bon et mauvais, carré et rectangle.* » L'idée d'enrichir la réponse en effectuant plusieurs tirages successifs se présente naturellement à l'esprit. Si l'on tient compte de l'ordre des réponses successives, on aboutit aux figures géomantiques. Il paraît logique de limiter à quatre le nombre de ces interrogations puisque Quatre est l'Universelle Mesure. Comme chacun des tirages présente deux possibilités et deux seulement, le nombre de figures différentes, soit $2 \times 2 \times 2 \times 2$, totalise effectivement seize.

En principe, la coloration générale de chacun des arrangements géomantiques se déduit de la liste d'équivalences aristotélicienne, compte tenu des dominations d'une ligne par celles qui précèdent. Il faut reconnaître que les interprétations contenues dans les divers traités de géomancie se montrent à cet égard quelque peu contradictoires.

La chose s'avère normale : un devin se doit d'être prudent et sa réponse se révèle d'autant meilleure qu'elle se prête à de multiples interprétations. En rapprochant les unes des autres les diverses versions, on voit toutefois émerger quelques similitudes. Cherchant à classer d'abord les figures d'après le nombre total de leurs points constituants, on observe l'existence de cinq groupes ayant respectivement 4, 5, 6, 7 et 8 points. Les nombres correspondants de figures : 1, 4, 6, 4 et 1 sont donnés par le Triangle de Pascal (quatrième ligne, celle qui gouverne les combinaisons d'ordre quatre). Voici le classement obtenu, avec une indication du caractère général de la figure.

4 points - Chemin (Indifférent) ;

5 points - Tête du Dragon (Bon) ; Queue du Dragon (Mauvais) ;
Fille (Bon) ; Garçon (Médiocre) ;

6 points - Grande Fortune (Excellent) ; Moindre Fortune (Médiocre) ; Conjonction (Indifférent ou bon) ; Prison (Médiocre) ;

7 points - Joie (Excellent) ; Tristesse (Mauvais) ; Blanc (Bon) ;
Rouge (Mauvais) ;

8 points - Peuple (Indifférent).

Conclusion provisoire : ce n'est pas le nombre total de points d'une figure qui définit sa coloration générale. L'explication se trouve ailleurs. En étudiant les figures indifférentes, on découvre une piste. Le Peuple est considéré par les géomanciens comme multiple, voire illimité, et comme inconstant : ne serait-ce pas parce qu'il est gouverné par le Pair, et même par un doublement pair (4 fois 2 points) ? Le Chemin est simple, bien délimité et bien défini : ne serait-ce pas parce qu'il participe de l'Impair, encore que cet Impair soit en nombre pair (4 fois 1 point), ce qui confère au chemin un aspect d'infini et d'indéfini ? Souvent, en prenant un chemin, on ne sait pas jusqu'où il va vous conduire. Quant à la Conjonction, elle équilibre le Pair et l'Impair (2 fois 2 et 2 fois 1), d'où cette indifférence. Certains commentateurs la jugent un peu favorable : effectivement, on peut y trouver deux triangles (impair) opposés par le sommet.

Les trois groupes à 5, 6 et 7 points offrent chacun autant de figures bonnes, voire excellentes, que de figures médiocres ou mauvaises. Une règle générale se dégage : on passe du positif au négatif en permutant moitié haute et moitié basse du signe. On peut recommencer l'opération sur chaque moitié de signe. L'excellente Grande Fortune

(☶) devient ainsi la médiocre Moindre Fortune (☶), la Blanche (☶), favorable, s'inverse en la détestable Rouge (☶). Enfin, la médiocre (ou mauvaise) Prison (☶) se transforme en la passable Conjonction (☶). Il semble bien que la clef des caractères bons et mauvais se trouve dans le Pair et l'Impair, tels qu'expliqués par Aristote. La Grande Fortune voit s'équilibrer le Pair et l'Impair. C'est ce dernier qui supporte la figure, avec une dynamisation de l'Impair du fait de son redoublement. La base de la Moindre Fortune s'avère inférieure en qualité, ce qui déprécie cette figure.

Ibn Khaldoun appuie cette interprétation et révèle à ce sujet une règle qu'il attribue tout naturellement à Aristote : « *Dans les doublements impairs et les doublements pairs, c'est le plus petit qui l'emporte. Si l'un est pair et l'autre impair, c'est le plus grand le vainqueur.* » Les deux sous-groupes élémentaires (☶) et (☶) voient s'opposer Pair et Impair ; le moins bon semble bien être le second : chaque fois qu'il sert de base à un signe, celui-ci s'avère défavorable.

2. Mères et filles, témoins et juge

L'analyse détaillée des seize signes serait hors du propos de ce livre. Elle reste à faire, car les ouvrages relatifs à la géomancie ne se soucient guère de remonter aux principes ; leurs auteurs se contentent le plus souvent de recopier les interprétations des siècles passés, sans chercher à découvrir le sens profond qui se cache dans le vieil art divinatoire. Le sujet a été, il est vrai, fortement embrouillé par ceux qui ont voulu marier la géomancie et l'astrologie en logeant les signes dans douze maisons. Pendant longtemps, une consultation géomantique a dû se borner à faire tirer par le consultant un unique signe que le devin interprétait en fonction de la question. De très nombreux moyens existent pour produire les quatre pairs ou impairs successifs requis : jet d'un dé (cubique ou en dodécaèdre), lancer d'une poignée de cailloux dont un certain nombre (pair ou impair) tombe à l'intérieur d'une figure tracée à l'avance, frappe d'une longue ligne de points sur du sable, etc.

Seize possibilités de réponse s'avèrent bien supérieures à un oui ou non, net et concis, mais ne peut-on faire mieux ? Si, bien sûr. Les Chinois ont conçu leurs hexagrammes qui comportent six lignes de

points, et non plus quatre. De ce fait, on obtient $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, soit soixante-quatre réponses variées. Les jeux de plus en plus subtils du Pair et de l'Impair éclairent le sens de chaque arrangement particulier.

Les Arabes ont préféré tirer un jeu de quatre signes différents. La richesse d'interprétation s'épanouit largement car il y a $16 \times 16 \times 16 \times 16$, soit 65 536 arrangements divers de quatre signes lorsque ceux-ci ont chacun seize modalités particulières. Peut-on aller encore plus loin ? Certes : il suffit de combiner entre eux les quatre signes initiaux pour en déduire d'autres. Le plus simple reste, étant donné deux figures fournies par le tirage au sort, d'additionner successivement leurs premières lignes, puis les secondes, ensuite les troisièmes, enfin les quatrièmes. Réduit à pair ou impair, le résultat élabore un signe issu de la fusion de ses deux parents. Un exemple pour illustrer :

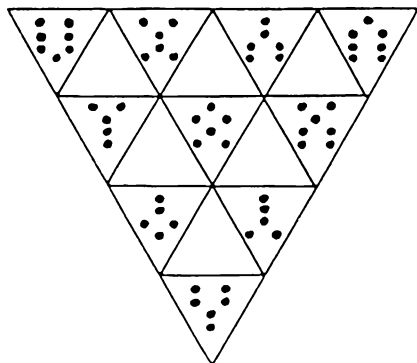
• •		•	$2 + 1 = 3 \rightarrow$ Impair		•
•		•	$1 + 1 = 2 \rightarrow$ Pair		• •
•	+	• •	$1 + 2 = 3 \rightarrow$ Impair	soit $\rightarrow$	•
• •		•	$2 + 1 = 3 \rightarrow$ Impair		•

(Conjonction) (Fils)

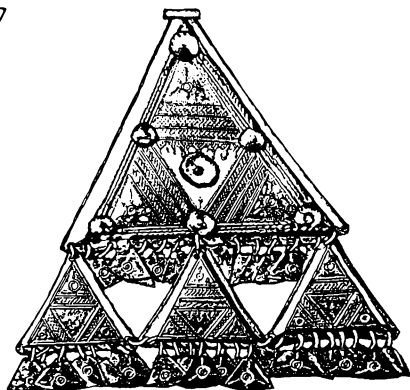
(Fille)

En langage mathématique, on nomme une telle opération : modulo (2). Le résultat n'est autre que le reste de la division par 2 du nombre initial (ici, on a une variante : pour tracer la figure, on remplace le reste 0 par deux points).

Si l'on dispose les quatre figures initiales côte à côte sur une même ligne, on en déduit par fusion trois enfants. A leur tour, ceux-ci se fusionnent en deux petits-enfants. Un dernier mariage fournit un ultime descendant. L'exemple ci-dessous montre mieux qu'un long discours cette façon de procéder. Elle possède une authentique saveur pythagoricienne puisque la suite 4, 3, 2, 1 se rattache très directement à la Tétraktys et au quatrième triangulaire qu'est Dix. On remarque qu'il apparaît six triangles blancs entre les dix triangles occupés par les figures géomantiques. Ce total de seize (10 + 6) rappelle le nombre total de figures géomantiques. La réponse à la question posée se trouve, en résumé, dans la figure de la dernière ligne. Les autres figures permettent de détailler la réponse. Écrivant avant la Seconde Guerre mondiale, R. Ambelain affirma que ce procédé divinatoire



Méthode touareg de tracé d'un thème géomantique.



L'assemblage de triangles de ce bijou touareg évoque le tracé précédent de thème géomantique.

aurait alors toujours été en usage chez les Touaregs. Il est de fait que ce peuple affectionnait les ornements et les bijoux constitués à partir de triangles superposés.

Dans l'exemple de thème géomantique donné ici, la synthèse finale apparaît excellente puisqu'il s'agit de la Grande Fortune : la réponse à la question posée serait globalement très favorable. Il reste au géomancien à la nuancer en examinant le sens des autres signes, compte tenu de toutes leurs proximités relatives.

Une seconde méthode s'emploie couramment pour construire un thème géomantique. On part toujours des quatre signes issus d'un tirage au sort : ce sont les Mères. On en déduit quatre signes Filles en procédant ainsi : les quatre rangées de la première Fille sont les premières rangées des Mères, et ainsi de suite pour les troisième et quatrième Filles. Cela fait, on inscrit sur une même ligne, l'une à côté de l'autre, Mères et Filles ; on en déduit quatre Nièces par la fusion de la première et de la seconde Mère, puis de la troisième et de la quatrième, et de même avec les Filles. A leur tour, ces Nièces donnent par mariage deux Témoins dont la fusion produit un Juge. La planche donnée ici, extraite d'un manuscrit du XVII^e siècle, résume le processus. Pour parfaire à seize le nombre des figures, certains marient le Juge et la

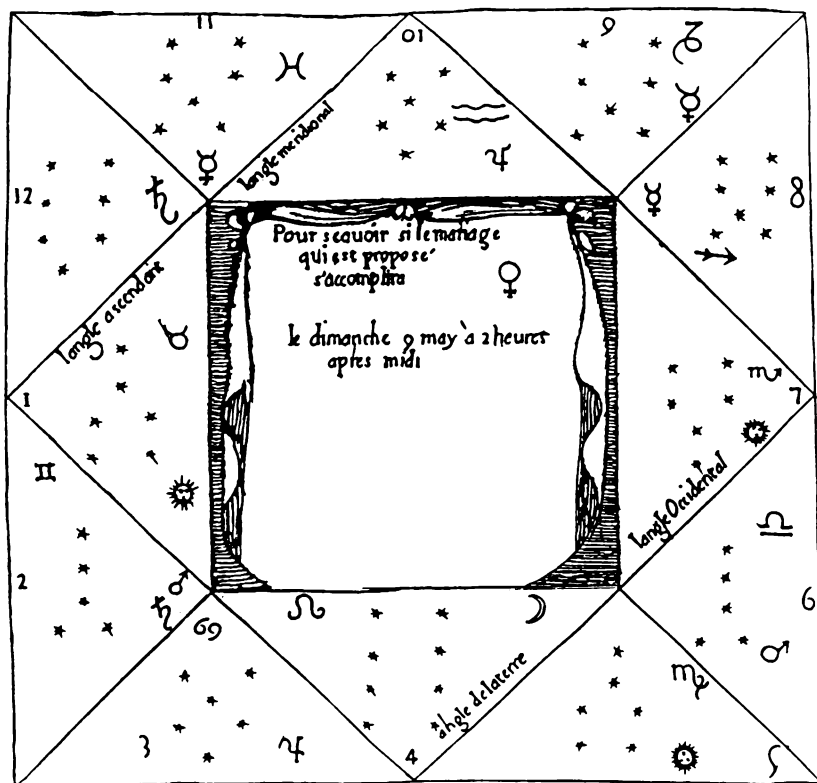
Figure ordinaire, a former aux témoins, et juge

8. * * * * * * * *	7. * * * * * * * *	6. * * * * * * * *	5. * * * * *	4. * * * * *	3. * * * * *	2. * * * * *	1. * * * * *
12. * * * * * *		11. * * * *		10. * * * * * *		9. * * * * * * * *	
Armoing Auxiliaire		14. * * * *		13. * * * * * *		Armoing Dextre	
				15. * * * * * *			
				Juge			

Construction d'un thème géomantique selon un manuscrit français du XVII^e siècle.

première Mère ; le signe ainsi obtenu éclaire le jugement final, d'où son qualificatif : la Claire.

Les géomanciens de la Renaissance placèrent souvent les seize signes ainsi élaborés dans trois carrés dont l'imbrication dessine douze maisons à l'instar des maisons astrologiques. Les deux Témoins, le Juge et la Claire viennent occuper dans le carré central les quatre points cardinaux d'Ibn Khaldoun. Le dessin ci-dessous, extrait d'un livre du XVII^e siècle, explique ce mode de rangement.



Construction d'un thème géomantique à l'image des thèmes astrologiques en carré (d'après De Peruchio, 1657).

3. Les bokonons d'Ife-la-Sainte

Un thème géomantique s'avère rebelle à toute interprétation trop mécanique. Ibn Khaldoun remarque très justement : « *On ne saurait totalement connaître les secrets du monde invisible par l'emploi de moyens artificiels. Il reste vrai pourtant qu'il existe un certain rapport entre la demande et les réponses [...]. Les rapports mutuels des choses fournissent à l'esprit le moyen d'obtenir la connaissance de l'inconnu et lui servent ainsi de voie pour y atteindre. La faculté d'apercevoir les rapports des choses se trouve surtout chez les personnes habituées aux exercices spirituels dont la pratique augmente la puissance raisonnante et ajoute une nouvelle force à la faculté de réflexion.* »

Il serait des plus faciles de mécaniser la construction et l'interprétation d'un thème géomantique en utilisant un ordinateur auquel on se bornerait à fournir les caractéristiques des rangées initiales de points tirés par le questionneur. La chose est, on le sait, devenue courante en matière d'horoscopes astrologiques. Les traités de géomancie imprimés à la Renaissance et aux siècles suivants contiennent toutes les données requises. Ils examinent en détail les colorations que l'une ou l'autre des douze maisons donnent aux figures qui viennent les habiter à l'occasion d'une consultation. Mais, comme dans tout procédé divinatoire, la valeur de l'oracle dépend directement des qualités du devin : la géomancie ne peut donc se mécaniser. Sa mise en œuvre exige une ascèse personnelle et le mieux serait, comme toujours, de pouvoir aller à l'école d'un authentique maître, exigence difficile à satisfaire dans la civilisation actuelle !

La tradition demeure vivace en Afrique et à Madagascar, pour combien de temps encore ? Les devins ou « bokonons » y disent que leur art vient d'Ife. Cette ville existe toujours au Nigeria, près de la côte du Bénin ; elle est toutefois bien déchue de sa grandeur. En prononçant son nom, le bokonon évoque une ville fabuleuse, capitale d'un État autrefois puissant et florissant. Il pense même à la ville céleste dont la réplique terrestre ne fut qu'une image. Ife-la-Sainte est le séjour éthéré du Dieu Formateur du Monde et le soleil levant en indique la direction.

Un manuscrit anonyme rédigé vers 1700 décrit une consultation géomantique dans cette région : « *Il y a une espèce de coupe de bois ou de cuivre dans laquelle on met des noyaux de palmistes [...]. Ce*

sont eux qui servent à faire la consultation. Le nègre jette de la poussière de bois sur une petite planche et l'y étend. Après quoi, il reprend les noyaux dedans la coupe où il les avait mis et les remue dans ses mains pendant un temps et fait des marques avec le doigt du milieu sur la poudre. » B. Maupoil a connu ces bokonons ; il précise qu'il y a quatorze, seize ou dix-huit noyaux, un nombre toujours pair, l'impair se trouvant rigoureusement exclu. Après les avoir manipulés cérémonieusement en invoquant les bokonons morts qui, de l'autre côté, l'assistent, le devin rend hommage aux quatre points cardinaux en tournant la tête successivement vers l'Est et la Terre, l'Ouest et l'Air, le Nord et le Feu, le Sud et l'Eau. Les esprits puissants qui résident dans ces lieux vont l'aider en parlant par sa bouche. Le bokonon lisse la poudre de sa planche divinatoire puis, ayant repris les noyaux, il les place dans le creux de sa main gauche et s'efforce de les saisir tous dans sa main droite. Suivant qu'il en reste un ou deux dans sa main gauche, il trace un ou deux traits sur le plateau. S'il y avait trois noyaux ou plus, le coup serait nul et il faudrait recommencer.

Le devin inscrit les résultats dans la poudre en se servant du troisième ou quatrième doigt de la main droite ; l'emploi de l'index est tout à fait prohibé : « *digitus impudicus* », disaient déjà de lui les Pères de l'Église ! Les traits s'inscrivent de droite à gauche et de haut en bas, selon l'ordre suivant :

2	1
4	3
6	5
8	7

L'ensemble des huit tirages représente un seul signe : le système géomantique africain utilise en effet des doubles arrangements quadruples, de la forme :

"	"
⋮	⋮
⋮	⋮
"	"

Il y a 16×16 , soit deux cent cinquante-six signes différents au total. Seize d'entre eux s'appellent Mères : il s'agit des ensembles où la colonne de gauche redouble simplement la colonne de droite. Les deux cent quarante autres sont les Enfants : les parties droite et gauche y diffèrent, tout en étant des moitiés de signes Mères. Par exemple ⋮⋮ est « les Deux », la Vie et la Mort, l'Univers connu et inconnu. Premier des seize Mères, il est leur chef et marche vers l'Est. Son complémentaire ⋮⋮⋮⋮ est l'Occident et la Nuit. Sa féminité

s'oppose à la masculinité de son compagnon. On retrouve le sens défavorable de la Prison dans la Mère : ☵☵ qui résume toutes les laideurs et toutes les impuretés. Les Enfants issus du mariage de ce signe avec les précédents, c'est-à-dire ☵☶ et ☵☷ présentent naturellement un aspect défavorable. Si le devin les rencontre, il signalera au consultant qu'il lui faut se méfier des mauvais tours que pourraient lui jouer sa femme ou ses adversaires.

Pour éclairer et nuancer la réponse principale, le bokonon tire deux autres signes, toujours doubles, et les trace sur le plateau à droite et à gauche du premier. Les préséances et les combinaisons des trois réponses s'interprètent selon des règles où l'on devine le Pair et l'Impair pythagoriciens. Les devins, pour la plupart, croient comme leurs clients à la toute-puissance des signes : infallibles, ils ne peuvent dire que le vrai. Certains bokonons ne se satisfont pas de cette vision par trop simpliste. Ils estiment que les signes sont des messagers qui enseignent au consultant le destin qui le marque. A lui de savoir écouter judicieusement cette voix divine. La géomancie, comme tous les autres arts divinatoires, oblige en effet à poser l'insoluble problème métaphysique de la liberté humaine : l'avenir est-il préécrit inéluctablement ? Ou l'homme a-t-il le choix entre une pluralité de futurs possibles ?

4. Leibniz étudie les hexagrammes

La civilisation chinoise se passionna pour ce problème : le *Yi-king* ou *Livre des Changements* constitue un de ses grands classiques philosophiques. Dans sa rédaction actuelle, il donne le sens des soixante-quatre hexagrammes. L'histoire de cet ouvrage a été embrouillée à souhait à la fois par les érudits du pays et par les Occidentaux s'essayant à le traduire. Un seul repère : la destruction de tous les livres en 213 avant notre ère par l'empereur Hoang-Ti. Ce bâtisseur de la Grande Muraille aurait été excédé par les incessantes remontrances de lettrés qui critiquaient son despotisme en s'appuyant sur les avis des anciens philosophes. Le cœur du *Yi-king* s'avère sûrement multiséculaire, mais dans quelle mesure le texte reconstitué de mémoire sous les anciens Han (202 av. J.-C.-23 apr. J.-C.) correspond-il à l'original du *Livre des Changements* ? Le débat demeure largement ouvert.

La divination se pratiqua en Chine de temps immémorial. Le site archéologique d'Angang a livré des dizaines de milliers de témoignages remontant aux alentours de 1000 avant notre ère. Os ou écailles de tortue éclatés au feu livraient dans le dessin de leurs brisures des messages surnaturels qu'interprétaient les devins. Certains se sont même demandé si les caractères complexes de l'écriture chinoise ne puisaient pas leur origine dans ces craquelures. Pour faciliter l'interprétation, on classa les cassures dans des catégories types. L. Vandermeersh a observé que le brûlage d'une écaille de tortue représente une opération longue et coûteuse : d'où la tentation de la remplacer par le simple tirage au sort d'un numéro de code ! On aurait ainsi abouti aux soixante-quatre hexagrammes décrits dans la dernière version du *Yi-king*. Il serait intéressant de pouvoir préciser la date de cette systématisation : avant Pythagore ? après Pythagore ? La réponse est impossible, faute de repères suffisamment exacts. Ce flou a permis aux rêveries occultistes de se déchaîner et certains n'hésitent pas à attribuer les soixante-quatre hexagrammes à Fo-Hi, mythique fondateur de l'Empire du Milieu, trois millénaires avant notre ère.

Le mathématicien philosophe Leibniz reste un des premiers savants occidentaux à s'être passionné pour ces figures. Il en avait eu la révélation en 1701 par une lettre du père Bouvet, un missionnaire jésuite. Mais il s'agit en fait d'une longue histoire. Dès son plus jeune âge, Leibniz fut hanté par la recherche de cette Méthode Universelle dont Descartes avait eu la révélation. Dans une *Vie* (écrite par lui-même), il note : « *C'est vers cette époque [à dix-sept ans] que parut ma Dissertation de l'Art combinatoire que lurent avec intérêt des hommes très éminents, en particulier Kircher et Boyle.* » Il ne renia jamais cet ouvrage de jeunesse, bien au contraire. Un commentaire libellé de sa main sur un *Projet... pour avancer l'art d'inventer* contient ces phrases étonnantes : « *On n'a pas considéré de quelle importance il serait de pouvoir établir les principes de Métaphysique, de Physique et de Morale avec la même certitude que les Éléments de Mathématiques. Par ce moyen, on n'arriverait pas seulement à une connaissance solide de plusieurs importantes vérités, mais encore on parviendrait à un Art d'Inventer admirable et à une analyse qui ferait en d'autres matières quelque chose de semblable à ce que l'Algèbre fait dans les Nombres.*

« *J'ai trouvé cette chose étonnante : on peut représenter par les Nombres toutes sortes de vérités et conséquences. Il y a plus de vingt ans que je trouvai la démonstration de cette importante connaissance*

et que je m'avisai d'une méthode qui nous mène infailliblement à l'analyse générale des connaissances humaines, comme on peut en juger par un petit traité que je fis imprimer alors, où il y a quelques choses qui sentent le jeune homme et l'apprenti, mais le fond est bon et j'ai bâti là-dessus autant que mes autres travaux me l'ont permis. »

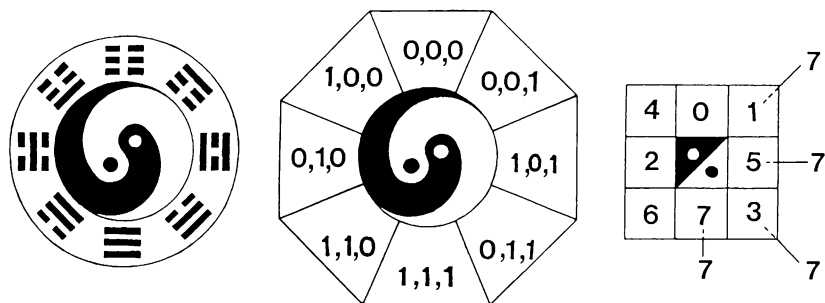
Comme Ramon Lull, Leibniz estimait que « *la Combinatoire est l'art d'inventer les questions, et l'Analyse l'art d'inventer les solutions à ces questions* ». Il rêva d'une « *Machina combinatoria* », ou « *Machina analytica* », capable de traiter les problèmes généraux pour les résoudre formellement, et non pas seulement numériquement, et jeta sur le papier des esquisses de réalisation. Mais la technologie mécanique s'avère bien insuffisante ; jusqu'où aurait-il été s'il avait eu à sa disposition toutes les ressources de la technologie micro-électronique !

Outre ses nombreux autres titres de gloire, Leibniz reste l'inventeur incontesté de l'arithmétique binaire où l'on n'utilise que les deux seuls chiffres 0 et 1. Au XIX^e siècle, Boole généralisa ce savoir en assimilant ces symboles au Vrai et au Faux. Les ordinateurs actuels usent très largement de cette algèbre. Le rêve de Leibniz se trouve réalisé et bien au-delà car les machines se révèlent effectivement capables de traiter des problèmes logiques généraux.

Revenons au père Bouvet. En novembre 1700, il eut l'occasion de décrire les hexagrammes du *Yi-king* à l'un de ses collègues en Europe, le père Gobien. Il remarquait que les innombrables commentaires des lettrés chinois « *paraissent plus propres à embrouiller et obscurcir davantage le véritable sens, qu'à en développer le mystère* » et devina dans les soixante-quatre caractères et leurs trois cent quatre-vingt-quatre lignes (6×64) un système complet de philosophie des nombres. Le père Gobien fit connaître à son correspondant l'arithmétique binaire de Leibniz et le missionnaire écrivait le 8 novembre 1702 au mathématicien philosophe : « *Si vous avez reçu ma dernière lettre, elle vous aura appris l'état que je fais de votre nouveau Calcul numérique, à cause du rapport singulier qu'il me paraît avoir au système ancien des lignes de Fo-Hi.* » De son côté, Leibniz mentionne dans des notes personnelles : « *Le R.P. Bouvet et moi avons découvert le sens apparemment le plus véritable, selon la lettre, des caractères de Fo-Hi* », et il précise : « *C'est l'arithmétique binaire qu'il paraît que ce grand législateur a possédée, et que j'ai retrouvée quelques milliers d'années après. Dans cette arithmétique, il n'y a que*

deux notes 0 et 1, avec lesquelles on peut écrire tous les nombres. Quand je communiquai cette arithmétique au R.P. Bouvet, il y reconnut les caractères de Fo-Hi, car ils y répondent exactement mettant la ligne interrompue — — pour 0 et la ligne entière — pour l'unité 1 [...]. Il paraît que Fo-Hi a eu des lumières sur la science des combinaisons sur laquelle je fis une petite dissertation dans ma première jeunesse. »

Traditionnellement, les exégètes chinois du *Yi-king* analysent les soixante-quatre hexagrammes comme étant composés par la superposition de deux trigrammes, ou sous-ensembles de trois lignes. La figure reproduite ici montre les huit ($2 \times 2 \times 2$ combinaisons) trigrammes disposés en octogone. Remplaçant chaque trigramme par le nombre qui lui correspond en binaire et déformant l'octogone en carré (topologiquement équivalent), on observe que la somme de deux nombres diagonalement opposés reste constante, égale à sept.



Les huit trigrammes.

Il ne paraît pas étonnant de voir se rapprocher arrangements binaires du *Yi-king* et dispositions de nombres en carré magique. Les mêmes mathématiciens mystiques spéculèrent sur ces deux harmonies numérales. Ne concluons pas pour autant que les savants chinois inventèrent l'algèbre binaire bien avant Leibniz. Les prêtres calculateurs de l'Égypte des Pharaons usèrent eux aussi de processus typiquement binaires pour multiplier deux nombres l'un par l'autre et pourtant, on ne peut les créditer du même savoir que le philosophe allemand du XVIII^e siècle.

L'ordre dans lequel le *Yi-king* examine les soixante-quatre hexagrammes a résisté à tous les efforts de déchiffrement. On constate uniquement que les symboles vont par paires : une figure de rang impair est suivie d'une autre qui est normalement son inverse (comme

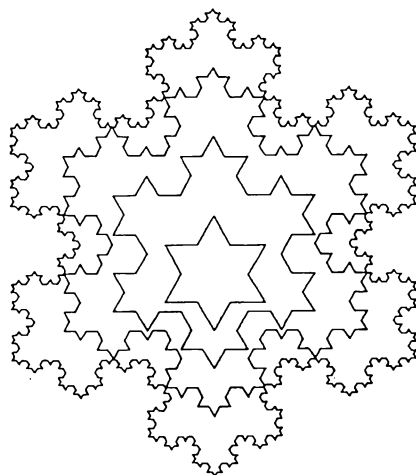
 et ) ; mais si les deux trigrammes de la figure initiale sont symétriques, son compagnon pair s'obtient par complémentation (comme  et ).

Entre les seize figures géométriques arabes à quatre lignes de points et les soixante-quatre hexagrammes chinois à six rangs, il reste place pour une série de trente-deux signes à cinq étages. A-t-elle joui d'une certaine considération ? Oui, et son emploi se trouve décrit dans un curieux petit ouvrage qui se réclame d'une fabuleuse antiquité : l'Égypte des pharaons.

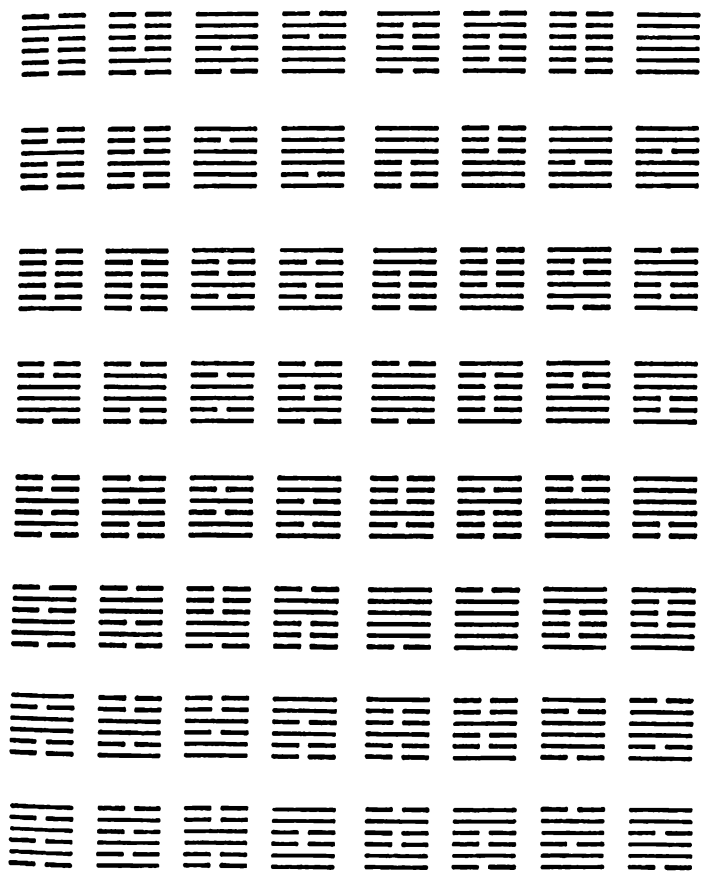
L'expédition de Bonaparte en 1798-1799 avait un but clairement affiché : couper aux Anglais la route des Indes et, en fait, un but occulte très précis : se débarrasser du trop populaire général. Celui-ci avait eu l'occasion de lire quelques-uns de ces romans initiatiques où le XVIII^e siècle finissant célébra les mystères d'Isis. Enthousiasmé par sa mission, le futur Napoléon se fit accompagner par des savants et des archéologues aussi enflammés que lui. Le dénommé Hirchenhoffer a-t-il réellement, à cette occasion, découvert dans un tombeau du désert de Lybie un papyrus divinatoire dont l'empereur en puissance aurait pris copie ? Cela paraît bien fantaisiste. Il n'empêche que son petit ouvrage eut à l'époque une édition en anglais et plusieurs en espagnol, mais il ne semble pas avoir été publié en français. On y emploie les signes géomantiques à cinq rangs.

Le consultant pose une question choisie sur une liste de trente-deux interrogations types : voyage, travail, gloire, vol, fortune, amour, mariage, amis. Il tire ensuite par le sort cinq lignes de points qui, réduites au pair ou à l'impair, fournissent une des trente-deux figures possibles. Cela fait, il cherche sur un grand tableau carré de 32 × 32, soit 1 024 cases, celle correspondant à la fois à sa question et à la figure obtenue. Cette case porte un dessin : signe du zodiaque, ruche, cœur percé d'une flèche, pyramide, triangle maçonnique, etc., qui renvoie à la page correspondante du livre où on lit la réponse du

sort. Comment ces réponses furent-elles élaborées ? Il semble bien que chaque figure a un sens qui se rattache aux combinaisons du Pair et de l'Impair comme ses sœurs géomantiques. Le dessin nuance la réponse : par exemple le Lion renforce alors que le Cancer marque l'hésitation. Une telle automatisaion de l'interprétation permet un emploi aisé de l'Art Combinatoire ; elle n'est pas sans rappeler ce *Dodéchedron de Fortune* qui fit fureur à la Renaissance.



En méditant un symbole, on voit sa signification se développer presque à l'infini.



Les 64 hexagrammes du *Livre des Changements*.

Vaincre le hasard par des calculs

1. Gnose et preuve par neuf

Au début du III^e siècle de notre ère, l'auteur chrétien Hippolythe rédigea une *Réfutation de toutes les hérésies* qui reste une inépuisable source de renseignements. Le Livre Quatre s'en prend hargneusement aux astronomes confondus avec les astrologues : « *Aristarque de Samos, Archimède et Ptolémée se sont donné beaucoup de peine pour mesurer le ciel et la terre. Tous ces travaux ne sont que des imaginations creuses qui ne méritent que pitié.* » On en vient ensuite aux mathématiciens, Hippolythe désignant par ce nom « *ceux qui prétendent annoncer l'avenir au moyen de certains calculs. Pour exécuter ceux-ci, ils se servent principalement des lettres et des noms, les lettres ayant en grec, comme dans plusieurs autres langues anciennes, une valeur numérique* ». On a donné précédemment ces valeurs pour le grec et l'hébreu. Hippolythe entre dans les détails de la technique de ces « calculs pythagoriciens » :

« *Ceux qui prétendent prédire par cette méthode prennent comme point de départ ce qu'ils appellent des racines. Pour les centaines, cette racine est le nombre d'unités égal au nombre de centaines. Ainsi, dans six cents, il y a six centaines : la racine est six. De même pour les dizaines ; pour quatre-vingts qui comprend huit dizaines, la racine est huit. Dans le cas des unités, la racine est tout simplement le nombre d'unités lui-même. Ainsi, pour huit, c'est huit.* » On opère de même pour les lettres, compte tenu de leurs équivalences numériques. La racine de *lambda* est trois, et celle de *sigma* deux. Soit alors « *à prendre la racine d'un nom, comme par exemple Agagem-*

non. On a pour α la racine 1, pour γ 3, et ainsi de suite. Faisant la somme : $1 + 3 + 1 + 4 + 5 + 4 + 5 + 8 + 5 = 36$, on en prend la racine par le même procédé : celle de trente est trois. Ajoutée à six, elle donne la racine ultime d'Agamemnon, soit neuf ».

Hippolythe remarque qu'il reviendrait au même de diviser 36 par 9 et de prendre comme racine le reste, c'est-à-dire 0 ou plutôt 9, puisque 0 n'est pas réellement un nombre entier. Certains, précise-t-il, préfèrent les racines septénaires en place des racines novénaires : il leur suffit d'exécuter une division par sept, au lieu de la division par neuf, en retenant toujours le reste. Ainsi, la racine septénaire de 34 est 6 ($34 = 4 \times 7 + 6$) alors que sa racine novénaire est 7 ($34 = 3 \times 9 + 7$). La racine novénaire présente un avantage pratique décisif, puisqu'il suffit d'additionner les chiffres d'un nombre (réitérant au besoin l'opération sur la somme, et ainsi de suite) pour évaluer sa racine novénaire. Soit, par exemple, 3 874 ; on a comme première réduction 22 ($3 + 8 + 7 + 4$), puis 4 ($2 + 2$). La division de 3 874 par 9 fournit bien 4 comme reste ($3\,874 = 430 \times 9 + 4$). L'historien des sciences, P. Tannery, voit dans ce texte la plus ancienne description connue de la familière preuve par 9. La preuve par 7 serait aussi efficace mais elle exige d'effectuer les divisions au lieu de se contenter de réductions par addition. Ainsi de l'exemple ci-après :

$$\begin{array}{c} \diagup 5 \diagdown \\ 1 \quad \quad 1 \\ \diagdown 2 \diagup \end{array}$$

preuve
par 9

$$\begin{array}{r} 23 \\ 47 \\ \hline 161 \\ 92 \\ \hline \end{array}$$

1.081

$$\begin{array}{c} \diagup 2 \diagdown \\ 3 \quad \quad 3 \\ \diagdown 5 \diagup \end{array}$$

preuve
par 7

Il reste loisible de faire la preuve par 2, 3, etc. : un mathématicien rattacherait toute cette famille de preuves à la théorie des congruences, déjà rencontrée à l'occasion de la construction des carrés magiques.

A quoi les mathématiciens devins d'Hippolythe employaient-ils leurs calculs de racines ? Dans le cas d'une bataille entre deux guerriers par exemple, l'issue était prédéterminée par la comparaison des racines de leurs noms respectifs en accord avec la règle aristotélienne d'Ibn Khaldoun. *La Réfutation de toutes les hérésies* la for-

mule ainsi : « *Lorsque l'un est impair et l'autre pair, l'impair l'emporte lorsqu'il est le plus grand. Si l'on a par exemple 8 pair et 5 impair, c'est 8 qui l'emporte comme plus grand. Si, par contre, les deux nombres sont tous deux pairs ou tous deux impairs, c'est le plus petit qui l'emporte.* »

Une idée vient immédiatement à l'esprit : ouvrons les livres d'histoire pour vérifier l'exactitude de cette règle. Les contre-exemples abondent, bien sûr. Mais un devin habile ne se laisse jamais prendre de court. Il suffit de compliquer le calcul des racines et l'auteur chrétien rapporte quelques-unes des règles imaginées à cet effet : ne pas enregistrer deux fois la même lettre, sauter certaines voyelles si d'autres sont présentes, retrancher un nombre de lettres fonction du combat considéré, etc. Si tous ces artifices échouent, il reste l'ultime ressource : « *Tel nom doit être un surnom, ce n'est pas le nom véritable donné à la naissance.* »

2. La roue de Pythagore

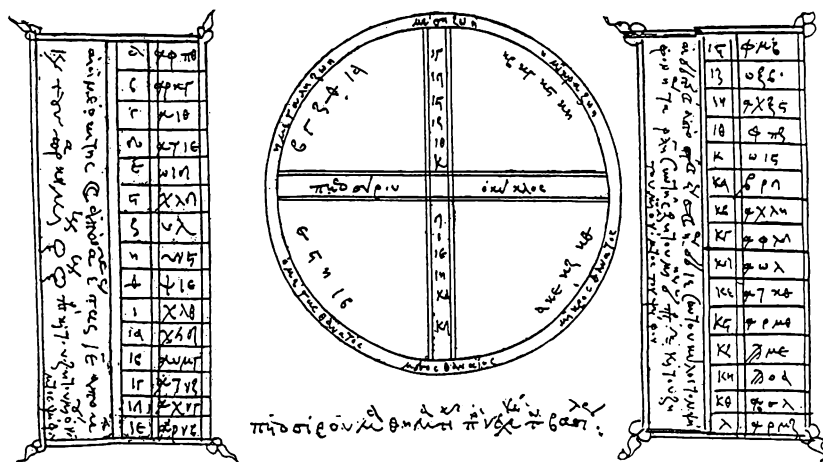
Les numérologues modernes baptisent « réduction théosophique » ce calcul pythagoricien des racines qui a vraiment pour lui une vénérable antiquité. Hippolyte serait-il dans le vrai en le faisant remonter au sage de la Grande-Grèce lui-même ? Le néopythagoricien Jamblique raconte que le Maître invita l'Hyperboréen Abaris à utiliser des combinaisons de nombres pour scruter l'avenir, de préférence au classique examen des entrailles sanglantes d'animaux sacrifiés, ce procédé s'avérant « *plus pur, plus divin et plus conforme aux nombres célestes des dieux* ». Platon connaît le concept de racine d'un nombre, et son neveu Speusippe en précise l'emploi dans son traité (perdu) *Sur les Nombres pythagoriciens*. L'invention par Pythagore lui-même de la divination par les nombres se situe donc tout à fait dans le domaine du plausible.

Il subsiste toujours une *Lettre de Pythagore à Télauges*, son fils, d'après Diogène Laërce. « *Après de bonnes études et de nombreux essais de vérification, voici ce petit écrit qui renferme une table fort précieuse. Celui qui la possède pourra, en s'aidant des explications qui l'accompagnent, connaître le présent, le passé et aussi l'avenir.* » Après ce préambule, on trouve une description très analogue à celle d'Hippolyte qui eut probablement connaissance de cette *Lettre*. La

table en question n'est rien d'autre que l'explication de la règle des pairs et des impairs. En voici, à titre d'exemple, un extrait :

9 et 5 : 5 triomphe
8 et 5 : 8 triomphe
7 et 5 : 5 triomphe
6 et 5 : 6 triomphe
5 et 5 : l'attaquant triomphe.

Certains manuscrits grecs livrent ce genre de table attribuée tantôt à Démocrite, tantôt à Petosiris. A la Renaissance, on imprima cette figure et on la réimprima jusqu'au XVII^e siècle. P. Tannery remarque à son propos : « *Quant à la bizarre disposition des nombres de cette figure, la loi qui y a présidé me semble une véritable énigme* », et conclut : « *Elle ne me paraît pas valoir la peine que demanderait sa solution.* » Il s'agit d'une correspondance entre lettres de l'alphabet et nombres. Les diverses versions manuscrites et imprimées présentent de grandes variantes. Cela s'explique : rien de plus humain que de trébucher en recopiant. Faute de connaître la loi de formation, les rectifications ultérieures sont impossibles. On peut penser, ce n'est qu'une hypothèse, que l'inventeur de cette roue eut recours à un procédé de genre guématrie. Il a pu compter les noms entiers des lettres, procédé pratiqué par certains rabbins. Dans ce cas, si *alpha* (1 + 30 + 500 + 1) continue à valoir 1 (la somme 532 a comme



Roue de Pythagore figurant dans un manuscrit alchimique grec.

racine 10, puis 1), *bêta* ($2 + 8 + 300 + 1$) équivaut à 5 (la racine de 311) et ainsi de suite. Transposant les lettres grecques en leurs analogues latines, on définit la table :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	(J)	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	(V)	X	Y	Z
1	5	7	7	1	6	4	3	4		2	6	8	9	9	9	7	9	2	8	9		7	9	1,

bien capable d'étonner qui en ignore la clé très simple.

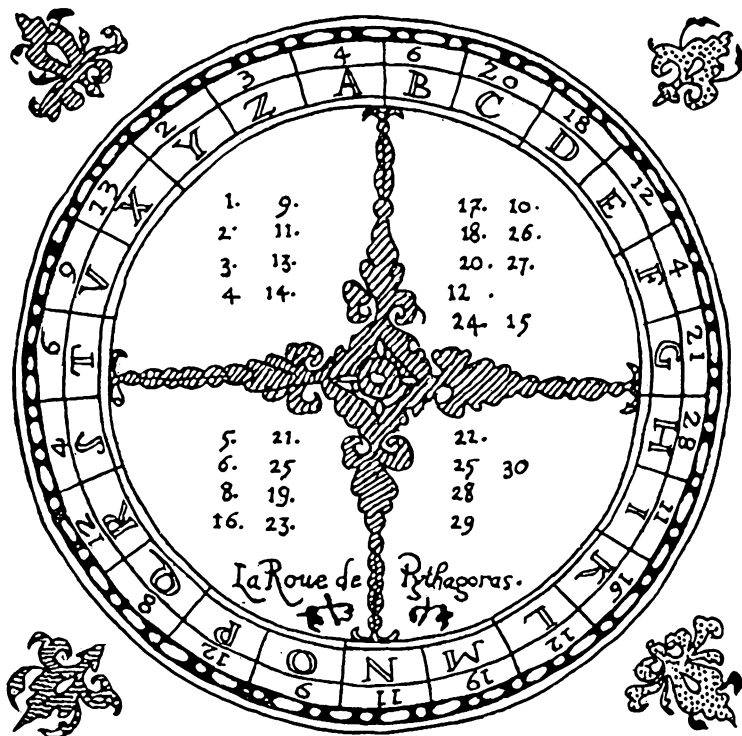
Cette clé, je ne l'ai pas inventée moi-même ; ce n'est pas le fruit de mon imagination ; elle peut valablement se réclamer d'une très ancienne tradition. Le néo-platonicien Artémidore d'Éphèse écrit, au second siècle de notre ère, une *Clef des Songes* qui reste le modèle de toutes les interprétations de rêves parues depuis (sans exclure Freud dont Artémidore est vraiment le père intellectuel). Un chapitre de cet ouvrage traite de l'interprétation des nombres vus en rêve, et Artémidore propose plusieurs modes d'interprétation. On peut prendre le nombre tel quel, mais on peut aussi compter en chiffres les lettres du nombre. Ainsi *deka* (dix, en grec) peut signifier simplement dix, mais peut aussi signifier 30 (car, en comptant les lettres qui composent le mot *deka*, on a : *delta*,4 + *epsilon*,5 + *kappa*,20 + *alpha*,1). Il suffit de faire ensuite la réduction novénaire pour se ramener à un seul chiffre situé dans la décade. Artémidore enseigne également d'autres procédés, et en particulier l'emploi d'équivalents par nombres triangulaires (les « valeurs secrètes » de certains auteurs modernes).

Dans la Roue, ou Sphère de Pythagore, la correspondance entre les lettres de l'alphabet et leurs équivalents numériques s'affiche souvent selon un cercle, modèle analogique du Cosmos, d'où le nom. Certaines figurations précisent que la moitié supérieure de ce cercle est le monde céleste, et la moitié inférieure le monde souterrain et infernal. Entre les deux, le monde terrestre où Vie et Mort s'affrontent en un perpétuel combat.

Faute d'avoir pénétré le sens profond des combinaisons numériques de la Sphère de Pythagore, un érudit aussi estimable que A. Bouché Leclercq estime, comme P. Tannery, que ses chiffres sont « *en ordre inintelligible, bien entendu* ». La seule chose « *bien entendue* » demeure l'ignorance profonde de la plupart des hellénistes dès qu'ils abordent un sujet qui dépasse leur étroite spécialisation.

LA ROUE PYTHA

gorique, ou de fortune.



<i>Planettes.</i>			<i>Jours de la semaine.</i>	
♄	Saturne.	55	Samedi	45
♃	Jupiter.	78	Jeudi.	31
♂	Mars.	39	Mardi.	52
☼	Soleil.	34	Dimanche.	106
♀	Venus.	45	Vendredi.	68.
☿	Mercure.	114	Mcredi.	102
♁	Lune.	45	Lundi.	52

La roue de Pythagore, instrument divinatoire.

N'est-il pas stupéfiant de lire dans son gros ouvrage ce jugement *a priori* : « *Si las qu'on soit des fantaisies des astrologues, on sent que la magie est à un échelon plus bas encore dans les défaillances de la raison humaine. Si l'astrologie a été un poison de l'intelligence, la magie en a été la honte.* » L'atmosphère intellectuelle du XIX^e siècle finissant se montra terriblement injuste pour tout ce qui débordait de l'étroit carcan où le scientisme prétendait enfermer toute pensée.

3. Une famille de nombres personnels

Les subtiles équivalences de la Roue de Pythagore ne semblent pas avoir été redécouvertes par l'école occultiste qui s'épanouissait alors, en contrepoids obligé. Rien d'étonnant donc à voir la plupart des modernes numérologues utiliser surtout le tableau suivant de correspondance entre lettres de l'alphabet et premiers nombres :

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	C	D	E	F	G	H	I
J	K	L	M	N	O	P	Q	R
S	T	U	V	W	X	Y	Z	

qui respecte, il faut le reconnaître, l'esprit novénaire traditionnel. Quelques-uns, suivant en cela une idée d'Agrippa, préfèrent attribuer aux vingt-six lettres respectivement les nombres de 1 à 26. La première méthode se révèle plus appropriée si l'on opère par la suite des réductions radicales ramenant systématiquement à la suite Un, Deux, etc., Neuf le résultat des manipulations arithmologiques.

On peut concevoir ces traitements d'une infinité (*aleph zéro* !) de façons. R. Markaab propose par exemple de caractériser une personne par quatre nombres : d'activité, d'hérédité, d'expression et d'idéalité. Le premier se calcule en partant du prénom ; le nom révèle le second ; le troisième synthétise les deux précédents ; on génère enfin le quatrième en ne comptant que les voyelles : il paraît logique d'ajouter ce dernier pour parfaire à Quatre la mesure numérologique.

Le nombre d'activité indique le trait essentiel du caractère, le nombre d'hérédité le legs des ascendants, le nombre d'expression la perception de la personne par les autres, enfin le nombre d'idéalité le Moi intérieur. L'harmonie des deux derniers présage loyauté et franchise ; leur désaccord signale dissimulation, voire mensonge.

Pour illustrer ces règles, voici l'analyse d'un nom célèbre :

	5		5		5			1			5		
R	E	N	E		D	E	S	C	A	R	T	E	S
9	5	5	5		4	5	1	3	1	9	2	5	1

L'activité vaut $9 + 5 + 5 + 5$, soit 24, de racine Six. L'hérédité se chiffre par $4 + 5 + 1 + 3 + 1 + 9 + 2 + 5 + 1$ ou 31, réduit à Quatre. Le total fournit pour l'expression 10, puis Un. Enfin Trois ($5 + 5 + 5 + 1 + 5 = 21 = 3$) résume l'idéalité.

L'interprétation fait appel aux significations générales exposées dans les débuts du présent ouvrage. L'harmonie de Un et de Trois, tous deux Principes, le second Impair, ne trompe pas : ce philosophe ne dissimula jamais ses idées, préférant en particulier s'exiler plutôt que de flatter les péripatéticiens « *sorbonagres* », comme les qualifiait Rabelais. La perfection et la plénitude de Six caractérisent à merveille l'activité et l'universelle curiosité de Descartes dont le destin se montrait comme scellé à l'avance par l'équilibre de Quatre, son nombre d'hérédité.

La Lettre à Téluges mariait déjà les racines numérales à des considérations sur les dates. Quoi de plus naturel alors, pour fouiller davantage l'analyse, que de calculer un nombre natal en additionnant le quantième du jour de naissance, le rang du mois et le nombre de l'année ! Pour René Descartes, né le 31 mars 1596 dans le petit bourg de La Haye entre Tours et Poitiers, ce nombre vaut Vingt-Huit ($3 + 1 + 3 + 1 + 5 + 9 + 6$), de racine Un. Cette apparition du second nombre parfait n'est pas pour étonner : voilà qui renforce l'exceptionnelle personnalité de cet homme universel. L'égalité avec le nombre d'expression révèle qu'il devait effectivement parcourir toute la route qui s'ouvrait devant lui.

R. Markaab estime que le nombre natal attribue « *une Route de Vie dont il importe de connaître les avantages et les dangers. Quant aux provisions pour le voyage, l'indication en est donnée par la mise en nombres* », et remarque : « *L'idée du libre arbitre permet-elle de penser qu'il est possible de changer sa Route pour en prendre une autre ? J'hésite à le croire, mais ce qui dépend de nous, c'est notre comportement sur notre Route.* » Coïncidence heureuse ou phénomène plus profond (la synchronicité de C. Jung) ? Il faut reconnaître que l'aventure humaine de Descartes se résume pleinement dans cette

courte description : « *La Route de Un monte droit devant elle en pente raide et pénible. Elle n'admet pas le retour en arrière mais mène loin. Elle domine de larges horizons mais exige ambition, volonté, unité dans l'action et persévérance.* »

Comme l'interrogation du sort par des arrangements géomantiques, les calculs arithmologiques obligent à poser le problème : l'avenir est-il prédéterminé ? Au contraire, l'homme est-il libre de construire une vie qu'il a délibérément choisie ? Mais est-ce bien poser la question que de la formuler ainsi ? Deux millénaires et plus de logique aristotélécienne ont conduit l'homme occidental à penser de façon binaire simple, pour ne pas dire simpliste. Et si les choses n'étaient pas si élémentaires, vraies ou fausses, noires ou blanches ? Les savoirs scientifiques commencent à découvrir, ou à redécouvrir, la complexité. Après tout, une chose peut très bien paraître blanche lorsqu'on regarde d'un certain point de vue et, examinée d'un autre angle, sembler noire. Déterminisme et libre arbitre ne sont pas réellement opposés.

La mécanique de Galilée, développée par Newton, a conduit la physique des XVIII^e et XIX^e siècles à la philosophie déterministe : la structure des causes et des effets a paru si forte qu'on pouvait (au moins théoriquement) calculer n'importe quel événement passé ou futur de l'Univers, sous la seule condition de bien connaître l'état actuel du monde dans toutes ses modalités statiques et cinétiques. L'apogée de l'idéologie déterministe se situe en 1846 avec la prédiction par l'astronome Leverrier de l'existence de Neptune. Ce triomphe fut de courte durée. Les progrès de la physique atomique et nucléaire introduisirent l'idée de lois probabilistes et non plus strictement déterministes. On ne pouvait plus calculer avec une entière certitude des effets, mais seulement une certaine distribution de chances d'observer telle ou telle valeur. Comme le constate le philosophe Rudolph Carnap : « *L'existence de lois probabilistes signifie l'effondrement de la thèse déterministe. La majorité des physiciens d'aujourd'hui n'acceptent pas le déterminisme au sens strict. Il n'y a guère qu'une petite minorité d'entre eux qui croit que la physique y reviendra un jour. Einstein lui-même n'a jamais abandonné cet espoir. Il a cru fermement pendant toute sa vie que le rejet du déterminisme en physique n'était que provisoire.* »

Certains se consolent en objectant que l'indéterminisme quantique a lieu à une échelle si petite qu'il n'affecte pas les phénomènes

macrocosmiques, ce qui se révèle exact. Comment Le Verrier aurait-il pu prédire l'existence et la position de Neptune si les lois de la mécanique céleste n'avaient pas été rigoureuses à l'échelle du système solaire ? Mais le problème est ailleurs : sauf dans des environnements très simples (cas du cortège des planètes), l'homme calculateur imaginé par Laplace se trouve désarmé. Il possède bien une certaine information mais celle-ci demeure très insuffisante. Il revient alors pratiquement au même de supposer un déterminisme strict, au sens de la mécanique de Newton, ou un certain indéterminisme fondamental. Dans un cas comme dans l'autre, la régularité apparaît suffisante pour qu'on puisse parler de libre arbitre et de choix. En effet ceux-ci impliquent qu'on opte délibérément pour une ligne de conduite plutôt que pour une autre. Or comment pourrait-on choisir s'il est impossible de prévoir les conséquences éventuelles de l'une et de l'autre ? Il faut donc que la structure causale du monde présente une régularité suffisante, et cela, dans tous les domaines, et pas seulement en astronomie et en physique. Libre arbitre et déterminisme sont indissolublement liés. Nous sommes d'ailleurs loin de connaître l'ensemble des nécessités qui constitue l'indéfinie complexité de n'importe quel environnement. Une certaine prudence s'impose avant de décider que tel ou tel élément est irrecevable *a priori*.

On a vu au chapitre précédent comment quatre arrangements géomantiques fournis par le hasard (n'y a-t-il pas des hasards que tout nécessite ?) se déploient et s'explicitent en une famille de combinaisons successives. On peut procéder de façon analogue à l'occasion de l'analyse arithmologique d'un nom. Il suffit, à l'image de la méthode géomantique targui, et en plein accord avec l'esprit pythagoricien des nombres figurés triangulaires, de réduire les deux ensembles de nombres correspondant aux lettres des prénom et nom jusqu'à leurs racines ultimes. Pour cela, partant de la gauche, on additionne les nombres des deux premières lettres du prénom pour en tirer leur racine novénaire ; on opère ainsi jusqu'à épuisement et l'on procède de même avec le nom. On recommence avec les deux ensembles de résultats, et ainsi de suite, en réduisant à chaque fois d'une unité le total des nombres obtenus.

Pour illustrer cette procédure, voici l'exemple de René Descartes. La première opération est l'addition de 9 et 5 qui donne 14, racine novénaire Cinq, que l'on inscrit sur une seconde ligne sous le

R	E	N	E	D	E	S	C	A	R	T	E	S
9	5	5	5	4	5	1	3	1	9	2	5	1
	5	1	1		9	6	4	4	1	2	7	6
		6	2			6	1	8	5	3	9	4
			8				7	9	4	8	3	4
								7	4	3	2	7
									2	7	5	9
										9	3	5
											3	8
												2

deuxième nombre de la première ligne. On a ensuite $5 + 5 = 10$, racine Un, que l'on note sur la seconde ligne à côté du 5, sous la troisième lettre. Une fois l'opération terminée, les deux triangles élaborés par réductions successives révèlent à leurs sommets respectifs Huit et Deux. Le total 10, racine Un, est appelé par R. Markaab le nombre de chance.

4. Le Loto est le Loto

De quelle chance s'agit-il ? Certains sont heureux en affaires et d'autres en amour. Sans oublier les parieurs (et les gagnants) au tiercé et au Loto ! La sagesse populaire prétend que l'on ne saurait gagner sur tous les tableaux : heureux au jeu, malheureux en amour. De tout temps, l'homme a rêvé de martingales miraculeuses et de numéros gagnants. La planche ci-après contient, à en croire l'astronome arabe Albumazzar, les moyens assurés pour gagner à la loterie. Selon lui, « *chaque numéro a cinq nombres sympathiques qui sortent en cinq tirages après le numéro avec lequel ils sont en rapport* ».

Ne sourions pas de la naïveté du pseudo-Albumazzar : la très sérieuse revue *Science et Vie* n'a-t-elle pas étudié, en 1984, les chances de sortie de tel ou tel nombre au Loto !

En 1815, la Loterie impériale française ressemblait fort à l'actuel Loto. L'Italie a toujours conservé cette forme traditionnelle. Qui ne se souvient de cet épisode savoureux narré par G. Guareschi dans un de ses immortels *Don Camillo* ? Staline vient de mourir et le portrait du Grand Chef est dressé sur un petit autel, devant la Maison du Peuple. Le maire donne des instructions : « *Nos adversaires croient qu'ils*

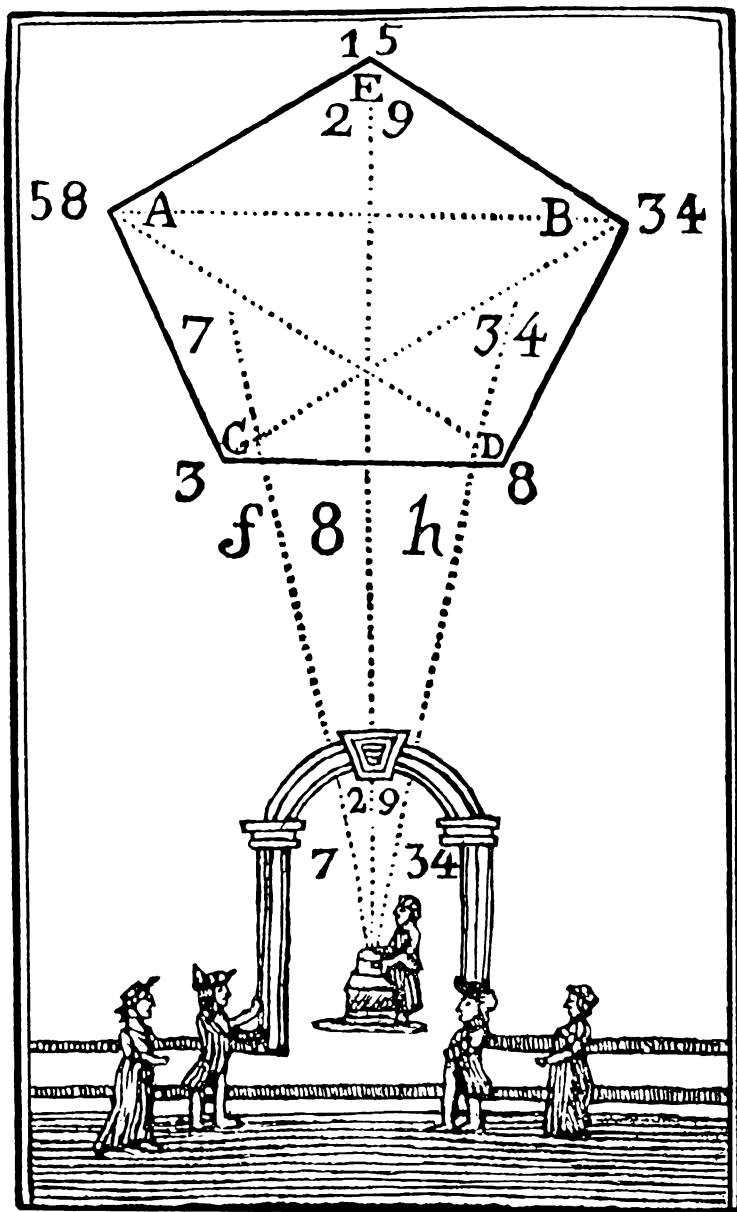


Figure pentagonale d'Albumazzar de Carpentari pour gagner au Loto.

peuvent relever la tête. Il faut agir sans hésiter. Dans les cas simples, intervenez. Dans les cas difficiles, référez-vous aussitôt à moi. » Smilzo apporte la nouvelle : tout le village ricane à propos d'un carton rédigé par la vieille Desolina. Celle-ci exerce un bien curieux métier : elle tire les chiffres gagnants correspondant aux rêves. Cette fois, elle interprète ainsi la mort du Petit Père des Peuples :

Brigand	23
Sang	18
Étonnement	62
Événement heureux	59

Peppone explose de rage mais la vieille tient bon. Que faire ? Brusco, qui ne parlait qu'à l'occasion d'une crise grave, ouvrit la bouche.

« — *Pour ma part, je commencerais par jouer les chiffres...*

Peppone bondit et l'attrapa par le devant de la veste.

— *Brusco ! hurla-t-il. J'espère que tu plaisantes !*

Brusco fit un grand geste.

— *Chef, dis ce que tu voudras ; mais jusqu'à demain midi, il est encore temps. Moi, demain matin, je vais en ville et sans rien dire à personne, je joue les numéros.*

— *Brusco, tu me fais horreur !* dit Peppone effectivement horrifié.

— *Chef, répondit Brusco, la politique est la politique, le jeu du "lotto" est le jeu du "lotto". Moi je ne prends les chiffres de Desolina qu'en tant que joueur. En fait, Desolina devine souvent et les numéros peuvent sortir. »* Et de jouer pour lui et Peppone le « terne et quaterne pour toutes les urnes » !

Le tirage de la loterie italienne se fait en choisissant au hasard cinq nombres de deux chiffres chacun. Le joueur, dit actionnaire, a risqué telle somme sur une combinaison de deux nombres (ambe) ou sur trois (terne) ou, s'il est audacieux, sur le quaterne de quatre nombres. Le gain potentiel croît bien évidemment avec la difficulté de la combinaison jouée.

Stupéfaction : le terne sort sur l'urne de Milan. Peppone gagne trois cent cinquante mille lires, et les autres camarades tout autant. Le numéro 62 n'était malheureusement pas sorti : en effet, remarque Brusco, « *pourquoi s'étonner qu'un type vieux comme Hérode meure un jour* » ! La vieille Desolina possédait peut-être la Clef d'Or : ce grimoire renferme une suite de curieux bois naïfs où l'on apprend que rêver de Soleil signifie 1, d'étoiles 4, d'une fosse de cimetière 5, etc. L'éditeur d'Albumazzar révèle d'autres procédés d'esprit plus arith-

momancique. « *Prenez, confie-t-il, le quantième du jour du tirage et ajoutez le quantième des calendes. Ainsi le 27 août 1774, sixième des calendes, fournit 33. Mettez ce 33 sous les nombres sortis au tirage antérieur. Vous summez et les tirez en bas par neuf, en cinq colonnes. Les chiffres ainsi obtenus doivent normalement faire partie des gagnants au prochain tirage* », sauf exception, cependant. Et d'illustrer par cet exemple :

25	80	65	19	73
<u>33</u>	<u>33</u>	<u>33</u>	<u>33</u>	<u>33</u>
58	113	98	52	106
4	5	8	7	7

Vous pouvez toujours essayer pour votre prochain choix, si vous jouez au Loto... Après tout, ce procédé en vaut bien un autre ! Ah ! ne m'oubliez pas si cela vous a rapporté gros !

On dit que c'est l'empereur Auguste qui inventa la loterie. Ses successeurs la vulgarisèrent. L'épisode d'Astérix intitulé *le Domaine des dieux* n'est pas pure imagination, il correspond bien à la réalité. Après une longue éclipse, la loterie réapparut dans les cours italiennes de la Renaissance. Et le fameux aventurier Casanova vulgarisa en France le mode de tirage à cinq nombres. Il donna à ce sujet une conférence à l'École militaire en janvier 1757. L'idée enthousiasma le pouvoir et le premier tirage eut lieu à l'Arsenal le 18 mai 1758 : il s'y gagna dix ambes et dix ternes, c'est-à-dire le maximum des possibilités de combinaisons indiquées par la cinquième base du Triangle de Pascal. Celui-ci ajoute qu'il y a cinq quaternes, ou combinaisons de cinq objets quatre à quatre : aucun n'avait été joué par les parieurs.

La Convention supprima la loterie car il était indigne pour un sans-culotte de gagner de l'argent sans travailler. Toujours à court de ressources, le Directoire la rétablit et cela jusqu'à un nouvel arrêt le 21 mai 1836. L'État s'est bien rattrapé depuis avec d'abord la Loterie nationale, puis le tiercé, le Loto (2 tirages hebdomadaires désormais en attendant, qui sait, le tirage journalier !) et maintenant le Loto sportif. On comprend d'ailleurs cet intérêt de nos grands argentiers successifs : le seul à qui cela rapporte gros est bien l'État qui encaisse ainsi sans douleur un impôt important contre lequel personne ne réclame.

5. L'alphabet de Raziel

A peu près à la même époque qu'Albumazzar, un autre devin (resté, celui-là, sans pseudonyme) proposa une autre méthode pour choisir les nombres de chance à la Loterie impériale de l'époque. Comme sa méthode se montre facilement transposable au Loto, je ne résiste pas au plaisir de vous l'enseigner. Le point de départ est constitué par le carré magique de côté 25, carré où sont entrelacés les 90 numéros de la Loterie impériale (plus riche, on le voit, que le Loto), nous dit le devin. Colonnes et lignes du carré magique sont repérées par les lettres de l'alphabet disposées dans un ordre apparemment dénué de sens : M A O D S I Z R K F B C Y E H N U L V X P G J Q T, le W manquant. On sélectionne ses numéros de chance en se repérant par ces lettres, et en ne retenant que les nombres à deux chiffres. Ainsi Pierre, lettre P, a comme numéros de chance 80, 56, 32, 8, 35, 9, 87 et 61. S'il est né un lundi, lettre L, des étoiles lui montrent les nombres 77, 53, 29, 5, 84, 88, 32 et 6. On note une répétition de 32 qui, dans ce cas, s'avérerait particulièrement favorable à notre Pierre. Ce carré est mis sous le patronage de l'ange Raziel dont certains kabbalistes ont fait l'instructeur d'Adam après la Chute et l'expulsion du Paradis terrestre.

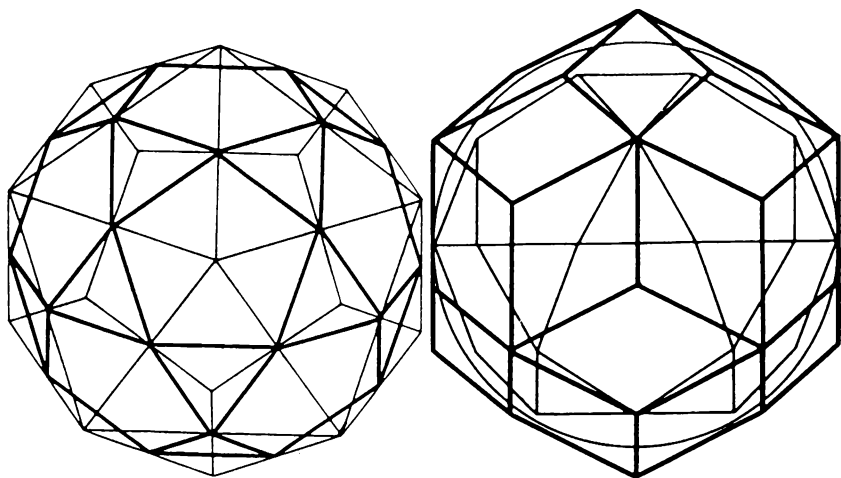
L'auteur anonyme propose un second carré magique, celui de 13, qu'il attribue à « l'ange Jophiel, dit le Cléopâtre ». Les lignes sont repérées par les lettres de A à M et M à A et les 13 colonnes par les lettres Z à N et N à Z. Le W est cette fois présent. L'opuscule précise : « *Louis et Bonaventure gagnèrent le 25 brumaire an 10 chacun un Terne sur la Loterie de Paris 44 - 52 - 20 - 53 - 80, porté aux lettres initiales de leurs noms.* »

R. Markab proposait, lui, de mettre les chances de son côté en ne jouant que si le nombre du jour se montre en sympathie avec le nombre de chance, remarquant avec sagesse : « *Que les lecteurs et surtout ceux qui m'écrivent pour me demander sans autre préambule : Donnez-moi des numéros pour gagner à la loterie et au tiercé, soient bien convaincus qu'il n'existe au monde aucune méthode permettant de gagner au jeu à coup sûr.* » C'est l'évidence même.

Il est un jeu autrement plus important que le Loto : c'est la vie de chacun. Toutes les méthodes précédentes se transposent aisément à ce dernier domaine. Un exemple pour illustrer : le jour où Descartes se vit confirmer par songe l'exactitude de ses idées est le 10 novembre

1619 dont le Deux ($1 + 1 + 1 + 1 + 6 + 1 + 9 = 20$) complète fortement Un, nombre de chance du philosophe. Celui-ci mourut le 11 février 1650, ayant accompli toute son œuvre sur cette Terre : le nombre de ce jour funeste ne pouvait être que Sept ($1 + 1 + 2 + 1 + 6 + 5 = 16$).

Un jour déterminé de l'année (en quantième et en mois, comme le 10 novembre ou le 11 février) parcourt au fil des ans le cycle de la Décade. Il y a ainsi dans une existence donnée de multiples cycles qui s'entrecroisent en accumulant leurs effets ou, au contraire, vont se combattant. En se mariant avec ces cycles, la famille des nombres personnels en ordonne la symétrie secrète. Les harmonies de ces multiples combinaisons numériques permettent d'en découvrir le sens profond.



Dodécaèdre « adouci ».

Polyèdre de Romé de l'Isle.

CHAPITRE XVI

Nombres magiques de la physique

1. Pair stable, impair radioactif

« Parmi les pythagoriciens, certains reconnaissent dix principes qu'ils ordonnent en deux colonnes : limité et illimité, impair et pair », écrivit, on s'en souvient, Aristote. Il reste curieux de constater que la physique nucléaire a redécouvert la généralité de cette intuition géométrique du sage de la Grande-Grèce. Les noyaux caractérisés par le Pair ont une durée de vie illimitée. C'est le contraire pour ceux que l'Impair gouverne : leur longueur de vie se montre limitée car ils sont radioactifs. L'exemple le plus connu est celui de l'uranium, combustible des centrales nucléaires et aussi, hélas ! explosif des bombes atomiques. L'isotope impair 235 est radioactif, tandis que le 238, pair, conserve immuablement son identité.

La découverte du phénomène de la radioactivité est l'œuvre du physicien français Becquerel, en 1896. Il avait eu la désagréable surprise de trouver voilé un paquet de plaques photographiques enfermé dans un tiroir de son laboratoire. Il aurait pu jeter le paquet, sans plus. Mais Becquerel savait se poser des questions : était-ce un incident fortuit ? ou au contraire pouvait-on expliquer logiquement ce noircissement inattendu ? Le physicien constata la présence dans le tiroir d'un échantillon minéralogique : du minerai d'uranium qui lui avait été envoyé de Bohême. Il fallait voir s'il existait une corrélation entre le morceau de pierre et le voile intempestif des plaques photographiques. Le physicien enferma donc dans le tiroir un paquet de plaques tout neuf. Le phénomène se reproduisit : il en conclut que le

minerai émettait de mystérieuses radiations qui venaient impressionner les sels d'argent. Peu après, en 1898, Pierre et Marie Curie montrèrent que c'était le radium, présent à très faible dose avec l'uranium, qui émettait le rayonnement. En 1903, Rutherford prouva qu'il s'agissait de noyaux d'hélium, qu'il nomma particules alpha.

Dix ans plus tard, Niels Bohr élaborait un premier modèle d'atome : celui-ci serait constitué d'un noyau minuscule entouré d'électrons en mouvement, à l'image du cortège des planètes qui « dansent » autour du Soleil. Puisque la matière est en moyenne neutre, la charge négative de ces électrons est juste compensée par une charge électrique positive portée par le noyau central. Ces électrons planétaires définissent par leur nombre et leur répartition les propriétés chimiques. A un cortège donné correspond un élément bien déterminé : l'hydrogène, par exemple, possède un seul électron périphérique, c'est le plus simple des éléments. A l'autre extrémité, l'uranium en compte 92. Que veut-on dire alors lorsque l'on parle d'uranium 235 ou 238 ?

Le savoir sur la structure du noyau n'a réellement démarré qu'en 1932 avec la découverte par Chadwick du neutron, infime parcelle de matière, inerte et pesant, mais dépourvu de charge électrique. Les théoriciens firent l'hypothèse d'un noyau constitué d'un mélange harmonieux de neutrons et de protons, ces derniers portant la charge électrique positive capable d'équilibrer celle, négative, des électrons. Le nombre Z de protons d'un noyau, égal à celui des électrons planétaires, caractérise l'appartenance à tel élément chimique déterminé. Le nombre N de neutrons de ce noyau n'est pas forcément égal à Z . Il en reste proche pour une raison assez évidente d'équilibre de structure. Mais si pour les noyaux légers (N et Z petits) il y a à peu près égalité, l'excès de N sur Z devient notable pour les éléments lourds. La somme $N+Z$ est dite nombre de masse A du noyau ; un « nuclide » se caractérise par une valeur donnée du nombre A . L'expérience montre qu'il existe souvent plusieurs noyaux à nombre de masse différent mais à nombre de protons identique : on dit que ce sont des isotopes d'un même élément ; ils ont mêmes propriétés chimiques, mais leurs propriétés nucléaires diffèrent profondément. Ainsi des nuclides ayant respectivement 92 protons et 143 neutrons d'une part, 92 protons et 146 neutrons d'autre part : tous deux possèdent les propriétés chimiques de l'élément uranium, mais seul l'uranium 235 ($92 + 143$) s'avère radioactif.

La chasse aux isotopes existant naturellement sur terre a été activement menée au cours des décennies passées. Elle est aujourd'hui terminée et le résultat global ne manque pas d'intérêt. Il se résume dans le tableau ci-dessous :

N	pair	impair	pair	impair
Z	pair	pair	impair	impair
Nombres de nuclides à durée de vie illimitée	160	53	43	4

L'Impair caractérise les noyaux à durée de vie limitée, *a fortiori* quand l'impair est redoublé. Les quatre (ce Quatre qui est Mesure Universelle) nuclides impair-impair existants correspondent aux combinaisons des quatre premiers nombres impairs : 1 et 1, 3 et 3, 5 et 5, 7 et 7. Le premier risque de prendre une importance capitale dans les années à venir puisqu'il s'agit du deutérium ou hydrogène lourd ($N=1$, $Z=1$), combustible de choix des futurs réacteurs nucléaires à fusion. Son abondance relative reste minime vis-à-vis de l'hydrogène normal : 0,015 pour cent du total seulement.

La combinaison $N=7$, $Z=7$ représente l'exception qui confirme la règle générale du Pair-Impair. On ne s'étonne guère de la voir mise sous le signe de Sept : ce noyau est celui de l'azote, substance indispensable aux cycles de la Vie. C'est le seul élément où l'impair-impair est plus abondant que l'impair-pair (ou le pair-impair) : l'isotope dit azote 15 ($Z=7$, $N=8$, mais Huit est très imparfait vis-à-vis de Sept) n'est présent qu'à 0,7 pour cent dans le Cosmos. Les deux autres nuclides impair-impair sont, d'une part, le lithium 6 ($Z=3$, $N=3$, présent à 7 pour cent vis-à-vis de son frère le lithium 7), un des ingrédients de certaines bombes thermonucléaires et aussi de très futuristes centrales électriques à fusion, et, d'autre part, le bore 10 ($Z=5$, $N=5$, présent à 20 pour cent vis-à-vis du bore 11).

Il faut, pour être complet, mentionner quatre ou cinq autres nuclides impair-impair présents en quantités infimes, comme le potassium 40 ($Z=19$, $N=21$, présent à 0,01 %) ou le lanthane 138 ($Z=57$, $N=81$, présent à 0,09 %), nuclides dont on a de bonnes raisons de

penser qu'ils sont radioactifs mais avec une durée moyenne de vie extrêmement élevée.

Autre observation importante : l'abondance relative des isotopes impairs d'un élément donné (à Z pair) est très généralement inférieure à celle des isotopes voisins qui sont nés sous l'étoile du Pair. Voici deux exemples pris au hasard et relatifs à l'étain ($Z = 50$) et au néodyme ($Z = 60$) :

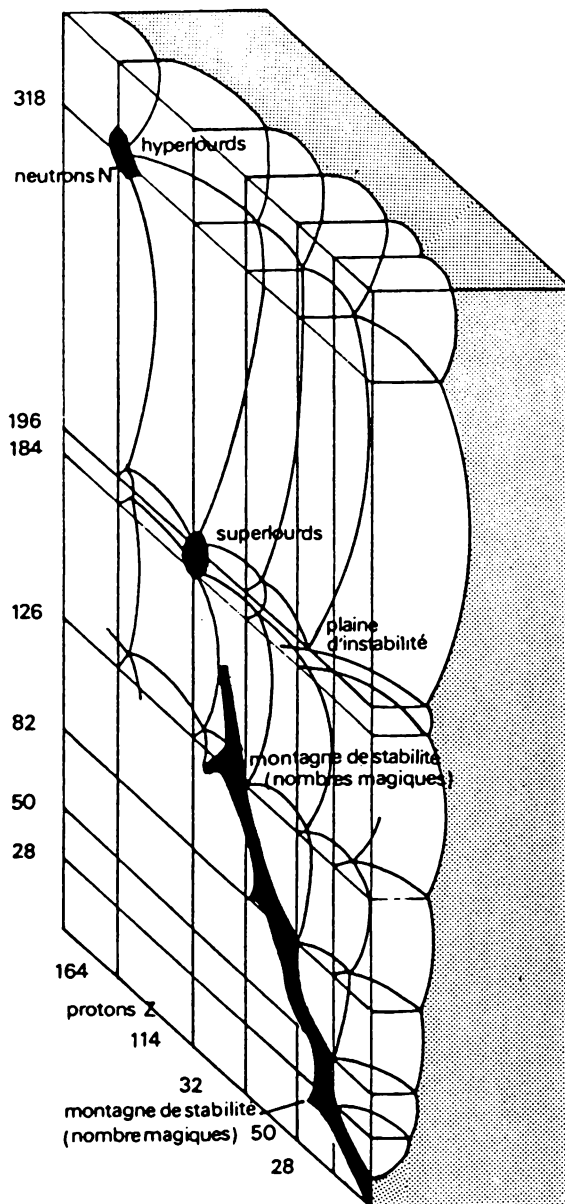
On remarque la chute relative lorsqu'on passe des étains 66 ou 68 à l'étain 67, ou encore des néodymes 84 ou 86 au néodyme 85.

Étain	N %	62 0,9	64 0,6	65 0,4	66 14,1	67 7,5	68 24,0	69 8,6	70 33,0	72 4,8	74 6,1
Néodyme	N %	82 27,1	83 12,1	84 13,8	85 8,3	86 17,3	88 5,8	90 5,6			

2. La montagne magique de Vingt-Huit

L'observation empirique des nombres de nuclides stables permet de tracer des graphiques comme celui qui figure ci-après. On prend comme axes des coordonnées les nombres Z de protons et N de neutrons. Chaque nuclide stable est représenté par un petit trait dont la longueur est d'autant plus grande que le noyau est plus stable, en d'autres termes qu'il exige plus d'énergie pour se fabriquer ou se casser. Une fois le dessin achevé, on voit émerger un certain nombre de montagnes qui correspondent chacune à des groupes de noyaux particulièrement stables. Les nombres N et Z qui repèrent les sommets de ces montagnes ont été baptisés « nombres magiques ». La première montagne nettement dessinée correspond aux valeurs 28 pour N et Z . Mystérieuse irruption du second Nombre Parfait, quatrième hexagonal et septième triangulaire !

Il existe une seconde grande montagne de sommet $Z = 82$, $N = 126$. Si la première contient le fer et le nickel, ces constituants du noyau terrestre et de nombreuses météorites, la seconde correspond au plomb, cendre naturelle des décompositions radioactives des éléments très lourds. Plus précisément, la série des nombres dits magiques est la suivante : 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, tous pairs. Les noyaux



Le nombre parfait Vingt-huit est un des nombres magiques gouvernant la stabilité des atomes.

pour lesquels le nombre Z de protons, ou le nombre N de neutrons, est égal à l'un de ces nombres magiques sont plus stables que leurs voisins. Si les deux nombres Z et N sont l'un et l'autre magiques, la situation n'en est que plus favorable, mais toutes les combinaisons deux à deux de nombres magiques ne peuvent se réaliser. Dans le cas des noyaux légers, l'égalité de Z et N peut être envisagée : on trouve ainsi l'hélium ($Z = 2$, $N = 2$) dont le noyau, si abondant dans les étoiles, est la particule alpha. Viennent ensuite l'oxygène usuel ($Z = 8$, $N = 8$) et le calcium ($Z = 20$, $N = 20$), deux éléments très abondants sur terre et donc indispensables à la vie qui s'est construite avec eux. Il y a ensuite la montagne métallique des fers et des nickels. Au-delà, l'excès de neutrons devient la règle, mais la combinaison 82-50 se révèle par trop disharmonieuse pour exister. Il faut aller jusqu'au 126-82 du plomb.

Les tentatives d'explications des nombres magiques ont permis de pénétrer dans l'intimité du noyau, encore que cette exploration demeure très loin d'être achevée. L'analogie se révèle toujours comme une méthode très fructueuse. Les physiciens ont ainsi assimilé le nuage nucléaire de protons et de neutrons à une infime gouttelette de liquide. Celle-ci peut par exemple se briser en deux, reformant immédiatement des gouttes plus petites : on s'explique la fission de l'uranium sous l'impact d'un neutron. Dans ce dernier cas, les fragments ne sont d'ailleurs pas égaux entre eux, mais en moyenne dans le rapport de 2 à 3, du Pair à l'Impair remarquerait un pythagoricien ! L'existence des nombres magiques suggère que la goutte n'est pas homogène, mais qu'elle comporte des couches qui se remplissent successivement au fur et à mesure que les noyaux deviennent plus lourds. La stabilité est maximale lorsqu'on remplit parfaitement la couche externe. Neutrons et protons ont tendance à s'y grouper par quatre pour former des particules alpha qui apparaissent et disparaissent au gré des mouvements qui règnent de façon incessante dans cet univers minuscule. Le nombre de ces particules alpha serait, d'après certains, constant et indépendant du nombre de masse du noyau ; il vaudrait trois à quatre sans doute. La stabilité particulière de l'oxygène vient de ce que son noyau correspond à un cœur parfait de quatre particules alpha. Dans le calcium, le cœur s'entoure d'une couche complète où gravitent trois particules alpha qui se défont tandis que trois autres se forment. Une couche supplémentaire, et l'on atteint le fer et le nickel, à Vingt-Huit (soit Deux fois Sept alpha).

Analogie n'est pas identité, et un modèle demeure un modèle. Peut-on d'ailleurs prétendre décrire en langage usuel la « réalité » d'un noyau ? Ce serait verser dans une métaphysique qui ne pourrait aboutir qu'à la logomachie ! Plus modestement, un modèle se révèle convenable s'il permet de faire progresser efficacement les savoirs en suggérant les voies d'exploration. Et justement, la considération des nombres magiques propose l'existence d'une montagne inconnue d'éléments superlourds stables, une fois dépassée la grande plaine d'instabilité des transuraniens. Comme on le voit sur la planche reproduite plus haut, il y aurait une seconde montagne, constituée d'éléments hyperlourds stables.

Pourrait-on arriver à les produire en faisant absorber par une cible de noyaux lourds des projectiles, eux-mêmes très lourds, de telle sorte que la masse additionnée (cible plus projectile) se situe vers les montagnes inconnues ? Les premiers essais tentés en ce sens ont été à la fois négatifs, car on n'atteignit pas le but, et positifs, car des phénomènes insoupçonnés se sont manifestés. Un espoir subsiste : si le choc peut se produire de plein fouet, tout se passe comme si le noyau obus s'arrêtait dans une matière très visqueuse. L'ensemble nucléaire formé par cette fusion est comme tout bosselé ; il fluctue, puis se fissionne brusquement. Parmi les produits obtenus, certains se révéleraient plus lourds que les noyaux cibles, donc dans la zone des superlourds. Avec des noyaux d'uranium comme obus, ce processus de fusion visqueuse, suivi de fission, pourrait même aboutir aux hyperlourds de la seconde montagne inconnue. Personne ne peut vraiment affirmer que cette fantastique alchimie est réalisable. Le verdict de l'expérience peut être négatif : il n'en reste pas moins que l'essai fera surgir du nouveau sur la façon dont les nombres régissent harmonieusement la structure profonde du noyau.

3. Et ce nombre est 137

La quantité de constantes physiques mesurées à ce jour est à proprement parler prodigieuse et, quotidiennement, des chercheurs augmentent cette masse de savoirs. Ne serait-il pas possible de réduire le volume à quelques relations simples desquelles tout se déduirait ? En somme, substituer une théorie unitaire à la cohorte des savoirs hyperspécialisés. Qu'on ne se méprenne pas : il restera toujours plus commode de recourir à un recueil de constantes pour y lire la température

de fusion de tel élément, ou les longueurs d'onde de la lumière émise par telle vapeur métallique excitée dans un arc électrique. Le problème posé à une théorie unitaire se montre tout autre ; à la limite, cela revient à cette question qui est « la Question » : l'Univers est-il le fruit du hasard ? Au contraire, sa structure profonde révèle-t-elle une harmonie cachée ? On comprend que certains se mettent à perdre toute sérénité scientifique pour en venir rapidement aux allusions perfides et aux ricanements dès qu'on prononce devant eux ces mots de théorie unitaire réellement unitaire. A dire vrai, les idées sont en train d'évoluer dans le bon sens. Il était loin d'en être de même il y a seulement une ou deux décennies. L'histoire du physicien Eddington se montre à cet égard exemplaire.

Astronome à l'université de Cambridge, sir Arthur Eddington se passionna pour la théorie de la relativité. Dans les années 1930, on s'empoignait fort à ce propos. Les géniales intuitions d'Einstein n'avaient pas encore reçu la confirmation terrifiante du soleil nucléaire d'Alamogordo. L'astronome anglais voulait d'ailleurs aller plus loin : il ne se proposa rien de moins que de relier dans une équation unique le Microcosme et le Macrocosome. D'un côté, la masse et la charge de l'électron, de l'autre le nombre de particules contenues dans l'Univers et le rayon de celui-ci. Le plus fantastique reste qu'un raisonnement simple lui permit d'écrire la relation rêvée. Celle-ci mettait en jeu un nombre, dit constante de structure fine, qui représente une sorte de « nombre d'or » de la physique contemporaine.

Le nom de cette quantité vient de ce qu'on l'a trouvée à l'occasion de l'étude très précise des raies spectrales. Mais sa signification s'avère beaucoup plus profonde : des calculs théoriques montrent qu'on peut exprimer cette constante en fonction de la charge de l'électron, de la vitesse de la lumière et de ce qu'on appelle la constante de Planck, une quantité qui intervient à tous moments dans la physique des atomes et des noyaux. Il s'agit d'une grandeur purement numérique dont la valeur ne dépend pas des unités de mesure adoptées. En d'autres termes, la constante de structure fine mesure la charge de l'électron (plus exactement son carré) dans un système « cosmique » naturel où les unités sont la vitesse de la lumière et la constante d'action de Planck. Son inverse vaut à peu de chose près 137. Mais pourquoi pas 142 ou 111 ? Faut-il, parodiant le *Sepher Ietsirah*, dire de cet inverse : « 137 et non 138, 137 et non 136. Connais par sagesse, comprends par intelligence ! »

A l'époque d'Eddington, l'incertitude expérimentale sur la mesure de la constante de structure fine permettait d'opter pour la valeur entière 136. Le physicien anglais s'appuya sur l'univers géométrique à quatre dimensions de la relativité : trois dimensions d'espace et une de temps. Il le structura à l'aide de matrices ou tableaux carrés à 4×4 , soit 16 composantes. Ces êtres se virent démultipliés à leur tour en d'autres tableaux carrés à 16×16 cases à contenus symétriques par rapport à la diagonale principale du carré. Dans ces grands tableaux, 240 cases présentent des contenus égaux deux à deux. En ajoutant les 16 cases de la diagonale principale, il y a donc :

$$\frac{240}{2} + 16 = 120 + 16 = 136 \text{ contenus indépendants par tableau.}$$

Rappelons au passage que Cent Trente-Six est un nombre figuré pythagoricien. Ce seizième triangulaire se situe juste avant Cent Cinquante-Trois. Poursuivant sur cette lancée physico-géométrique, Eddington fut conduit à écrire une équation du second degré de forme : $10 m^2 - 136 m + 1 = 0$, dont les deux solutions ont pour quotient 1 847,60. « *La valeur que donne l'observation pour le rapport des masses du proton et de l'électron est fixée à 1 847,0 avec une erreur probable d'une demi-unité. L'accord est donc complet* », dit-il avec joie. Les mesures se précisant, la valeur 136 dut être abandonnée au profit de 137. Le physicien s'en tira en faisant remarquer que l'une des valeurs doubles de son grand tableau jouait un rôle spécial, ce qui augmentait en fait la liberté de 136 à 137.

Cette audacieuse tentative mit en fureur ceux pour qui l'Univers ne peut être que le fruit du hasard. Les physiciens G. Beck, H. Bethe et W. Riezler publièrent en 1931, dans une revue fort sérieuse, un calcul canularique qui, basé sur les explications *a priori* d'Eddington, visait à le ridiculiser. Le plus extraordinaire reste que la revue publia l'article sans s'apercevoir de rien. Vue d'aujourd'hui, cette perfidie ne ridiculise que ses auteurs. Plus proche de nous, M. Born remarque à propos des idées de l'Anglais : « *Je n'ai pu critiquer ces relations car je n'ai pas réussi à les comprendre* (sic !). » Les nombres 10 et 136 étant des triangulaires, susceptibles de s'exprimer sous la forme :

$$f(n) = \frac{n^2 (n^2 + 1)}{2}$$

avec respectivement $n = 2$ et $n = 4$, M. Born ironise lourdement : « *Ce sont des nombres de l'Apocalypse. On peut écrire les versets 11 et 18, chapitre XIII, sous la forme suivante : Je vis une autre bête*

monter de la terre, elle avait $f(2)$ cornes... Le nombre de cette bête est $f(6)$. »

M. Born aurait mieux fait de porter sa critique sur un terrain plus scientifique. Les mesures en laboratoire de la constante de structure fine se sont bien affinées et l'on attribue aujourd'hui à son inverse la valeur $137,03611 \pm 0,0002$. L'écart par rapport à l'entier 137 reste très faible, mais il semble définitivement irréductible : l'explication d'Eddington se révèle irrecevable, tout au moins sous la forme simple qu'il lui avait donnée.

4. Dans la tradition pythagoricienne

Cet échec de la géométrisation unitaire était-il passager ? Au contraire, de sérieuses raisons devaient-elles faire renoncer définitivement au vieux rêve pythagoricien ? La recherche d'une théorie globale des phénomènes cosmiques implique que l'on admette l'harmonie profonde de l'Univers ; Einstein qui n'était pas croyant aimait pourtant à dire : « *Dieu ne joue pas aux dés* », signifiant par là son refus du Hasard comme principe d'explication. De son côté, Eddington ne fut pas un rationaliste étroit, la chose s'avère certaine. Comme le physicien anglais des XVI^e-XVII^e siècles, Robert Fludd, il pensait que le Cosmos est harmonieux. A l'instar de son lointain précurseur, il ne poursuivait les savoirs que pour accéder à la Connaissance.

La constante de structure fine constitue un test de choix pour qui veut valider une théorie unitaire. Situé à la charnière de la théorie électromagnétique, de la relativité généralisée et de la théorie quantique (représentées respectivement par la charge de l'électron, la vitesse de la lumière et la constante de Planck), ce nombre pur a-t-il une valeur fruit du hasard ? Au contraire, peut-on en donner une expression formelle simple ? Le sujet a été totalement renouvelé par A. Wyler, mathématicien et physicien théorique suisse. Le point de départ quasi obligatoire est toujours une description géométrique de l'Univers. Comme il faut considérer, outre la gravitation de la relativité généralisée, des charges électriques en mouvement, ce chercheur fut conduit à raisonner dans le cadre d'un espace abstrait à cinq dimensions, déjà utilisé en pareil cas. Il s'avère malheureusement impossible de résumer en quelques lignes le détail des raisonnements

d'invariance qui conduisirent Wyler à identifier certaines expressions géométriques avec l'inverse de la constante de structure fine ; il obtint finalement :

$$\frac{1}{\text{constante}} = \frac{(2\pi)^4}{3^2} \sqrt[4]{\frac{5!}{\pi^5}}$$

soit : 137,03608.

La coïncidence avec la valeur expérimentale (137,03611) se révèle remarquable ; elle se situe à l'intérieur de la fourchette de l'erreur de mesure, avec ses sept chiffres exacts. Une fois de plus, la réaction a été violente. Si l'on peut exprimer le « nombre d'or » de la physique en fonction des quatre premiers nombres (2, 3, 4 et 5) et de π , ne vait-il pas falloir bientôt croire au démiurge de Platon et au Dieu de Kepler !

Critiquant honnêtement ces calculs qu'il avait lus et compris, comme le prouve l'excellent résumé qu'il en donne, le physicien B. Robertson fit observer que le nombre obtenu par le Suisse n'aurait pas été un nombre pur : il aurait dépendu d'un certain rayon d'hypersphère. A. Wyler reprit donc ses raisonnements et montra que ce rayon n'intervenait nullement. Il ne restait que l'injure ! Trempant sa plume dans du vinaigre, Armand Jocellyn Vebel écrivit dans une revue de vulgarisation au demeurant fort honnête : « *Les tentatives de Wyler iront rejoindre celles d'Eddington dans les archives de la numérologie moderne. Il est intéressant de remarquer l'attrait que conserve une sorte de néo-pythagorisme implicite : ramener la vision actuelle si complexe du monde à quelques nombres "purs et simples", voilà un idéal inavoué mais bien ancré sans doute chez de nombreux physiciens... Ne pourrait-on y voir un comportement collectif analogue à certaines conduites régressives individuelles que la théorie psychanalytique met en évidence (sic !).* »

Aggravant son cas, A. Wyler ne se contenta pas de calculer théoriquement la constante de structure fine : il fournit une expression tout aussi simple pour le rapport de la masse du proton à celle de l'électron. Puisqu'il s'agit d'un rapport, le résultat est un nombre pur qui relie l'électromagnétisme (masse de l'électron) à la théorie du noyau (masse du proton). Le théoricien suisse exprime ce rapport en le rattachant aux énergies de deux champs classiques en physique et obtient pour le rapport l'expression très simple $6\pi^5$ de valeur

1 836,118. Les dernières mesures expérimentales donnent $1\,836,11 \pm 0,01$. L'accord se montre impressionnant. L'expression $6\pi^5$ avait déjà été suggérée par I.J. Good.

Cette fois, l'affaire devient vraiment sérieuse : que le rapport des masses du proton à l'électron s'exprime très simplement à l'aide des deux nombres 5 et 6 (voilà qui eût réjoui Pythagore !) et de la quantité π paraît impensable à A.J. Vebel qui s'exclame : « *On voit mal comment le rapport des masses de deux particules aussi différentes pourrait avoir une interprétation purement géométrique.* » Ce qu'on voit surtout mal, c'est cet *a priori* gonflé de suffisance scientifique. Si un Einstein avait eu ce genre d'état d'esprit, bien des découvertes aujourd'hui resteraient à faire !

Il existe une manière fort classique de se débarrasser d'un résultat gênant : l'expression de la constante de structure fine ? Pftt ! Cette formule simple avec 2, 3, 4, 5 et π en plus n'est que heureuse coïncidence ! Et R. Roskies de faire tourner un ordinateur à Stanford en lui demandant de cracher des formules analogues à celles de A. Wyler. Bonne bête, la machine en proposa cinq en trente secondes, comme par exemple

$$\sqrt[3]{\frac{3^7 \cdot 5^{11}}{2^2}} \quad \sqrt[2]{\frac{1}{\pi^7}}$$

qui vaut 137,03612. Il y a également les 137,03629 de :

$$\sqrt[4]{(2\pi)^8} \quad \sqrt[4]{\frac{3^2}{5^2}}$$

Mais qu'est-ce que cela prouve ? Les combinaisons de 2, 3, 4, 5 et π (surtout si l'on adjoint d'autres nombres, comme 7 et 11, ou 13 et 19) sont en nombre réellement infini, les règles données par R. Roskies à sa machine étant en effet plus larges que celles du jeu des Chiffres et des Lettres. Si, par exemple, dans une classe de 35 élèves, on demande à chacun son jour anniversaire (quantième et mois), il y a 85 chances sur cent (autant dire la certitude) pour que deux de ces dates coïncident ; les formules de R. Roskies obéissent à ce genre de hasard. Elles ont un inconvénient majeur : ne se rattacher à aucune interprétation physique ! En outre, cela n'explique pas pourquoi la géométrisation cohérente de A. Wyler fournit à la fois deux des nombres les plus importants de la physique, avec sept chiffres significatifs dans chaque cas.

5. La musique des sphères planétaires

« Œuvre divine, le Monde est intelligence et beauté.

Or, la beauté se manifeste en harmonie mathématique et figures proportionnées.

Donc le Monde est construit sur la Divine Proportion et les polyèdres réguliers dont dérive toute musique. »

C'est dans cette sorte de syllogisme que F. Warrain résume la philosophie cosmique de Kepler, une philosophie qui se traduit mathématiquement dans les classiques lois du mouvement planétaire.

On oublie par trop souvent l'origine intuitive de ces lois, plus précisément, on la passe sous silence, en rougissant de son caractère non « scientifique ». Osons le dire : Kepler fut profondément pythagoricien. La révolution copernicienne avait certes mis le Soleil au centre du monde alors connu mais, ayant posé pour les planètes un mouvement circulaire (le seul digne d'être celui d'un corps céleste), Copernic resta embarrassé dans un fatras de petits mouvements auxiliaires (les épicycles de Ptolémée) capables d'expliquer les apparentes irrégularités de Vénus, Mars, Jupiter et Saturne. Pour Copernic, le Soleil jouait uniquement les rôles de flambeau et de source de chaleur.

Kepler remarqua que la vitesse de déplacement des planètes le long de leur trajectoire se révèle d'autant plus faible que ces corps sont plus éloignés du Soleil. Il se demanda si le Soleil n'avait pas un rôle occulte à côté de son rôle visible de flambeau. Les planètes devaient lui être enchaînées par quelque vertu secrète qui s'affaiblissait au fur et à mesure que l'on s'éloignait du Soleil. Le principe du mouvement de ses compagnes ne se trouvait pas en elles-mêmes, comme on l'avait admis jusque-là. Il fallait en chercher la raison profonde dans l'astre du jour et c'est pourquoi il devait se situer au centre du Monde. La plupart des historiens des sciences nous décrivent un Kepler découvrant d'une manière toute moderne les lois mathématiques du mouvement des planètes, tant la chose paraît aller de soi. Il est très difficile de se projeter dans le temps, soit en avant, soit en arrière, sans y emmener toutes les façons de penser d'aujourd'hui, et sans s'appuyer sur tous les systèmes de références dont on se sert usuellement. Les deux cheminements présentent autant de difficultés l'un que l'autre, que ce soit la reconstruction sincère des passés plausibles ou l'invention créative des futurs possibles.

Étudiant *l'Influence des archétypes sur les théories scientifiques de Kepler*, le grand physicien W. Pauli (son principe d'exclusion gouverne les théories quantiques de l'atome et du noyau) fait très justement remarquer combien cette cosmologie se montre imprégnée de platonisme. Kepler « *était fasciné par l'antique idée pythagoricienne de la musique des sphères* [les " bacchants " de Philolaos]... *Il s'efforçait de découvrir dans le mouvement des planètes la même proportion qui se manifeste dans les intervalles musicaux et dans les polyèdres réguliers* ».

Le Macrocosme astronomique pose la même question que le Microcosme atomique. L'un et l'autre sont-ils régis par le Hasard ? Au contraire, les lois qui les gouvernent révèlent-elles une harmonie aussi essentielle que cachée ? Des travaux comme ceux de A. Wyler tendent à prouver que le petit monde de l'atome et du noyau est structuré par les premiers nombres et la géométrie du cercle (via π). La loi de Titius-Bode, dans ses interprétations les plus récentes, aboutit à un résultat identique dans le cas du grand monde des systèmes planétaires.

Il y a deux cents ans, J.D. Titius fit connaître une relation simple qui donne les valeurs a_i des demi-grands axes des orbites planétaires :

$$a_i = \frac{(2^{i-2} \times 3 + 2^2)}{10}$$

Pour la première planète, c'est-à-dire Mercure, le coefficient de puissance $i-2$ étant négatif (1-2), le premier terme n'est pas à considérer. Le calcul demeure simple et, à quelques pour cent près, correspondait aux planètes connues de ce temps, Uranus n'ayant pas encore été découvert.

	Me 1	Ve 2	T 3	Ma 4	Astéroïdes 5	Ju 6	Sa 7	Ur 8	Ne 9	Pl 10
Titius	0,4	0,7	1	1,6	2,8	5,2	10	19,6	38,8	77,2
Mesuré	0,387	0,723	1	1,52	1,5 à 5,3	5,20	9,54	19,2	30,2	34,5

Lorsque l'astronome Herschel observa ce numéro 8 en 1781, la remarque de Titius gagna en crédibilité. Bode, qui donna à la nou-

velle planète son patronyme mythologique, vulgarisa la relation, à tel point qu'elle prit le nom de loi de Bode. Les astronomes se mirent à rechercher activement la planète manquante, celle qui devait occuper l'orbite n° 5 et dont Kepler avait déjà postulé l'existence. O joie ! le 1^{er} janvier 1801, Piazzi, de Palerme, découvrit Cérès juste à la distance prévue. La loi de Titius-Bode en fut renforcée. Mais le 28 mars 1802, Ollers trouve une seconde planète dans cette zone. En 1804, Harding en observe une troisième. Depuis, les découvertes se sont tellement multipliées que l'on dénombre des milliers d'astéroïdes, puisque tel est le nom générique donné à cette grande famille. La planète perdue et retrouvée avait dû subir une catastrophe, éclater en morceaux et se volatiliser en partie car la masse totale qui gravite aujourd'hui reste minimale : de l'ordre du dixième de celle de notre Terre.

La découverte de la planète n° 9 marque le triomphe de la mécanique céleste : les perturbations qu'exerçait cet astre sur Uranus permirent à l'astronome mathématicien Le Verrier de désigner l'endroit du ciel où l'on devait pointer les lunettes. Neptune y fut découvert le 23 septembre 1846. La loi de Titius-Bode, sans être totalement inexacte, ne fournit son demi-grand axe que de façon approchée. L'écart devient total pour Pluton ce qui provoqua une grande joie chez ceux que gênait cette harmonie numérique-pythagoricienne. Rationaliste impénitent s'il en fut, l'astronome Paul Couderc fit éclater sa joie de voir enfin « *dénuées de sens les spéculations cosmographiques anciennes qui prirent pour base définie le nombre de planètes : intervalles de la gamme, polyèdres de Kepler, etc.* ». Hélas, pour le rationalisme scientiste, ce feu de joie ne fut que feu de paille !

M. W. Ovenden, astronome à l'Université canadienne de Colombie britannique, eut l'idée subversive de vouloir justifier la vieille loi de Bode. Le point de départ de son raisonnement est le suivant : lorsque plusieurs planètes orbitent autour d'une étoile, leurs mouvements se perturbent mutuellement. Les demi-grands axes des trajectoires vont lentement évoluer jusqu'à ce que l'ensemble de ces perturbations soit minimum. Il en déduisit que les rapports de ces demi-grands axes doivent être des fractions simples, ce qui rejoint l'observation de Titius, mais en la démontrant rationnellement et en la précisant plus finement. Il faut évidemment pour atteindre l'équilibre un temps très long : de l'ordre d'un milliard d'années !

Rappelons que l'âge de l'Univers, évalué par plusieurs méthodes toutes différentes, fournit une valeur de deux à trois dizaines de milliards d'années.

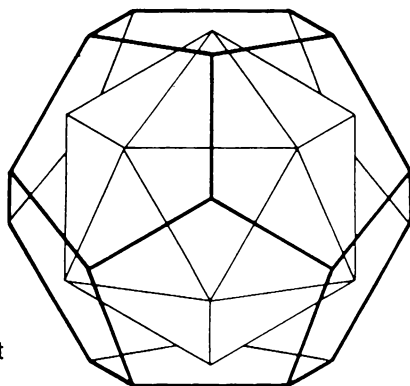
Le calcul numérique d'une structure de système planétaire par la théorie d'Ovenden exige évidemment des machines électroniques. Le Canadien justifia ainsi les systèmes de satellites qui orbitent autour de Jupiter et d'Uranus (ces systèmes de satellites obéissent, eux aussi, à la relation de Titius-Bode). Mais il y avait désaccord pour notre propre système solaire. Ovenden eut alors l'idée de faire le calcul en sens inverse en se posant la question de la planète n° 5. Si cette dernière avait disparu, il y a de cela un certain temps, quelles en auraient été les conséquences ? L'équilibre aurait été bien sûr perturbé et le cortège des autres planètes se serait mis à évoluer vers une autre configuration stable. Le résultat du calcul d'Ovenden est assez stupéfiant : la configuration actuelle des planètes du système solaire s'explique à condition d'admettre qu'une planète de masse égale à 90 fois celle de la Terre a disparu de l'orbite cinq il y a environ 16 millions d'années. L'accord entre la théorie et l'observation se révèle remarquable. La très lente évolution des orbites conduit à une nouvelle distribution rétablissant l'harmonie musicale keplérienne de notre Monde, perturbée par cette disparition somme toute très récente.

Une question vient aussitôt à l'esprit : comment cette planète aurait-elle pu se volatiliser sans pratiquement laisser de traces puisque l'ensemble des astéroïdes représente à peine un résidu de un millième ! Immanuel Velikovsky a popularisé l'idée de mondes en collision en faisant de Vénus une comète entrée par hasard dans le système solaire et capturée par l'attraction de Jupiter. L'événement serait si récent que l'homme historique l'aurait vécu ! Cet auteur de science-fiction a simplement oublié les rythmes naturels du Cosmos : la stabilisation de l'orbite de cette comète soi-disant capturée aurait exigé des millions et des dizaines de millions d'années ! et non des centaines d'années seulement ! Aux yeux de l'Éternel, un jour est comme mille ans et mille ans sont comme un jour, avait chanté le Psalmiste. Et c'est bien vrai.

Qu'il y ait eu d'immenses catastrophes dans le ciel est par contre une évidence que l'exploration par les sondes cosmiques confirme de plus en plus. On a depuis longtemps observé sur la surface lunaire ces cicatrices que sont les cirques. Mais les photos prises d'autres planètes ou de satellites de ces planètes ont montré combien le phénomène

était somme toute banal. Certains des cratères observés sont énormes, comme par exemple Artemis Chasma, un impact de 1 700 kilomètres de diamètre à la surface de Vénus (le diamètre de cette planète étant de 12 000 kilomètres). D'autres cratères sont, relativement parlant, encore plus énormes : Mimas, un petit satellite de Saturne (ce satellite mesure seulement 400 kilomètres) porte une blessure de plus de 100 kilomètres de diamètre ; la catastrophe qui créa cet impact fut sans doute bien près de pulvériser totalement le pauvre Mimas !

La Terre, notre bonne vieille Terre, n'a pas été à l'abri de telles collisions cosmiques. On a dénombré de par le monde un certain nombre de cicatrices encore visibles, la plus connue étant le Meteor Crater en Arizona, près de la ville de Flagstaff. Mais il y en a beaucoup d'autres et l'observation par satellites en fait deviner de très anciennes, certaines de grande dimension (une à deux centaines de kilomètres). Il se pourrait même que certaines de ces catastrophes aient profondément influencé le cours de la vie en coévolution sur la Terre. Un audacieux physicien atomiste a proposé de voir dans les effets d'un tel choc la cause de la disparition brutale des dinosaures, il y a de cela 65 millions d'années.



Icosaèdre harmoniquement inscrit
au dodécaèdre.



Frappant la Terre il y a de cela 200 millions d'années, un planétoïde a creusé un cratère de 70 km qui est aujourd'hui le lac Manicouagan (Québec).

CONCLUSION

Cosmos, chaos et complexité

L'Univers s'est singulièrement agrandi au fil des dernières décennies. Plus exactement, c'est la vision par l'homme de cet Univers qui s'est élargie presque à l'infini. En même temps, le Cosmos bien ordonné dans son immuable stabilité a vu l'accidentel entrer en force. La violence est désormais partout : explosions d'étoiles dans ces feux d'artifice cosmique qu'on appelle novae et supernovae, galaxies en collision, trous noirs aspirant étoiles et même galaxies dans des gouffres hors du temps et de l'espace. L'imagination des théoriciens s'est envolée créativement bien au-delà de l'imaginable. Notre Univers ne serait, au fond, qu'une sorte de bulle née du Rien, en expansion au sein d'un Super-Univers hyperdense, un peu à la manière de la bulle de mousse qui éclôt dans la bière d'un verre, avant de s'évanouir dès qu'elle a trop grossi.

Le Cosmos a cédé la place à un Chaos qui n'est pas Hasard pur. Des théoriciens ont calculé que tout n'était pas possible. Il reste de multiples contraintes qui ordonnent ce Chaos. Ainsi, la masse d'une planète n'est pas quelconque : trop petite elle aurait rendu impossible l'accrétion de matière cosmique qui, s'agglomérant, donna naissance à une protoplanète ; trop élevée et il n'y aurait pas eu planète mais étoile ratée. La masse d'une étoile n'est en effet pas quelconque, elle non plus : trop faible et le fourneau thermonucléaire ne se serait pas allumé au sein de la protoétoile ; trop grande et les réactions initiales auraient été si vives que la protoétoile se serait très rapidement volatilisée dans l'espace presque avant d'être née. De même pour les galaxies et pour ces immenses structures que sont les amas et super-amas de galaxies.

On a vu comment une vision physique unitaire permet d'expliquer harmonieusement certaines constantes fondamentales de la Nature. Il serait trop long (et hors de propos ici) d'exposer en détail comment Dirac, Hoyle, Jordan, Sciama, Wheeler (pour se limiter à

ces quelques noms connus) ont écrit des relations qui ordonnent le Chaos en contraignant à un niveau supérieur les innombrables accidents locaux fruits du hasard. L'intuition pythagoricienne : « *Tout est nombre* », revient plus en force que jamais. Mais comment peut-il se faire que l'Homme semble capable d'appréhender l'ordre caché sous la façade chaotique de l'Univers ?

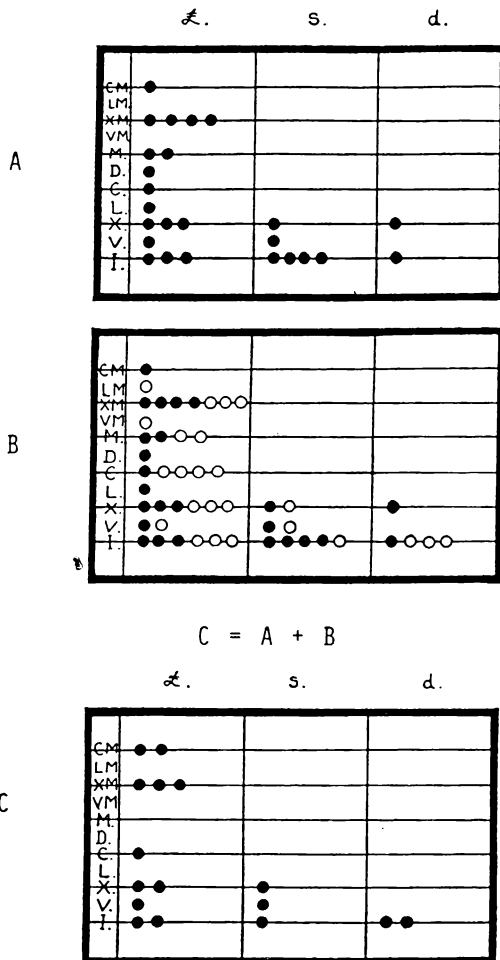
Une réponse plausible est apportée par le *Principe Anthropique* formulé par Brandon Carter en 1974 : « *L'Univers est tel qu'il entraîne l'apparition d'entités intelligentes (comme l'Homme) une fois dépassés les premiers stades de son existence en tant qu'Univers.* » En d'autres termes, l'existence d'un système observable tel qu'est l'Univers ne se conçoit pas sans l'existence parallèle d'observateurs capables d'observer ce système physique. Voilà qui sonne étrangement aux oreilles de la physique traditionnelle, celle des XVIII^e et XIX^e siècles, pour qui l'homme n'était nullement nécessaire et pour qui l'existence d'observateurs observants était plus une gêne qu'une exigence.

Et pourtant, pour que cet homme observateur existe, il a fallu que des étoiles de première génération synthétisent le carbone et l'oxygène en brûlant leur hydrogène et leur hélium. Explosant en novae à la fin de leur vie, certaines de ces étoiles ont dispersé dans le vide de l'espace les éléments chimiques dont s'est, bien longtemps après (des milliards d'années !) emparée la Vie. Et il a fallu en plus que d'autres étoiles de première génération, très massives celles-là, meurent en supernovae pour que les éléments lourds, comme par exemple le calcium et le fer, s'élaborent dans le gigantesque fourneau alchimique que constitue une telle explosion. Coloré en rouge par le fer de l'hémoglobine, notre sang d'homme est cendre d'étoiles, mortes il y a des milliards d'années.

A la complexité actuelle de l'Univers où nous vivons répond la complexité de nos cerveaux, fruits d'une lente coévolution de la matière et de l'intelligence. Nous vivons le monde où nous vivons. Une nouvelle fois, les savoirs les plus actuels retrouvent ce qu'enseigna la connaissance la plus traditionnelle : « *Ce qui est en bas est comme ce qui est en haut car tout naît d'une même source.* » L'Homme Microcosme appréhende l'Univers Macrocosme car l'existence de l'Homme est incluse dans la vie de l'Univers, un Univers qui se pense à travers l'Homme et le Nombre.

Lucien Gérardin
Juillet 1984

Annexes



Au XVII^e siècle, les comptables du Trésor Britannique utilisaient toujours un compte par jetons, une technique sans doute analogue à celle utilisée par Philolaos pour calculer l'Ame du Monde platonicienne.

Pour calculer l'âme du Monde

Dans les lignes finales de mon Introduction, j'ai promis de montrer comment les pythagoriciens avaient pu calculer les nombres qui constituent la triple, ou plutôt quadruple harmonie musicale formant, selon Platon, l'Ame du Monde. Le moment est venu de tenir cette promesse. Je rassure tout de suite ceux qui se croient allergiques aux « maths » : tout un chacun peut facilement suivre le fil des raisonnements. Le mieux serait, bien sûr, de me lire « *la plume à la main* ». C'est en refaisant soi-même les choses qu'on les comprend réellement.

La marche à suivre pour calculer les termes de l'Ame du Monde se trouve dans un passage du *Timée* reproduit paragraphe 3, chapitre V. Les caractéristiques des vingt-huit notes musicales constituant les trois gammes diatoniques planétaires (plus la gamme cosmique chaotique) avaient alors été données sous une forme moderne, en utilisant la bien commode notation fractionnaire. Moyennes arithmétique et harmonique avaient été calculées grâce aux relations formelles définissant ces quantités. Oui mais voilà, les pythagoriciens ignoraient tout de ces artifices si commodes ! Ils mettaient en œuvre des raisonnements qui nous paraissent quelque peu longs et, en tout cas, fort subtils.

La moyenne arithmétique se définit par l'égalité des différences entre termes extrêmes et moyenne. Désignant par a et b les termes extrêmes, et par m la moyenne arithmétique, on a totale identité entre ces deux relations pour estimer la valeur de m :

$$\frac{b-m}{m-a} = 1 \qquad m = \frac{a+b}{2}$$

Quant à la moyenne harmonique M , elle se définit par l'équivalence entre le rapport des différences entre termes extrêmes et moyenne et le rapport des deux quantités extrêmes. Je vous laisse le soin de vérifier que les deux relations suivantes fournissent bien la même valeur M de moyenne harmonique entre a et b :

$$\frac{b-M}{M-a} = \frac{b}{a} \qquad \frac{2}{M} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

L'Introduction arithmétique du néo-pythagoricien Nicomaque de Gêrase (où figure la toujours actuelle Table de multiplication, dite de Pythagore) est devenue facilement accessible grâce à l'excellente traduction de Janine Bertier, parue en 1978. Rappelons, en passant, que l'on ne connaît rien, absolument rien de cet homme savant qui aurait vécu au second siècle de notre ère, sauf cette boutade d'un personnage de Lucien de Samosate : « *Ma parole ! tu comptes aussi bien que Nicomaque !* »

Ce mathématicien montre comment calculer en pratique les diverses moyennes entre deux nombres donnés. On peut utiliser ces renseignements pour déterminer la série harmonieuse qui structure l'Ame du Monde platonicienne. Mais Nicomaque signale une autre méthode étonnamment simple d'emploi. Comme l'avait recommandé avant lui Plutarque, on part des deux séries fondées sur le Pair et l'Impair : celle des nombres doubles et celle des nombres triples. On dispose les deux suites en forme de *lambda* grec (c'est-à-dire en V). Les lignes horizontales sont complétées par doublement, pour aboutir finalement au tableau ci-après de nombres :

1	2	4	8	16	32	64
	3	6	12	24	48	96
		9	18	36	72	144
			27	54	108	216
				81	162	324
					243	486
						729

Chaque terme du tableau est égal au terme situé juste au-dessus augmenté du terme situé à gauche de ce dernier. Ainsi : $6 = 4 + 2$, ou encore : $72 = 48 + 24$. On remarquera, avec Nicomaque, que les colonnes verticales sont celles de nombres en consonance de quinte (rapport de $3/2$ entre nombres successifs d'une colonne quelconque).

Étant donné deux nombres en rapport d'octave (par exemple 6 et 12), leur moyenne arithmétique est la quinte du plus petit (ici 9, et l'on a bien $12 - 9 = 9 - 6$). Par symétrie, la moyenne harmonique est la « sous-quinte » du plus grand (ici 8, et l'on a bien, en parfait accord avec la définition pythagoricienne de la moyenne harmonique : $(12 - 8)/(8 - 6) = 12/6$).

Les deux extraits ci-dessous du tableau figurent ce calcul, sans calculs, des moyennes entre deux nombres dont l'un est le double de l'autre.

		4	8
6	—	12	
9		18	6
			—
			12

Cela permet, partant de la série initiale des doubles (1, 2, 4, 8) de remplir ses intervalles.

Les nombres en rapport triple l'un de l'autre ne sont pas situés sur une même ligne, mais sont décalés d'une colonne. Ainsi de 6 et 18 (qui sont entre eux comme 1 et 3). Le tableau de Nicomaque fournit sans calculs les moyennes entre de tels nombres. La moyenne arithmétique est la « sous-quinte » du plus grand et la moyenne arithmétique la quinte du plus petit. En quelque sorte il y a inversion par rapport au cas de nombres en progression double. On vérifie aisément que 12 est bien moyenne arithmétique entre 6 et 18, et

$$\begin{array}{cc} 6 & 12 \\ & | \\ 9 & 18 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 6 & 12 \\ & | \\ 9 & 18 \end{array}$$

que 9 est bien moyenne harmonique entre ces deux mêmes nombres.

Voici donc comment le Démiurge a pu, sans avoir à faire réellement de calculs, remplir les intervalles des séries du Pair et de l'Impair, du double et du triple. Mais le tableau de Nicomaque n'a pas fini de nous servir. Si, partant d'un nombre quelconque, on se décale d'une colonne puis d'une ligne vers le haut (au lieu de se décaler d'une ligne vers le bas), on trouve un nombre qui est en consonance de quarte ($4/3$) avec le nombre initial. Si on se décale d'une colonne vers la gauche et de deux lignes vers le bas, on définit des tons ($9/8$). Quant au demi-ton pythagorien (le rapport platonicien de $256/243$), il exige trois colonnes vers la droite suivi de cinq lignes vers le haut. Le tableau ci-dessous résume toutes ces choses.

1	2	4	8	16	32	64	128	256
	3	6	12	24	48	96	192	384
		9	18	36	72	144	288	576
			27	54	108	216	432	864
				81	162	324	648	1 296
					243	486	972	1 944
						729	1 458	2 916
							2 187	4 374
								6 561

Deux nombres du tableau en consonance de quarte occupent toujours des positions relatives identiques à celles occupées par les nombres 3 et 4. Il en va de même pour deux nombres distants d'un ton, ou d'un demi-ton pythagorien.

On conçoit donc que le Démiurge, après avoir rempli (sans calculs) les intervalles initiaux par des moyennes arithmétiques et harmoniques, ait pu,

toujours sans calcul aucun, situer les intervalles de quarte (Un plus Un Tiers). Il a alors, encore et toujours sans calculs, rempli ces intervalles de quarte avec deux tons (Un plus Un Huitième), laissant subsister des demi-tons pythagoriciens (Deux Cent Cinquante-Six à Deux Cent Quarante-Trois). On a figuré sur le tableau ci-dessus la décomposition graphique d'une quarte (ici 192 à 256) en deux tons (ici 192 à 216, puis 216 à 243) plus un demi-ton pythagoricien (243 à 256). Quelle que soit la quarte à remplir, le cheminement reste toujours de forme identique à celui qui vient d'être décrit.

Un dernier point à respecter avant de tracer les cheminements qui vont nous fournir la série de notes cosmiques constituant l'Ame du Monde. Il faut, bien sûr, toujours se situer à l'intérieur du tableau ou à ses limites. Le point de départ ne peut donc être le nombre Un, mais un entier situé plus à droite dans le tableau. Puisqu'il faut, pour situer certaines moyennes, monter d'une ligne, la nouvelle origine ne peut continuer à être sur la première ligne. Elle est au mieux sur la seconde ligne. La première moyenne arithmétique dans la série des doubles et la première moyenne harmonique dans la série des triples exigent de passer par le nombre à la quinte du nombre origine (donc décalage d'une ligne vers le bas). Comme ce dernier nombre sera en consonance de quarte avec un autre nombre (il est des plus facile de vérifier cette assertion), il faut, pour réaliser la décomposition graphique de la quarte, pouvoir cheminer de quatre lignes vers le bas, et de deux colonnes vers la gauche sans sortir du tableau. Le nombre 384 est le plus petit nombre qui permet de satisfaire à ces exigences, c'est donc lui qu'il convient de choisir comme nouvelle origine pour déterminer, à l'aide d'un tableau « à la Nicomaque », les notes musicales dont l'harmonie constitue l'Ame du Monde.

Ce nombre 384 est en quelque sorte doté d'une perfection au carré, puisque c'est le produit du nombre parfait Six par le Binaire élevé à la sixième puissance :

$$384 = 6 \times 2^6$$

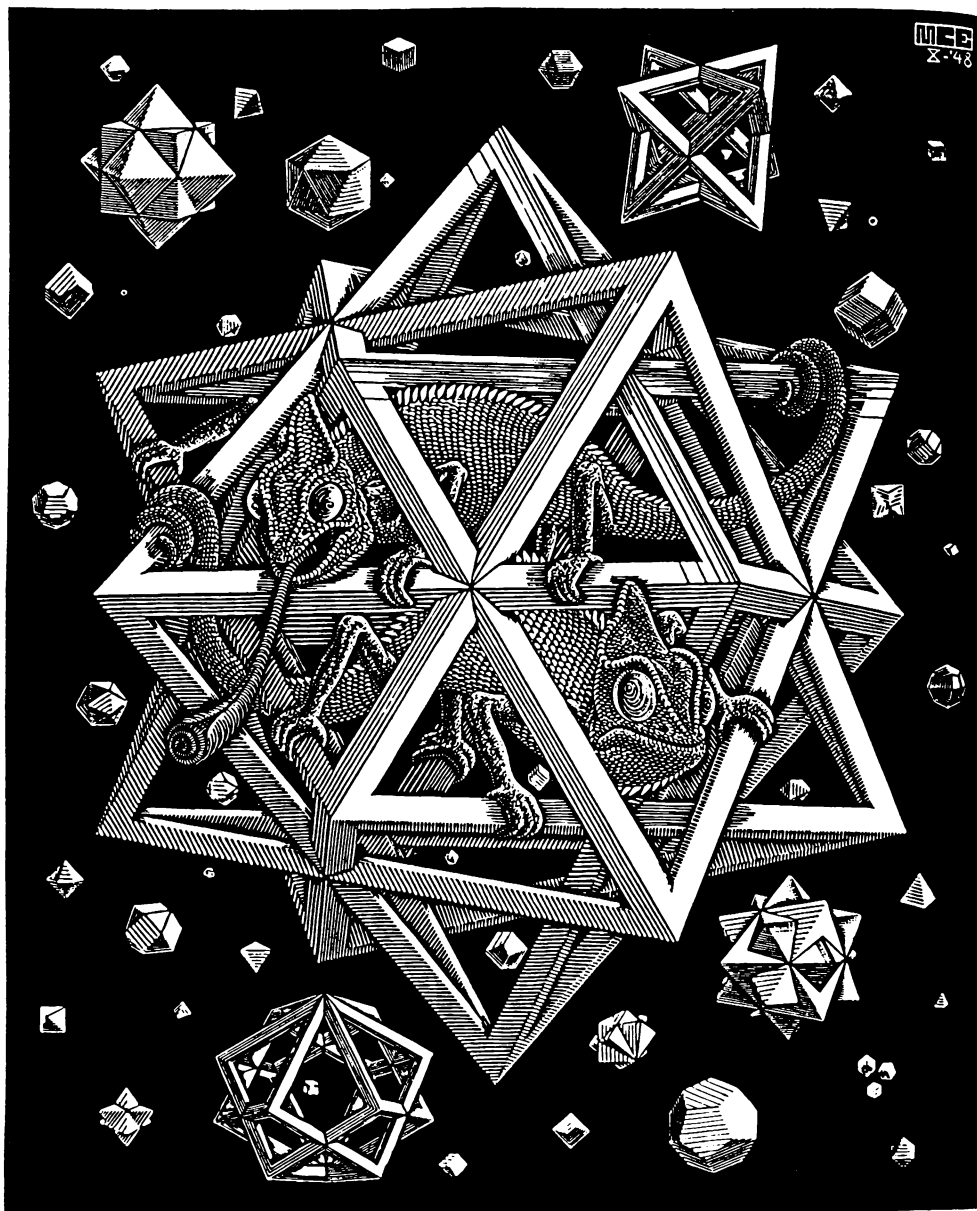
Partant de l'origine translatée 384, la série des doubles (768, 1 536 et 3 072) recèle dans ses moyennes interposées (512, 576, 1 024, 1 152, 2 048 et 2 304) 6 quartes. Le remplissage de chacune de ces quartes se fait à l'aide du tracé graphique indiqué plus haut. Par exemple, la quarte 512/384 se remplit avec les nombres 432 et 486, ou encore la quarte 3 072/2 304 se remplit avec les nombres 2 592 et 2 916. Une fois terminés tous les remplissages (et c'est vraiment très facile à exécuter), on a construit une suite de 22 nombres qui sont : 384, 432, 486, 512, 576, 648, 729, 768, 864, 972, 1 024, 1 152, 1 296, 1 458, 1 536, 1 728, 1 944, 2 048, 2 304, 2 592, 2 916 et 3 072. La somme totale de ces 22 nombres est 29 441 dont la réduction novénaire redonne le Pair ($2 + 9 + 4 + 4 + 1 = 20$ et $2 + 0 = 2$).

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024	2 048
	3	6	12	24	48	96	192	384	768	1 536	3 072
		9	18	36	72	144	288	576	1 152	2 304	4 608
			27	54	108	216	432	864	1 728	3 456	6 912
				81	162	324	648	1 296	2 592	5 184	10 368
					243	486	972	1 944	3 888	7 776	15 552
						729	1 458	2 916	5 832	11 664	23 328
							2 187	4 374	8 748	17 496	34 992
								6 561	13 122	26 244	52 488
									19 683	39 366	78 732
										59 049	118 098
											177 147

Le même processus appliqué à la série des triples (384, 1 152, 3 456 et 10 368) fournit une suite de seulement 16 nombres, les quarts à remplir n'étant qu'au nombre de 3. Ces 16 nombres sont les suivants : 384, 576, 648, 729, 768, 1 152, 1 728, 1 944, 2 187, 2 304, 3 456, 5 184, 5 832, 6 561, 6 912 et 10 368. La somme totale de ces 16 nombres est 50 733 dont la réduction novénaire redonne, faut-il s'en étonner, l'Impair plus qu'Impair. En effet : $5 + 0 + 7 + 3 + 3 = 18$, puis $1 + 8 = 3$ fois 3.

Neuf nombres sont communs aux deux suites. Il n'y a donc en réalité que 29 nombres pour former la structure de l'Âme du Monde. Cette structure doit évidemment être harmonieuse. On constate que tel est bien le cas jusqu'au nombre 2 187. Ce dernier, issu de l'Impair et impair lui-même, vient fâcheusement perturber le ton 2 304/2 048. Le rapport 2 187/2 048 est irréductible puisque le premier de ces nombres est issu du seul Impair, et le second du seul Pair. Serait-il justifié de supprimer purement et simplement 2 187, sans autre forme de procès ? Je pense que oui, car Platon signale que le Démonstrateur a dû « *employer la force pour harmoniser avec le Même* (c'est-à-dire le Pair) *la substance de l'Autre* (c'est-à-dire l'Impair) *qui se laissait difficilement mêler* ». A noter que ce malencontreux 2 187 tombe après le Dix-septième intervalle musical, ce qui n'est pas pour étonner quand on se rappelle le rôle de coupure de Dix-Sept.

Une fois effectuée la suppression, les Vingt-Huit nombres restant forment bien quatre gammes, trois rigoureuses, la dernière un peu chaotique. Je reste surpris de voir Janine Bertier trouver 36 notes (comment cela pourrait-il se faire !), bien qu'elle ait correctement débrouillé les secrets du tableau de Nicomaque. Ce tableau aurait-il été connu de Philolaos, voire de Pythagore lui-même ; après tout la chose n'a rien d'impossible.



Étoiles (gravure de M.-C. Escher, 1948).

ANNEXE II

Lexique

Aleph : Nom des nombres transfinis.

Arithmétique : Ensemble des savoirs ayant trait à l'étude des nombres entiers et des nombres qui s'en déduisent.

Arithmo-géométrie : Savoir pythagoricien qui déduisait les propriétés arithmétiques de considérations géométriques, en particulier sur les nombres figurés.

Arithmologie : Utilisation du sens symbolique des nombres.

Cabale : Christianisation à la Renaissance de la Kabbale hébraïque traditionnelle, par synthèse avec les idées pythagoriciennes et platoniciennes redécouvertes grâce à la prise de Constantinople et à la fuite des savants byzantins vers l'Italie.

Carré long : Rectangle constitué de deux carrés accolés. Si le côté de ceux-ci vaut 1, la diagonale du carré long vaut $\sqrt{5}$.

Carré magique : Arrangement de n^2 nombres disposés dans les cases d'un carré de côté n , de telle sorte que les sommes partielles selon lignes, colonnes ou diagonales soient toujours les mêmes, égales à ce qu'on nomme la constante du carré.

Chiffres : Symboles graphiques utilisés pour représenter les nombres dans un système de numération. Les chiffres décimaux sont universellement utilisés aujourd'hui.

Corps platoniciens : Voir Polyèdres réguliers.

Cosmos : Nom utilisé par Pythagore pour désigner l'univers en tant qu'ensemble harmonieux compréhensible par le Nombre.

Crible d'Ératosthène : Procédé simple pour générer la suite des nombres premiers en barrant de 2 en 2, de 3 en 3, etc., les entiers successifs.

Cube : Polyèdre régulier dont les faces sont six carrés. Platon y attachait l'élément Terre.

Dodécaèdre : Polyèdre régulier dont les faces sont douze pentagones. Platon en fait le modèle du cosmos.

Épitríte : Nom grec du rapport $\frac{4}{3}$ ou de Quarte.

Factorielle : $n!$: il s'agit du produit de tous les nombres entiers jusqu'à n inclus. Exemple : $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.

Fibonacci (série de) : Suite régulière de nombres tels que chacun est la somme des deux précédents. Le rapport de deux termes adjacents tend vers le Nombre d'or. On peut généraliser en faisant la somme des trois, quatre, etc., précédents et générer ainsi toute une famille de rapports apparentés au Nombre d'or.

Gamme : Famille de rapports arithmétiques musicaux, douée d'une certaine symétrie. La gamme diatonique à sept notes est appelée gamme de Pythagore.

Géométrie : Ensemble des savoirs ayant trait à l'étude des figures tracées dans le plan et l'espace.

Gnomon : Être arithmo-géométrique qui, ajouté à un nombre figuré d'une certaine famille, permet de passer au nombre suivant de cette famille. Les gnomons sont généralement des nombres figurés de structure simple. Exemple : les nombres triangulaires ont comme gnomons des nombres linéaires.

Gogol : Très grand nombre s'écrivant 1 suivi de cent zéros.

Gogolplex : Carré d'un gogol. Il s'écrit avec 1 suivi de dix mille zéros.

Grande année : Période à l'issue de laquelle toutes les planètes reprendraient des positions relatives identiques entraînant dans une vue astrologique du Monde l'Éternel Retour.

Guématricie : Mise en correspondance de deux mots hébreux ayant la même valeur numérique obtenue par sommation des équivalences en nombres de chacune des lettres composant ces mots.

Hémiole : Nom grec du rapport $\frac{3}{2}$ ou de quinte.

Hexagone : Polygone régulier à six côtés.

Hexagramme : Pentacle ayant la forme d'une étoile à six pointes constituée de deux triangles équilatéraux entrelacés signifiant l'union harmonieuse de ce qui est en bas et de ce qui est en haut, du Microcosme et du Macrocosme. On donne également ce nom à des combinaisons divinatoires chinoises.

Icosaèdre : Polyèdre régulier dont les faces sont vingt triangles équilatéraux. Platon y attachait l'élément Eau.

Impair : Ne peut être divisé qu'en deux parties inégales. Par somme avec lui-même l'Impair génère son complémentaire, le Pair, et se montre donc plus puissant que celui-ci. Le principe de l'Impair est le nombre Trois.

Kabbale : Doctrine secrète hébraïque transmise traditionnellement de bouche de maître à oreille de disciple. Son symbolisme s'efforce de faire accéder par analogies à la connaissance de l'harmonie vivante de la divinité et du cosmos.

Mathématique : A l'origine, ce mot grec signifie tout ce que l'on apprend par leçons ou par expérience directe. Il désigne ensuite plus spécialement les diverses sciences et ce n'est que tardivement qu'il voit son sens se restreindre aux sciences mathématiques : arithmétique et géométrie en particulier.

Médiété : Groupe de trois nombres inégaux tels que deux de leurs différences (rapport arithmétique) soient entre elles comme sont deux des nombres (rapports géométriques). Exemple : $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$.

Moyennes de deux nombres : Il y en a trois usuelles : la moyenne arithmétique est la somme divisée par deux ; la moyenne géométrique est la racine carrée du produit et la moyenne harmonique est la moyenne arithmétique des inverses des deux nombres.

Nombre abondant : Nombre supérieur à la somme de tous ses diviseurs. Exemple : 12 est le premier abondant ($1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$).

Nombres amis : Couple de nombres tels que chacun d'eux se montre égal à la somme de tous les diviseurs de l'autre. Exemple : 220 et 284.

Nombre cardinal : Résulte de la correspondance un à un entre membres de divers ensembles. Exemples : sept, douze.

Nombre composé : Nombre qui n'est pas premier.

Nombre déficient : Nombre inférieur à la somme de tous ses diviseurs. Exemple : 8 ($1 + 2 + 4 = 7$).

Nombre figuré : Groupement selon une forme géométrique régulière (polygone ou polyèdre) d'unités dont la somme est la valeur du nombre figuré.

Nombre hétéromèque : Nombre figuré construit sur un rectangle. Au sens restreint, les mesures des deux côtés du rectangle ne diffèrent que d'une unité (on dit aussi tantomèque).

Nombre irrationnel : Peut se construire géométriquement (exemple : diagonale d'un carré) sans qu'il soit possible de l'exprimer par une valeur fractionnaire, si compliquée soit-elle. Les nombres irrationnels sont solutions d'équations algébriques de degré supérieur à 1.

Nombres jumeaux : Nombres premiers qui ne diffèrent que de deux unités. Exemple : 641 et 643.

Nombre linéaire : Nombre figuré construit sur la droite. Les nombres linéaires ne sont autres que la suite des entiers naturels 1, 2, 3, 4, etc.

Nombres magiques : Série des nombres 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 qui gouvernent la structure des noyaux atomiques particulièrement stables.

Nombre d'or : Valeur de la proportion qui résulte du partage d'un segment de droite d'une façon à la fois dissymétrique et harmonieuse. Il vaut $(1 + \sqrt{5})/2$ ou 1,618.

Nombre ordinal : Correspond au classement, à l'ordre, au plus petit et plus grand. Exemples : septième, douzième.

Nombre parfait : Juste égal à la somme de tous ses diviseurs. Exemple 28 ($1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$).

Nombre polyédral : Nombre figuré construit dans l'espace, en utilisant comme squelette support un des cinq polyèdres réguliers. Ils furent étudiés systématiquement par Descartes.

Nombre premier : N'est divisible que par lui-même et l'unité.

Nombre rationnel : S'exprime sous forme du rapport de deux nombres entiers ; on l'appelle aussi nombre fractionnaire. Exemple : $21/8$ ou $32/422$.

Nombre transcendant : N'est solution d'aucune équation algébrique. Le rapport π de la circonférence au diamètre est transcendant.

Nombre transfini : Ou infini actuel. Le premier est le nombre de tous les nombres entiers ; le second, le nombre de tous les points d'une ligne ; le troisième, le nombre de toutes les intersections une à une de toutes les courbes tracées dans le plan.

Nombre triangulaire : Nombre figuré construit sur le triangle. Les plus célèbres sont 10 (Tétraktys), 28 (nombre parfait), 153 (dans l'Évangile de Jean) et 666 (Bête de l'Apocalypse).

Numération : Système de décompte avec une base et de notation permettant de représenter facilement un nombre. Ainsi, Cent Cinquante-Trois s'écrit 153 dans la numération à base décimale et Vingt-Huit s'écrit 130 dans la numération à base quatre et notation par chiffres décimaux.

Numérologie : Voir Arithmologie.

Octaèdre : Polyèdre régulier dont les faces sont huit triangles équilatéraux. Platon y attachait l'élément Air.

Pair : Composé de deux parties égales entre elles. Par somme avec lui-même, le Pair ne peut générer que le Pair. Le principe du Pair est le nombre Deux.

Pentagone : Polygone régulier à cinq côtés.

Pentagramme : Pentacle ayant la forme d'un polygone étoilé à cinq pointes. Il symbolise le Microcosme car sa forme suggère celle d'un être humain bras étendus et jambes écartées.

Polyèdre archimédien : Volume dont tous les sommets sont situés sur une sphère et dont les faces sont des polygones réguliers tels que toutes les arêtes aient même dimension. Deux ou trois polygones différents sont utilisés. Il n'existe que treize polyèdres archimédiens.

Polyèdre étoilé : Volume déduit d'un polyèdre régulier par des procédés analogues à ceux qui permettent de passer des polygones réguliers aux poly-

gones étoilés. Il existe ainsi un octaèdre étoilé, trois dodécaèdres étoilés et cinquante-neuf icosaèdres étoilés.

Polyèdre régulier : Volume dont tous les sommets sont situés sur une sphère et dont les faces toutes identiques sont des polygones réguliers. Il n'existe que cinq polyèdres réguliers.

Polygone étoilé : Figure géométrique plane déduite d'un polygone régulier quand on joint les sommets de 2 en 2, de 3 en 3, etc.

Polygone régulier : Figure géométrique constituée par les segments de droite joignant un ensemble de points régulièrement disposés sur un cercle. Exemples : triangle équilatéral, pentagone. Il en existe une infinité.

Progression : Suite de nombres entiers générés de telle sorte que chacun est égal au précédent plus un entier constant (progression arithmétique) ou au précédent multiplié par un entier constant (progression géométrique). L'entier constant est appelé raison de la progression.

Proportion : Mise en relation de deux rapports géométriques que l'on égale l'un à l'autre. Si la proportion est à trois termes seulement ($a/b = b/c$), elle peut générer une suite régulière ($a/b = b/c = c/d = d/e = e/f$, etc.).

Pythagore : Presque tous les détails de sa vie restent inconnus. Les néopythagoriciens des premiers siècles de l'ère chrétienne : Apollonius de Thyane, Porphyre et Jamblique, ont pu ainsi écrire des biographies de plus en plus légendaires. Les auteurs modernes se montrent souvent déroutés par cette personnalité qui ne s'insère dans aucune catégorie spécialisée.

Son esprit religieux ne se contenta pas de croire aveuglément en l'Apollon-Soleil d'Orphée ; Pythagore trouva la confirmation des idées sur les daemons et l'Ame du Monde dans ses découvertes astronomiques et mathématiques. L'accent a été mis dans le présent ouvrage sur ce dernier aspect, le problème des daemons ayant été précédemment traité dans *la Magie, un savoir en action*. L'activité politique de Pythagore et des pythagoriciens fut considérable dans plusieurs cités de la Grande-Grèce ; il n'apparaît pas comme un philosophe en chambre, mais comme un homme d'action. Après sa mort, ses disciples se scindèrent plus ou moins en deux écoles. Certains, comme Brontinos et Cercops, rebutés sans doute par les difficultés de l'arithmo-géométrie, cultivèrent surtout l'aspect moral et religieux et seraient à l'origine de l'orphisme classique : on les appelait acousmatiques (en grec : observateurs de préceptes). Les disciples authentiques ou « mathématiciens » développèrent le pythagorisme grâce à ce que leur apprirent leurs travaux (sens originel du mot « mathématique »). Il s'agit principalement d'Alcméon, Hippias et Lysis, puis de Philolaos et Archytas. Ce dernier fut un important homme d'État à Tarente et dans toute la Confédération italienne. Son cas ne demeure pas isolé ; les pythagoriciens Zaleucos et Charondas donnèrent de leur côté des lois à la cité de Locres où s'illustra le pythagoricien Timée, « mathématicien » et homme politique que Platon célébra dans son plus fameux dialogue : *Timée, ou l'Ame du Monde*.

Rapport : Comparaison de deux nombres résultant de leur soustraction (rapport arithmétique) ou de leur quotient (rapport géométrique).

Réduction novénaire : Reste (à un chiffre) de la division d'un nombre par neuf. Il suffit en fait d'ajouter les chiffres du nombre. Chaque fois que le total atteint deux chiffres, on réduit en les ajoutant. Ce procédé est aussi appelé réduction théosophique. Certains « mathématiciens » de la période hellénistique préférèrent la réduction septénaire.

Roue de Pythagore : Instrument divinatoire basé sur l'arithmologie qui fut largement employée à la période hellénistique et à la Renaissance.

Sar : Grande unité babylonienne égale à 3 600.

Sar de sar : Égal au carré du sar, 12 960 000 constitua longtemps la limite ultime des calculs des scribes babyloniens.

Symétrie : Dans une structure : correspondances harmonieuses entre ses diverses parties. La symétrie repose sur le maniement des rapports simples : $3/2$, $4/3$, etc.

Tétraèdre : Polyèdre régulier dont les faces sont quatre triangles équilatéraux. Platon y attachait l'Élément Feu.

Tétraktys : Résumée dans la formule du quatrième nombre triangulaire ($10 = 1 + 2 + 3 + 4$), la Tétraktys est le Cosmos puisqu'elle synthétise l'Unité, le Pair (2), l'Impair (3) et la Mesure (4).

Triangles d'or : Les angles du premier valent $4/5$, $4/5$ et $2/5$ de droit. Il se relie au tracé du pentagone et a comme gnomon un second triangle d'or d'angles $2/5$, $2/5$ et $6/5$ de droit.

Triangle pythagoricien : Triangle rectangle dont les trois côtés sont mesurés par des nombres entiers ; le plus célèbre est le triangle 3, 4, 5, parfois appelé « isiaque », car il était connu des Égyptiens. Mais il y en a plusieurs infinités d'autres.

Bibliographie

Les ouvrages relatifs aux nombres sont très nombreux ; dans la ligne générale des points de vue adoptés dans le présent ouvrage, on citera :

T. Dantzig : *Le Nombre, langage de la science* (A. Blanchard, Paris, rééd. 1974).

P. Dedron et J. Itard : *Mathématiques et mathématiciens* (Magnard, Paris, 1959).

A. Warusfel : *Les Nombres et leurs mystères* (Le Seuil, Microcosme, Paris, 1970 et rééd.).

Les textes authentiques d'arithmologie pythagoricienne et traditionnelle ont rarement été traduits en français ; voici ceux qui sont facilement accessibles :

Nicomaque de Gêse : *Introduction arithmétique* (Vrin, Paris, 1978).

Plotin : *Traité sur les nombres* (Vrin, Paris, 1980).

Louis-Claude de Saint-Martin : *Les Nombres, d'après le manuscrit Prunelle de Lierre* (Bélisane, Nice, 1983).

Théon de Smyrne : *Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon* (Culture et Civilisation, 115, av. Gabriel-Lebon, Bruxelles, 1966, rééd.).

Pour ceux qui voudront approfondir tel ou tel point, voici, classés par chapitres, quelques ouvrages à consulter dans les bibliothèques :

Chapitre I :

A. Marshack : *Les Racines de la civilisation* (Plon, Paris, 1972).

F. Niel : *Stonehenge, temple mystérieux de la préhistoire* (Laffont, Paris, 1974).

J. Piaget : *La Genèse du nombre chez l'enfant* (Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, Suisse, 1941).

G. Guitel : *Histoire comparée des numérations écrites* (Flammarion, Paris, 1975).

Chapitre II :

E.-M. Bruins et M. Rutten : *Textes mathématiques de Suse* (Mém. Mission archéologique française en Iran, Tome XXXIV, Paris, 1961).

O. Gillain : *La Science égyptienne, l'Arithmétique du Moyen Empire* (Bruxelles, 1927).

Gillings : *Mathematics in the time of Pharaohs* (Dover, New York, 1984).

O. Neugebauer : *The Exact Sciences in Antiquity* (Dover, New York, 1969, rééd.)

M. Rutten : *La Science des Chaldéens* (P.U.F., Que Sais-Je ?, Paris, 1970).

Chapitre III :

G. Germain : *Homère et la mystique des nombres* (P.U.F., Paris, 1954).

G. Jouven : *Les Nombres cachés, ésotérisme arithmologique* (Dervy-Livres, Paris, 1978).

P.-H. Michel : *De Pythagore à Euclide, histoire des mathématiques préeuclidiennes* (Les Belles Lettres, Paris, 1950).

Chapitre IV :

A. Delatte : *Étude sur la littérature pythagoricienne* (Librairie Honoré Champion, Paris, 1915).

I. Gobry : *Pythagore, ou la naissance de la philosophie* (Seghers, Paris, 1973).

J. Itard : *Les Livres arithmétiques d'Euclide* (Hermann, Paris, 1961).

P. Tannery : *Anatolius, sur la Décade* (Congrès international d'histoire comparée, Paris, 1900).

Chapitre V :

L. Brisson : *Le Même et l'Autre dans la structure ontologique du Timée de Platon* (Klincksieck, Paris, 1974).

M. Ghyka : *Philosophie et mystique du nombre* (Payot, Paris, 1971).

G. Kays : *Le Nombre géométrique de Platon* (Bull. Assoc. Guillaume Budé, Paris, 1972).

J. Kepler : *L'Harmonie du monde* (trad. de J. Peyroux) (A. Blanchard, Paris, 1979).

W. Déonna : *Les Dodécaèdres gallo-romains en bronze ajourés et bouletés* (Revue Pro Aventico, Avenches, Suisse, 1954).

Chapitre VI :

E. Brown : *Numeri Vergiliani, studies in Eclogues and Georgics* (Latomus, Revue Études latines, Bruxelles, 1963).

M. Dieulafoy : *Esagil ou le temple de Bel-Marduk à Babylone* (Mém. Acad. Inscript. et Les Belles Lettres, Paris, 1913).

M. Ghyka : *Esthétique des proportions dans la Nature et dans les Arts* (N.R.F., Gallimard, Paris, 1927).

G. Jouven : *L'Architecture cachée, tracés harmoniques* (Dervy-Livres, Paris, 1979).

P. Lauer : *Le Mystère des pyramides* (Presses de la Cité, Paris, 1974).

K. Mendelssohn : *L'Énigme des pyramides* (Taillandier, Paris, 1974).

M. Lundt : *Ad quadratum, étude des bases géométriques de l'architecture religieuse* (Paris, 1922).

Chapitre VII :

M. Cohen : *La grande invention de l'écriture* (Klincksieck, Paris, 1959).

L. Le Lionnais : *Les Nombres remarquables* (Hermann, Paris, 1983).

Chapitre VIII :

A. Allendy : *Le Symbolisme des nombres, essai d'arithmosophie* (Chacornac, Éditions Traditionnelles, Paris, 1948, rééd.).

E. Bullinger : *Numbers in scripture* (Kregel Publications, Grand Rapids, U.S.A., 1969, rééd.).

A. Dupont-Sommer : *Les Écrits esséniens découverts près de la mer Morte* (Payot, Paris, 1964).

V. Hopper : *Medieval number symbolism* (Cooper Square Pub., New York, 1969).

Chapitre IX :

R. Abellio et C. Hirsch : *Introduction à une théorie des nombres bibliques, essai de numérologie biblique* (N.R.F., Gallimard, Paris, 1984).

G. Casaril : *Rabbi Simeon Bar Jochai et la Cabbale* (Le Seuil, Microcosme, Paris, 1961).

J. Reuchlin : *De Arte cabalistica* (trad. de F. Secret) (Aubier Montaigne, Paris, 1973).

G. Scholem : *Les Grands Courants de la mystique juive* (Payot, Paris, 1968).

- C. Suares : *Le Sepher Yetsirah* (Mont-Blanc, Paris, 1970).
 P. Vulliaud : *La Kabbale juive, histoire et doctrine* (E. Nourry, Paris, 1923).

Chapitre X :

- P. Arnold : *Histoire des Rose-Croix* (Mercure de France, Paris, 1955).
 A. Pirro : *Descartes et la musique* (Genève, rééd. 1973).

Chapitre XI :

- F. Borgongini Duca : *Le LXX Settimane di Daniele e le Date Messianiche* (Pontificia Basilica des Santo, Padoue, 1951).
 J. Phaure : *Le Cycle de l'humanité adamique. Introduction à l'étude de la cyclologie traditionnelle et de la fin des temps* (Dervy-Livres, Paris, 1973).
 P. Vulliaud : *La Fin du monde* (Payot, Paris, 1952).

Chapitre XII :

- J. Gimpel : *Les Bâisseurs de cathédrales* (Le Seuil, Microcosme, Paris, 1969).
 M. Ghyka : *Le Nombre d'Or* (N.R.F., Gallimard, Paris, rééd.).
 M. Ghyka : *Essai sur le rythme* (N.R.F., Gallimard, Paris, rééd.).
 Fra Luca Pacioli : *Divine Proportion* (trad. de G. Duchesne et M. Giraud) (Librairie du Compagnonnage, Paris, 1980).
 M. Cleyet-Michaud : *Le Nombre d'Or* (P.U.F., Que Sais-Je ?, Paris, 1973).
Pi (numéro spécial du *Petit Archimède*, Amiens, 1980).
 D. Néroman : *Le Nombre d'Or* (Dervy-Livres, Paris, 1981, rééd.).
 P. Ver Eecke : *Le Livre des nombres carrés de Léonard de Pise* (Bruges, 1952 et rééd. Blanchard).
 Villard de Honnecourt : *Carnet de notes* reproduit en fac-similé dans : L. Gillet : *La Cathédrale vivante* (Flammarion, Paris, 1964).

Chapitre XIII :

- Berloquin (pseudonyme) : nombreux articles dans la revue *Science et Vie*.
 W. Andrews : *Magic squares and cubes* (Dover, New York, 1960).
 W. Benson and O. Jacoby : *New Recreations with magic squares* (Dover, New York, 1976).

Chapitre XIV :

- R. Ambelain : *La Géomancie magique* (Adyar, Paris, 1940).

R. Fludd : *Traité de géomancie* (trad. de P.-V. Piobb) (Éditions Dangles, 1947, épuisé).

B. Maupoil : *La Géomancie à l'ancienne Côte des esclaves* (Paris, 1943).

Chapitre XV :

J.-P. de Kersaint : *Toute la numérologie* (Éditions Dangles, St-Jean-de-Braye, 1974, rééd.).

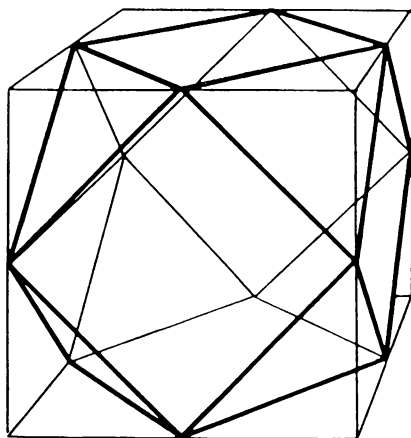
R. Markab : *A l'écoute des nombres* (chez l'auteur, 156, bd de Cessole, 06000 Nice, 1968, rééd.).

M. Savigny-Vesco : *Le Secret des nombres* (Éditions Bussière, Paris, 1968).

P. Tannery : *Notice sur des fragments d'onomatomancie arithmétique* (Paris, 1885).

Chapitre XVI :

P.C.W. Davies : *The Accidental universe* (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).



Cuboctaèdre.

Index des noms propres et des œuvres

- ABARIS, 70, 297
ABELLIO R., 192
ABOULAFIA A., 188
ABRAHAM, 154, 187
ADAMS W., 275
AGRIPPA H. C., 173, 196, 252, 271
ALBUMAZZAR, 305
ALCMÉON, 73, 100
AL-KHOVARIZMI, 123
AMBELAIN R., 282
AMMIZADOUGA, 40
ANATOLIUS, 86, 142
ANAXAGORE, 219
ANAXIMÈNE, 73
ANNING N., 59
ANU, 38
Apocalypse de Jean, 153, 161
APOLLONIUS, 255
Archidoxes magiques (Sept livres de l'), 252
ARCHIMÈDE, 67, 248
ARCHYTAS, 65, 73, 123, 211
ARISTARQUE DE SAMOS, 69
ARISTOTE, 55, 59, 63, 70, 75, 100, 182, 219, 279, 311
Ars combinatoria, 289
AUGUSTIN (SAINT), 158, 160, 167
AULU-GELLE, 169
BACHET DE MEZIRIAC C.G., 258
BECQUEREL H., 311
Bacchants (les), 51
BEECKMAN I., 208
BEL-LE-CIEL, 38, 112
BEROSE, 221
BLOCH A., 269
BOECE, 52, 144
BONGO (Père P.), 161
BORN M., 319
BRAINERD Ch., 20
BRISEUX C.E., 118
BROUCKNER (Lord), 66
BROWN E., 131, 247
BULLINGER E., 154, 160, 168
BURL A.W., 28
Cabala denudata, 173
CANTOR G., 149, 214
CAPELLA M., 171
CARNAC P., 186
CARNAP R., 303
CAZALAS E., 260, 271
CHARMOY E., 106
CLEYET-MICHAUD M., 232
COPERNIC, 219
COURAUD Cl., 33
DANIEL (le prophète), 227
DARWIN, 218
DÉMOCRITE, 47, 298
DESCARTES R., 84, 206, 289, 302
DICKENS Ch., 17
DIEULAFOY M., 112
Discours de la méthode, 206
Divine proportion (de la), 109, 251
DJABIR, 255
DJESER, 43, 114
Dodéchedron de Fortune, 106, 293
DRAKE S., 200
DUPONT-SOMMER A., 186
DÜRER A., 251
EA, 38
EDDINGTON A., 318
EINSTEIN A., 320

Enuma elis, 52
 Epinomis, 74, 126
 Épître de saint Barnabé, 154
 ÉRATHOSTÈNE, 135
 EUCLIDE DE MÉGARE, 83, 137, 239
 EULER L., 143
 EUPALINOS, 69
 EUPHRANOR, 123
 EURYTUS, 55
 FERMAT P. de, 84, 138, 143, 150
 FICIN M., 174
 FIGULUS (PUBLIUS NIGEDIUS), 130
 FLUDD R., 320
 FRANKLIN B., 263
 FRENICLE DE BESSY B., 258
 FRIBERG J., 35

GABRIEL (ange), 227
 GADOFFRE G., 206
 GALILÉE G., 199, 219, 303
 GAUSS F., 193
 Genèse, 38, 154, 167, 174
 GERBERT (voir SYLVESTRE II),
 GERMAIN G., 52
 GHYKA (MATILA), 109, 116, 232
 GILGAMESH, 52
 GIMPEL J., 236
 GISHBAR, 38
 GOLDBACH C., 127, 149
 GUENON R., 224
 GUITEL G., 26, 32

HAMBIDGE J., 109, 116
 HAMMOURABI, 41
 HANNON, 22
 Harmonies du monde, 101
 HELMHOLTZ H. de, 129
 HÉNOCH, 225
 HÉRACLITE, 222
 HÉRODOTE, 70
 HÉSIODE, 223
 HEYTESBURY W., 200
 HIMILCON, 22
 HIPPIAS DE METAPONTE, 63
 HIPPOLYTUS, 159, 295
 HOANG-TI, 288
 HOMÈRE, 52, 223
 Hymne au nombre, 86
 IBN AL ARABI, 279
 IBN KHALDOUN, 142, 277, 286, 296
 ISIDORE (Saint), 171
 ISTHAR, 38

JAMBLIQUE, 57, 86, 142, 297
 JEAN L'APÔTRE, 161
 JOUVEN G., 60
 JUPITER, 41
 KARPINSKY L.C., 59
 KEPLER, 100, 219, 232, 321, 323, 325
 KIDINNU, 221
 KIRCHER A., 169, 190
 KLAUBER L.M., 139
 KNORR DE ROSENROTH, 173
 KUGLER (Père), 40

LACTANCE, 229
 LAGRANGE J.L., 135, 150
 LAPLACE P.S. de, 101
 LE CORBUSIER, 109
 LE GRELLE G., 130
 LEIBNIZ G.W., 61, 127, 136, 208, 289
 LÉON DE MODÈNE, 174
 LÉONARD DE PISE, 50, 245
 LÉONARD DE VINCI, 233
 LEVERRIER J., 303
 Livre de l'abaque, 245
 Livre des changements, 288
 Livre des nombres carrés, 246
 Livre de la sagesse, 158, 175
 Livres sybillins, 169
 LOCKYER N., 23
 LOUBÈRE DE LA, 261
 LUCA PACIOLI Fra, 251
 LUDOLPH, 249
 LULL R., 190, 290
 LUND M., 109, 236
 LUTHER Martin, 161, 229

MANETHON, 47, 157
 MARC LE GNOTIQUE, 185
 MARKAB R., 301, 309
 MARSHACK A., 16
 MAUPOIL B., 287
 MERSENNE (Père), 138, 206
 METIUS, 249
 MICHEL P.H., 59, 123
 MIGNOT (Maître Jean), 236
 MOSCHOPOULOS M., 254
 MOSSEL E., 109
 MYONDE, 123
 Mystères des lettres grecques, 186
 NAPIER J., 50, 153, 163
 NEWTON I., 61, 153, 303

- NICOMAUQUE DE GÉRASE, 57, 82, 98,
135, 212, 334
NISABA, 39
- ORESME N., 120, 200
ORIGÈNE, 156
OVENDEN M., 325
- Papyrus d'Akhmin, 47
Papyrus Rhind, 45, 111, 245, 248
PARACELSE, 252
PASCAL B., 211, 228, 258
Pasteur d'Hermas, 168
PAUL L'APÔTRE, 185
PAULI W., 324
PETOSIRIS, 298
PEYROUX J., 101
PHILOLAOS, 51, 73, 177
PHILON D'ALEXANDRIE, 167
PIAGET J., 20
PIC DE LA MIRANDOLE, 196
PIERRE L'APÔTRE, 222
PIETTE E., 33
PLATON, 51, 92, 125, 321, 323
PLUTARQUE, 53, 91, 160, 334
POCHAN A., 45
POLLUX, 108
POLYCRATE, 69, 72
PROCLUS, 78, 184
PSELLUS M., 91
PTOLÉMÉE, 157
PYTHAGORE, 10, 70, 82, 100, 142, 217,
232, 272, 297, 340
- RA, 43
RABELAIS, 131
RAMANUJAN S., 150
RASCHI (Rabbi), 227
Réfutation de toutes les hérésies, 159, 186,
295
RAZIEL (ange), 309
RENFREW C., 21, 36
REUHLIN J., 174
RICCIUS P., 177
- SAADIA (Rabbi), 227
SABAS (Saint), 186
SAINT-MARTIN L.Cl. de, 61
SALOMON, 110
SARGON D'AKKAD, 40
SCHMANDT-BESSARAT D., 31
Sefer Ietsirah, 174, 187, 211, 318
SERANT P., 224
SHAMASH, 38
SIRIUS - SOTHIS, 43
SPEUSIPPE, 57, 76, 297
STAPLETON H.E., 254
SWINESHEAD R., 200
SYLVESTRE II, 144
- TELAUGES, 73, 86, 297
THÉANO, 73
THÉBIT BEN CORRAH, 143
Théète, 63
THÉODORE, 63
Théologoumènes de l'arithmétique, 57
THÉON DE SMYRNE, 53, 82, 98
THOM A., 22, 25, 28
THOMAS D'AQUIN, 199, 204
Timée, 51, 92, 171
TITIUS J.D., 324
Travaux et les jours (les), 223
- ULAM S., 138
- VANDERMEERSH L., 289
VASARELLY, 268
VÉNUS, 39, 41, 72
VIRGILE, 130
VITRUVÉ, 116, 235
VULLIAUD P., 182
- WALLIS J., 65
WARING E., 150
WARRAIN F., 323
WILLARS DE HONNECOURT, 223, 237
WILSON J., 136
WYLER A., 320
- ZEISING A., 109, 232

Index des mots et des noms géographiques

- Abaque, 13, 144
 Addition, 61
 Ad quadratum, 236, 238
 Ad trigonum, 236, 238
 Âges du monde, 223
 Âge d'or, 224
 Aleph, 214, 243, 301, 339
 Alphabet, 148
 Âme du monde, 95, 333
 Analogie, 120, 219, 317
 ANTIKYTHERA (machine d'), 126
 Anti-terre, 52
 Apices (de Boèce), 144
 Anthropique (principe), 330
 Arithmétique, 339

 Barque solaire, 43, 72
 Bête de la mer, 153, 166
 Bête de la terre, 153, 161
 Binaire (numération), 49
 Boknon, 286

 Cabale, 339
 Calculateur analogique, 126
 Calculi, 31
 Calendrier lunaire, 35
 Cardinal (nombre), 20
 Carré bimagique, 257
 Carré long, 109, 234, 339
 Carré magique, 251, 291, 309, 339
 Carré magique de Franklin, 264
 Carré Sator, 255
 Cent cinquante-deux, 169
 Cent cinquante-trois, 56, 160
 Cent quarante-quatre, 167, 246
 Cent quarante-quatre mille, 167
 Cent trente-sept, 319
 Cent trente-six, 319
 Chambre du Roi, 116
 Chaos, 229, 329

 Caractère, 271
 Cinq, 86, 90, 128, 170, 254
 Cinq mille quarante, 181
 Cinquante, 113, 159
 Cinquante-cinq, 87, 102, 142, 246
 Combinaison, 190, 211, 231, 279, 290
 Comma, 129
 Complexité, 329
 Congruence, 296
 Connaissance, 202
 Constante de structure fine, 318
 Cosmos, 51, 72, 91, 204, 219, 266, 326, 329, 339
 Cromlech, 23
 CRUCUNO, 25
 Cube, 90, 95, 339

 Daimon, 253
 Décade (voir aussi *Dix*), 76, 310
 Décimale (numération), 34, 147
 Déluge, 221, 222
 Demi-ton, 129, 335
 Démiurge, 7, 93, 98, 176, 321, 335
 Deux, 53, 86
 Deux cent cinquante-six, 96, 336
 Deux cent quarante-trois, 96, 336
 Deux cent quatre-vingt-quatre, 142
 Deux cent-seize, 79
 Deux cent soixante-treize, 156
 Deux cent trente et un, 179, 181
 Deux cent vingt, 142
 Deux mille trois cents, 227
 Dix, 28, 51, 52, 87, 176
 Dix mille huit cents, 222
 Dix-sept, 97, 160, 177, 254, 337
 Dodécaèdre, 7, 90, 104, 244, 339
 Double (lettre), 182
 Douze, 28, 52, 102, 168
 Douze mille, 222
 Druide, 27

- Écaille de tortue, 289
 École de Chartres, 93, 171
 Éléments, 94
 Épiquarte, 59
 Épisemon, 186
 Épitrite, 59, 103, 340
 ER - LANNIC, 23
 Éternel retour, 220

 Factorielle, 136, 144, 340
 Flèche (d'Abaris), 70
 Fraction continue, 65

 Gamme, 340
 Gamme diatonique, 98, 128
 Gamme pentatonique, 128
 Gamme tempérée, 130
 Gamme de Zarlin, 129
 Gaon, 175
 Géomantie, 277
 Géométrie, 9, 340
 Gnomon, 54, 240, 340
 Gnostique, 185
 Gogol, 137, 340
 Gogolplex, 137, 142, 340
 Golem, 187
 Grade, 34
 Grande année, 221, 340
 Guématrie, 189, 239, 298, 340
 Gymnosophe, 148

 Harmonie, 203
 Harpédonapte, 48, 50
 HEELSTONE, 22
 Hémiote, 59, 340
 Hexagone, 139, 244, 340
 Hexagramme, 256, 274, 281, 340
 Homme-médecine, 19
 Huit, 52, 87, 102, 182, 254, 313
 Huit cent quatre-vingt-huit, 169
 Hyperborée, 22, 72, 84
 Hypercube, 59
 Hypothèse du continu, 214

 Icosaèdre, 90, 95, 108, 340
 IFE-LA-SAINTE, 286
 Impair, 53, 97, 201, 279, 313, 334, 340
 Isopséchie, 169
 Isotope, 313

 Kabbale, 340

 Logarithme, 50
 Loto, 305

 Manvantara, 225
 MAS D'AZIL, 33
 Médiété, 93, 120, 340
 Mère (lettre), 182
 Mille, 229
 Mille deux cent soixante, 165
 Mille trois cent soixante-cinq, 157
 Modulor, 109
 Moyenne arithmétique, 65, 122, 333
 Moyenne géométrique, 122, 232
 Moyenne harmonique, 65, 122, 333
 Multiplication, 61
 Musique des sphères, 100, 272

 Neuf, 52, 87, 102, 182
 Neutron, 312
 Nombre abondant, 28, 82, 168, 340
 Nombre d'activité, 302
 Nombres amis, 142, 340
 Nombre cardinal, 340
 Nombre carré, 55, 59
 Nombre cube, 59
 Nombre déficient, 28, 82, 133, 340
 Nombre d'expression, 302
 Nombre de Fermat, 141, 194
 Nombre figuré, 54, 202, 340
 Nombre géométrique (de Platon), 103
 Nombre d'hérédité, 302
 Nombre hétéromèque, 56
 Nombre hexagonal, 56
 Nombre hyperpyramidal, 211
 Nombre d'idéalité, 302
 Nombre irrationnel, 62, 340
 Nombre magique, 314, 340
 Nombre de Mersenne, 141
 Nombre d'or, 109, 112, 130, 231, 318, 340
 Nombre ordinal, 340
 Nombre parfait, 82, 141, 167, 340
 Nombre pentagonal, 56
 Nombre polyédral, 89, 208
 Nombre polygonal, 57
 Nombre premier, 133, 340
 Nombres premiers jumeaux, 137, 340
 Nombres premiers quadruplés, 137
 Nombre rationnel, 340
 Nombre tétraédral, 89, 208
 Nombre transcendant, 340
 Nombre transfini, 214, 340
 Nombre triangulaire, 53, 211, 273, 304, 340
 Notarikon, 189
 Numération (système de), 26, 340

- Objet Apollo, 218
- Octaèdre, 90, 95, 340
- Octave, 334
- Ogham, 27
- Ordinal, 20
- Ordinateur digital, 49
- OUGARIT, 149
- Pair, 53, 97, 279, 313, 334
- Partage en moyenne et extrême raison, 232, 247
- Particule alpha, 321
- Parties aliquotes, 80, 133, 142
- Pavage (du plan), 244, 275
- Pentagone, 233, 239, 244, 340
- Pentagramme, 234, 237, 269, 340
- Permutation, 181, 211, 266
- Philosophe, 70, 217
- Pi (π), 45, 111, 248
- Planète, 218, 272
- Planète disparue, 326
- Polyèdre, 57, 340
- Polygone régulier, 193, 248, 274, 340
- Précession des équinoxes, 221
- Progression, 340
- Proportion, 120, 340
- Proton, 312, 321
- Pyramide, 43, 110
- PYRAMIDE DE MEIDOUN, 111, 114
- Quarante-deux, 166
- Quatre, 9, 76, 86, 165, 170, 223, 279
- Quatre cent quatre-vingt-seize, 151
- Quatre cent soixante-deux, 181
- Quinte, 128, 334
- Quinze, 165
- Racine novénaire, 296, 340
- Racine septénaire, 296
- Radioactivité, 311
- Radium, 312
- Rapport, 118, 340
- Rectangle d'or, 240
- Réduction théosophique, 297
- Rhomboèdre, 244, 252
- Rose-Croix, 209
- Roue de Pythagore, 10, 299, 340
- SAMOS, 69
- Sar, 37, 340
- Sar (grand), 37
- Sar de sar, 37, 340
- Sarcophage d'Ahiram, 149
- Savoir, 202
- Savoir-faire, 204
- Science, 202
- Scribe babylonien, 38, 42
- Seize, 277
- Séphirot, 176
- Sept, 28, 38, 86, 128, 165, 181, 313
- Série de Fibonacci, 123, 246, 340
- Sexagésimale (numération), 28, 35, 36, 248
- SILBURY HILL, 114
- Six, 85, 86, 102, 133, 167
- Six cent soixante-six, 56, 85, 153, 163
- Soixante, 28
- Soixante-dix, 227
- Soixante-quatre, 291
- Spirale d'or, 242
- STONEHENGE, 23, 78
- SUSE, 40
- Symétrie, 340
- Temoura, 188
- Tétraèdre, 90, 95, 340
- Tétraktys, 75, 103, 137, 282, 340
- Théorème de Pythagore, 78
- Ton, 52, 129, 161, 335
- Treize, 102, 157
- Trente, 186
- Trente-cinq, 90, 102, 127, 163
- Trente-deux, 26, 176, 292
- Trente-six, 142, 163
- Triangle de Pascal, 212, 231, 280
- Triangles d'or, 243, 340
- Triangle pythagoricien, 340
- Trois, 52, 53, 86, 201, 254
- Trois cent dix-huit, 154
- Trois cent quatre-vingt-quatre, 336
- Trois cent soixante, 28
- Tzeruph, 190
- Uranium, 311
- Vicégesimale (numération), 27
- Vingt, 27
- Vingt-deux, 149, 154, 179
- Vingt et un, 165
- Vingt-huit, 58, 82, 97, 131, 150, 314, 337
- Vingt-quatre mille, 222
- Voyelles, 182
- Zéro, 147
- Ziggourat, 112

Table des matières

Introduction	9
Chap. I : Des entailles et des menhirs	15
1. Des décomptes par encoches	15
2. Ordinal, cardinal	19
3. Des lignes et des cercles de pierres	21
4. Systèmes de numération	26
Chap. II : Mathématiques sans mathématique	31
1. « Calculi » et calcul	31
2. Dix et soixante	34
3. Istar vaut Quinze	36
4. Les tablettes de Suse	40
5. Fantaisies pyramidales	42
6. Au royaume du binaire	47
Chap. III : Un monde en pair et impair	51
1. L'arithmologie de Philolaos	51
2. Triangulaires et carrés	54
3. Impair limité, pair illimité	58
4. Théodore trébuche sur Dix-Sept	62
5. Racines en devenir	64
Chap. IV : Décade sacrée pythagoricienne	69
1. La flèche d'Abaris	69
2. Divine Tétrakty	73
3. Carré de l'hypoténuse	76
4. Perfection, abondance, déficience	80
5. Ce neveu qui vaut son oncle	84
Chap. V : La géométrie philosophale	89
1. Les cinq corps platoniciens	89
2. Avec des combinaisons de triangles	92

3. La formule de l'âme du monde	95
4. Gouverner par le nombre	102
5. Un monde en dodécaèdres	104
Chap. VI : Rapports en harmonie	109
1. Salomon édifie le Temple	109
2. Comment dynamiser les rectangles	114
3. Décade de médiétés	118
4. Un homme d'État mécanicien	123
5. Des gammes en tout genre	126
6. Virgile chante l'harmonie des sphères	130
Chap. VII : Que veut cribler cet Ératosthène ?	133
1. Premier au-delà des premiers	133
2. L'ordinateur corrige le Minime	138
3. Amitié dans la perfection	141
4. Qui a inventé le symbole du vide	143
5. Et voici d'autres familles	149
Chap. VIII : Le nombre de la bête	153
1. Les arithmologies bibliques	153
2. Les Apôtres connaissaient Pythagore	157
3. Triangles dans l'Apocalypse	161
4. Numérologie mystique chrétienne	167
5. Discontinuité dans la continuité	170
Chap. IX : Kabbale hébraïque, cabale chrétienne	173
1. Avec Trois, Sept et Douze	173
2. Dix séphiroth et vingt-deux lettres	176
3. Mères, doubles et simples	182
4. L'alphabet du gnostique Marc	185
5. Du « Tzeruph » à l'analyse combinatoire	187
6. Une fantaisie polygonale	192
7. L'étoile flamboyante	196
Chap. X : Galilée joue, Descartes gagne	199
1. De la vertu au carré	199
2. Les savoirs et la connaissance	202
3. Descartes a une mission secrète	206
4. Le triangle arithmétique	211
5. Transfinis au-delà de l'infini	213

TABLE DES MATIÈRES	359
Chap. XI : Pour calculer la fin du monde	217
1. L'éternel retour	217
2. D'or, d'argent, d'airain, de fer	221
3. Encore soixante-dix semaines d'années	227
4. Du nombre du nom	228
Chap. XII : Nombre d'Or, divine proportion	231
1. Partager en moyenne et extrême raison	231
2. Une cathédrale en Norvège	234
3. Dynamique, irrationalité	240
4. Les lapins de Fibonacci	245
5. Nombre d'Or et quadrature du cercle	247
Chap. XIII : Les carrés magiques	251
1. Un graveur qui pythagorise	251
2. Un passé plus que lointain	254
3. Impairs, pairement pairs, impairement pairs	258
4. Le secret du bonhomme Franklin	263
5. A la manière de Vasarely	266
6. Familles de nombres et caractères	270
7. Projections étoilées	274
Chap. XIV : La géomancie des Arabes	277
1. Cailloux en pair et impair	277
2. Mères et filles, témoins et juge	281
3. Les bokonons d'Ife-la-Sainte	286
4. Leibniz étudie les hexagrammes	288
Chap. XV : Vaincre le hasard par des calculs	295
1. Gnose et preuve par neuf	295
2. La roue de Pythagore	297
3. Une famille de nombres personnels	301
4. Le Loto est le Loto	305
5. L'alphabet de Raziél	309
Chap. XVI : Nombres magiques de la physique	311
1. Pair stable, impair radioactif	311
2. La montagne magique de Vingt-Huit	314
3. Et ce nombre est 137	317
4. Dans la tradition pythagoricienne	320
5. La musique des sphères planétaires	323
CONCLUSION : Cosmos, chaos et complexité	329

ANNEXE I : Pour calculer l'âme du Monde	333
ANNEXE II : Lexique	339
Bibliographie	345
Index alphabétique des noms propres et des œuvres	351
Index alphabétique des noms communs et géographiques	354
Table des matières	357

La composition et l'impression
de cet ouvrage ont été réalisées
par CLERC S.A.
18200 SAINT-AMAND - Tél. : 48-96-41-50
pour le compte des ÉDITIONS DANGLES
18, rue Lavoisier - 45800 ST-JEAN-DE-BRAYE
Dépôt légal Éditeur n° 1564 - Imprimeur n° 4241
Achevé d'imprimer en Février 1990

Du même auteur, dans la même collection :

Lucien GÉRARDIN :

LES CARRÉS MAGIQUES. Mystérieuses harmonies de nombres.

Format 15 x 21 ; 224 pages ; abondamment illustré.



Un damier carré rempli de chiffres peut cacher tous les mystères de la magie. A première vue, les nombres semblent y avoir été jetés sans ordre, mais ce désordre apparent résulte en réalité de l'ordre profond qui régit ce type de construction. Cet ordre caché explique les mystérieuses régularités qui font d'un arrangement de nombres un carré magique et non un quelconque damier sans valeur.

L'harmonie n'est jamais le fait du hasard. Il faut savoir pour faire. Ce livre vous apprendra comment construire très simplement tel ou tel carré magique à votre guise. Pour cela, il suffit de savoir faire additions et multiplications, rien de plus ! Chemin faisant, vous découvrirez les subtiles différences pythagoriciennes entre carrés magiques de dimensions paire ou impaire.

Le monde enchanté de la magie arithmétique est presque sans limite. Au-delà des carrés magiques existent des rectangles et des étoiles magiques, des cercles et des sphères magiques. On peut également construire avec les lettres de l'alphabet d'harmonieux carrés dont le plus mystérieux est le SATOR ; peut-être même est-il le plus ancien, imaginé par les premiers disciples du Christ ?

Tout est nombre, enseigna Pythagore. Les carrés magiques sont des exemples presque parfaits de la mystérieuse harmonie propre au Nombre. Ce sont d'excellents modèles analogiques de l'ordre qui régit tout ce qui existe. Leurs régularités sont le signe visible de l'intelligence invisible qui a présidé à leur construction. N'en va-t-il pas de même dans l'Univers ?

EXTRAIT DE LA TABLE DES MATIÈRES :

I. Deux mille ans d'histoire - Un graveur pythagoricien - Daimons et Intelligences de la Renaissance - En Chine - Pascal, Fermat et les autres...

II. Mystérieux jeux de lettres - Graffiti à Pompéi - Sept voyelles gnostiques - Les mystères des lettres grecques - Mères, doubles et simples...

III. Le grand art combinatoire - Ramon Lull, logicien mystique - Aleph...

IV. Comment construire des carrés magiques - Le cheminement dans l'impair - Des voies par milliers - Mutations diagonales pair-pair - Miroirs en pair-impair - Cousinages par permutation...

V. Cent mille milliards de carrés - Magie plus magie donne magie - Chemins cycliques universels - Diabolisme et multimagie - Dénombrements à la Frénicie - Multiplications magiques...

VI. Richesses magiques traditionnelles - La balance alchimique des éléments - Le carré de Dürer - Le carré de Cinq - 666 dans le Soleil - Les « caractères »...

VII. Quelques familles - D'étranges mandalas - Bordures, enceintes, compartiments - Croix et châssis en mutation - Carrés en dentelle - Rectangles et triangles magiques...

VIII. Étoiles et polygones enchantés - Magie multiple dans les étoiles - Les polygones de Salomon - Magie circulaire et sphérique - Polyèdres enchantés...

IX. Curiosités en tous genres - Rien que des premiers - Jeux impairs - Avec les décimales de Pi - Magie géométrique...

X. Le carré SATOR - Amulettes de tous les âges - Une prière bien cachée - Les recherches d'A. Bloch - Un testament de Saint-Paul...

ANNEXE : Pour mieux connaître les carrés magiques.



Dans la même collection :

Mario MERCIER :
CHAMANISME ET CHAMANS. Le vécu dans l'expérience magique.

Format 15 x 21 ; 192 pages ; illustré .

Vers le pôle Nord, en atteignant des régions à peine touchées par la « civilisation » (Asie et Sibérie septentrionales, Laponie, Mongolie, Alaska, Grand Nord canadien...), on peut rencontrer des hommes et des femmes qui voyagent dans le monde des Esprits et qui rapportent de l'Au-delà des pouvoirs inexplicables pour notre esprit cartésien : les **chamans**. Sont-ils des prêtres, des mages, des sorciers, des guérisseurs ?... Tout cela à la fois, et bien plus encore.

Le chamanisme est la « science du maniement des esprits ». Le chaman évolue dans un monde essentiellement magique, car lui aussi est « magique » en ce sens qu'il perçoit les correspondances secrètes de la nature et du cosmos. Hypersensitif, doué d'une conscience intuitive remarquable, clairvoyant et claudiaudant, relié de par son extrême sensibilité à la grande puissance cosmique, il possède également le pouvoir d'incarnation et de métamorphose. En raison de sa texture mentale particulière, il est capable d'accéder aux différents plans des mondes invisibles et d'atteindre l'extase. Mais il ne parvient à ce stade suprême de la Connaissance qu'après une longue et difficile initiation, tant physique que mentale. Sa mission sur Terre, essentiellement humanitaire, est de mettre ses forces magiques au service de la communauté dans laquelle il vit.

Initié au chamanisme, Mario Mercier nous fait vivre, **de l'intérieur**, la pratique chamanique et pénétrer dans l'esprit du chaman. En même temps qu'un voyage ethnologique captivant et révélateur, un récit d'expériences vécues, ce livre est le chemin d'approche d'un univers magique et spirituel dont l'origine remonte à la nuit des temps.



Jean-Pierre BAYARD :
LA PRATIQUE DU TAROT. Symbolisme, tirages et interprétations.

Format 15 x 21 ; 400 pages ; abondamment illustré.

Le Tarot évoque, au premier abord, des figures étranges, la « bonne aventure », l'avenir dévoilé... C'est pourtant bien plus que cela ! Les symboles utilisés suggèrent, forcent la réflexion, ouvrent l'esprit du chercheur sincère. Mais le symbole n'a pas de valeur définie et figée ; son langage s'écarte de tout dogmatisme ou le transcende, car il est de portée universelle. Chaque lame n'est qu'un point de repère, un jalon sur le chemin de l'intuition et de la clairvoyance, raison pour laquelle il est bon que chaque « devin » établisse ses propres principes d'interprétation en fonction de sa propre sensibilité et intuition.

Qu'il soit l'expression d'une apparence naïve ou une conception artistique née d'une profonde pensée philosophique, le Tarot a toujours intrigué par la richesse de son symbolisme. Jean-Pierre Bayard, par une **méthode comparative** et des **tableaux de correspondances** entre les différents jeux, nous montre la filiation des multiples et infinies représentations graphiques du Tarot, qu'il étudie dans ses rapports avec la Kabbale, l'astrologie, l'alchimie, la numérologie, les couleurs et la Tradition, mais aussi par les rapports des différents jeux entre eux. Après ce panorama historique (largement illustré), il analyse en profondeur le symbolisme et la signification de chacun des arcanes majeurs et mineurs. Ensuite, il nous explique maintes méthodes de tirages de cartes à des fins divinatoires, illustrées d'exemples d'interprétation.

Le Tarot comporte de multiples significations psychologiques et initiatiques concernant l'homme tant en lui-même que dans ses rapports cosmiques. C'est le **livre de la sagesse secrète**, un merveilleux outil d'enrichissement spirituel et de Connaissance.

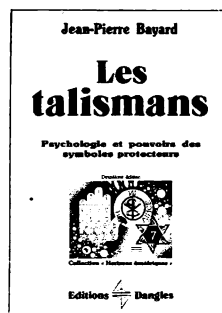
Dans la même collection :

Jean-Pierre BAYARD :

LES TALISMANS.

Psychologie et pouvoirs des symboles protecteurs.

Format 13,5 x 21,5 ; 304 pages ; illustré .



De tout temps et dans toutes les civilisations, les hommes ont porté des amulettes : alphabets secrets, mots chiffrés, carrés magiques, statuettes talismaniques, pantacles, etc. Aujourd'hui encore, dans nos sociétés « technologiquement avancées », la pratique est loin d'être éteinte, ainsi qu'en témoigne le nombre considérable de personnes qui portent une médaille autour du cou, ou d'automobilistes fixant au tableau de bord de leur véhicule une effigie de Saint Christophe.

A l'aide de nombreux exemples, puisés chez les meilleurs auteurs ayant étudié le sujet, du XVI^e siècle à nos jours, Jean-Pierre Bayard s'attache à analyser les ressorts psychologiques de ce besoin de protection que ressent tout un chacun, et pose la question essentielle : PEUT-ON CROIRE EN L'EFFICACITÉ ET AUX POUVOIRS DES TALISMANS ? Ni crédule, ni positiviste, l'auteur laisse parler les faits et les soumet à une critique de bon sens. Il indique en outre tous les modes de fabrication des talismans, et initie le lecteur à la très ancienne science des peuples qui ont le plus recouru à ces pratiques, en rapport avec les données de l'astrologie et de l'ésotérisme.

Auteur d'une quinzaine d'ouvrages réputés sur le symbolisme, directeur de la collection « Horizons Ésotériques », Jean-Pierre Bayard poursuit ici une quête de la Connaissance spirituelle toute centrée sur l'élucidation des symboles qui ont marqué l'homme et l'univers depuis les origines.

Un livre captivant.

PAPUS (Dr Gérard Encausse) :

LES ARTS DIVINATOIRES.

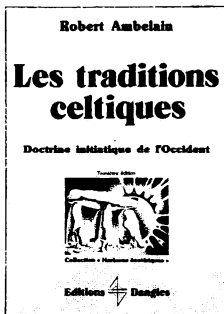
**Graphologie ; Chiromancie ;
Morphologie ; Astrologie ;
Physiognomonie ; Astrosophie.**

Format 15 x 21 ; 224 pages ; abondamment illustré .



Dans cette réédition (considérablement augmentée), PAPUS, avec son habituelle clarté, son talent « d'éveilleur », sa documentation abondante et précise, traite tout d'abord de la graphologie, de la chiromancie, de la morphologie et de la physiognomonie. **Le lecteur y trouvera une multitude d'enseignements sur ces différents moyens de mieux connaître notre personnalité propre et surtout celle de ceux qui nous entourent.** Que de remarques pertinentes et de renseignements précis qui vous aideront tout au long de votre existence dans vos rapports humains !

La 4^e partie, très importante, est consacrée à l'**Astrologie** en général, et constitue une très bonne initiation indispensable à tous ceux qu'intéresse cette science en plein essor. Pour l'astrologie moderne, **sérieuse et véritable** — contrairement à une certaine astrologie de seconde zone exploitée par des charlatans —, il a été fait appel à M. Gustave-Lambert BRAHY, l'un des astrologues contemporains les plus réputés. Il livre ainsi au grand public une base sérieuse pour qui veut aller plus loin dans ce domaine. Pour terminer, une dernière partie est consacrée aux **Prophéties**, et au troublant problème du **Hasard** et du **Libre arbitre**, ce libre arbitre qui nous permet de ne pas être de simples robots et de pouvoir prendre en main notre destinée.



Dans la même collection :

Robert AMBELAIN :

**LES TRADITIONS CELTIQUES.
Doctrines initiatiques de l'Occident.**

Format 15 x 21 ; 224 pages ; illustré .

Cet ouvrage se présente avec le simple désir de résumer et rassembler des données éparses et peu accessibles au grand public quant à la Tradition Celtique, considérée tant sous l'angle de la religion que des enseignements ésotériques en découlant. Il est en effet particulièrement important, en notre époque de profonde mutation spirituelle, de montrer que l'Occident possède, lui aussi, une de ces religions purement métaphysiques qu'on supposait — jusqu'à présent du moins — l'exclusif privilège de l'Orient.

L'ouvrage aborde d'abord la théodicée des Druides, et étudie leurs conceptions religieuses. Il nous montre ensuite que la théorie druidique du « Germe », cheminant par des milliers de formes d'existence — du Minéral au Végétal, du Végétal à l'Animal, de l'Animal à l'Homme — est plausible, et comment la science moderne a pu, par les multiples possibilités de l'appareillage scientifique et de l'observation rationnelle, démontrer la présence de la Vie, agissante, active et évolutive, dans les trois règnes constituant les « Cercles » secondaires de la Tradition Celtique : **Anw, Gobren et Kenmil.**

Le Celtisme nous apporte une métaphysique plus qu'une religion mais, de ce rationalisme apparent, il se dégage la certitude en une éternelle et personnelle vie. Que demander encore ?



Bernard ROGER :

**A LA DÉCOUVERTE DE L'ALCHIMIE.
L'art d'Hermès à travers contes, légendes, histoire et rituels maçonniques.**

Format 15 x 21 ; 368 pages ; abondamment illustré.

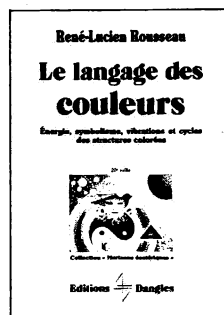
Des termes mystérieux, des énigmes, des allégories, des propos où les principes élémentaires de la logique sont bouleversés : tels se présentent les traités *fermés* d'alchimie pour le lecteur non averti qui est vite rebuté. Il y rayonne cependant l'intense beauté d'une expérience dans laquelle se trouve engagée la totalité de l'être.

Qui veut *ouvrir* ces livres, c'est à dire les comprendre, devra commencer par **éveiller son esprit** et **ouvrir son cœur** au langage universel de la nature. Au-delà de toute philosophie dualiste, chacun reconnaîtra dans la vieille Science le véritable **Art d'Amour** où, dans la richesse de leur complémentarité, « matière » et « esprit » réciproquement s'exaltent et se libèrent pour former le vaisseau sur lequel se joue l'aventure spirituelle de chaque être. Bernard Roger suit cette voie par l'*intérieur* des choses : il nous l'indique comme celle de l'**initiation alchimique**, de l'accès à la conscience universelle. Pénétrant au cœur du merveilleux des légendes et des contes populaires, puis de celui qui sait parfois receler l'histoire, et enfin dans l'ésotérisme de quelques rituels maçonniques, il nous convie à une nouvelle approche de la tradition hermétique, jalonnée par une iconographie abondante, constitué de documents rares et en grande partie inédits. Alors, les buts de cet « Art Royal », ses méthodes sa pratique et son enseignement s'éclairent en un texte attrayant qui rend intelligibles des traités jusque-là obscurs, établissant les bases de la propre quête alchimique de tous les chercheurs.

René-Lucien ROUSSEAU :

**LE LANGAGE DES COULEURS.
Énergie, symbolisme, vibrations
et cycles des structures colorées.**

Format 15 x 21 ; 272 pages.



De la feuille VERTE au sang ROUGE, du BLEU de l'horizon au JAUNE de l'astre flamboyant, des couleurs froides aux couleurs chaudes, la Vie organique entière se traduit par un **intense cycle énergétique des structures colorées**.

Sur le plan mental, l'homme a lui-même forme et couleur, et est soumis aux vibrations des couleurs, de même qu'aux lois du rythme et des nombres. On sait maintenant que les vibrations colorées précisent les qualités psychiques de l'individu, et la connaissance de leur symbolisme universel nous permet de mieux contrôler nos émotions et pensées.

L'expérience scientifique moderne, à partir des phénomènes d'endothermie et d'exothermie, « d'enroulement » et de « déroulement », est maintenant en mesure de maîtriser ces impulsions primordiales, ces échanges énergétiques.

Ce livre passionnant, allant du symbolisme le plus approfondi aux réalités scientifiques les plus récentes, de l'inconscient collectif à l'entendement le plus abouti, exprime le langage ésotérique de la nature, et **invite à un véritable dépassement spirituel** ; c'est l'éveil à la BLANCHEUR, et la communion de l'espèce humaine aboutit dans la complémentarité du NOIR absolu.

Roger J.-V. COTTE

**MUSIQUE ET SYMBOLISME. Résonances
cosmiques des instruments et des œuvres.**

Format 15 x 21 ; 240 pages ; illustré



La musique, art magique par excellence, est envoûtante : ses mélodies, rythmes et sonorités harmoniques créent chez l'auditeur des réactions, des émotions, des associations d'images et d'idées. Par son écoute, la musique devient **acte de connaissance**.

Découvrir le caractère primordial du son et définir le pouvoir de la magie sonore, telle est la recherche de Roger J.-V. Cotte pour qui le symbole constitue la base et l'essence de la pensée. La musique fait appel à son symbolisme particulier mais aussi aux valeurs plus générales et plus traditionnelles dans lesquelles puise le musicien pour lier analogiquement le sensible à l'intelligence.

Roger J.-V. Cotte, docteur d'État ès Lettres et Sciences humaines, professeur à la Schola Cantorum et à l'institut d'Art du Planalto (Sao Paulo), producteur et chef d'orchestre ayant enregistré plus de 40 disques, ancien directeur du Laboratoire de musicologie de l'Université de Paris-Sorbonne, fondateur et animateur du Groupe d'instruments anciens de Paris... est particulièrement qualifié pour nous faire découvrir la valeur symbolique de l'univers musical. Du solfège élémentaire aux recherches harmoniques les plus audacieuses, de la lutherie à l'orchestration, de l'inspiration du compositeur à l'élaboration architecturale de sa partition, du chant grégorien aux symbolistes, l'ésotérisme traditionnel se décèle dans toutes les époques.

L'auteur définit également la valeur et la fonction secrètes des instruments de musique en un dictionnaire symbolique tout à fait original.

Établie par un spécialiste, cette recherche est soutenue par une iconographie importante et en grande partie inédite. L'ensemble, au ton simple et direct, éclaire un aspect important de ce domaine très riche ; il permet d'aborder l'âme éternelle de la musique, écho du rythme de la « Musique des sphères ».

Irène ANDRIEU

ASTROLOGIE, CLÉ DES VIES ANTÉRIEURES. L'interprétation des nœuds lunaires en astrologie karmique.

Format 15 × 21 ; 288 pages ; illustré .



Chacun n'est jamais que l'héritier de soi-même : il n'existe pas de destin immanent, mais seulement celui que nous nous sommes forgé, autrefois, en d'autres existences. Telle est la loi de l'évolution du monde, basée sur le **karma**, et dont le principe a été défini de longue date en physique : il n'y a pas d'effet sans cause ni de cause sans effet. A tout instant de la chaîne de nos existences, nous engendrons des « effets-racines » qui nous ramèneront dans la roue des existences. Ce phénomène induit le **concept de réincarnation** qui a pour but d'affiner notre personnalité et de nous inciter à poursuivre la tâche d'évolution que nous devons accomplir sur cette terre.

Réincarnationniste, l'astrologie karmique prend sa source dans l'**interprétation indienne des nœuds lunaires**. Elle considère le thème comme une globalité, une ligne continue d'implications qui va des lointains passés aux devenirs potentiels en s'actualisant dans le présent. Une lecture karmique permet de faire apparaître nettement les acquis antérieurs de l'être, sa personnalité profonde, ses devenirs multiples qui sont fonction de ses choix actuels. Elle aide à mieux cerner la **ligne d'évolution propre à chacun** (matérialiste, psychique, spiritualiste), et à définir les étapes de sa réalisation.

Conçu pour être utilisé sans connaissances astrologiques particulières (il suffit de savoir lire un thème), ce livre est un guide concret de la lecture karmique au quotidien. Si vous vous demandez quel est votre but vital ou votre vocation, ce que vous étiez dans votre dernière existence et le pourquoi de votre vie aujourd'hui, d'où viennent vos sentiments, dons, refus, aspirations et potentialités, il peut vous apporter bien des réponses et vous donner matière à **vivre avec plus de sérénité et de bonheur**.



Irène ANDRIEU

LA ROUE DE LA VIE. Méditation sur le zodiaque.

Format 15 × 21 ; 244 pages ;
illustré (4 planches couleurs) .

Les projets essentiels de notre vie se trouvent inscrits de naissance dans notre thème natal. Nous ne créons rien. Notre thème représente l'héritage de nos multiples tendances latentes issues de nos existences antérieures. Ces instants fugitifs sont cristallisés dans les formes de notre Conscience, éternelle. Ils nous imprègnent et déforment notre perception de la réalité quotidienne.

Ainsi, nous sommes à la fois les **débiteurs et les créanciers de nos choix et de nos pensées antérieures**. Vouloir se connaître, c'est d'abord accepter cette responsabilité totale dans ce qui nous arrive, car c'est nous qui attirons les événements. Nous créons notre futur et le modelons sur notre vécu présent que nous voudrions soit prolonger, soit infléchir, soit inverser.

Ce que nous appelons le « destin » n'est que la réalisation de ces désirs anciens et présents, inscrits en nous par notre refus du réel. Ce sont ces attentes qui font de nous les serviteurs aveugles de l'enchaînement karmique. **Comprendre cet enchaînement et le vivre de plus en plus consciemment est la seule façon de s'en libérer.**

Passer de l'illusion karmique à l'acceptation dharmaïque est la plus fantastique des aventures humaines. Irène Andrieu a suivi pendant plus de vingt ans cet itinéraire intérieur et révèle dans ce livre la voie (qu'elle vous invite à emprunter) par laquelle elle a pu découvrir la réponse à la question fondamentale : « *Qui suis-je ? Quelle est mon origine ? Quelle est ma finalité ?* »

Basée sur les « Causes Interdépendantes » du bouddhisme fondamental (la Roue de la Vie), cette ascèse situe à nouveau l'astrologie comme une grande science initiatique susceptible de guider les étudiants en sagesse dans leur recherche au jour le jour.

Dans la même collection :

Mario MERCIER :
LA NATURE ET LE SACRÉ. Initiation
chamanique et magie naturelle.

Format 15 x 21 ; 176 pages ; abondamment illustré.



Nos villes tentaculaires et notre ère surindustrialisée ne nous font-elles pas oublier la richesse de la nature ? Savons-nous encore nous émerveiller devant le miracle de la fleur ou du simple cours d'eau ? Savons-nous nous promener dans la forêt sans la piller, y cheminer en prenant conscience de toutes ces forces lovées, de ces rythmes de vie ? Mario Mercier, tout imprégné de ces valeurs éternelles et les vivant intensément, nous entraîne dans l'exploration de ces domaines merveilleux que nous côtoyons sans y pénétrer. Par sa force, par son accent poétique qui est celui du souffle du monde, il nous livre ici un message personnel, un enseignement, une expérience qui lui est propre, certes, mais qui est aussi et surtout **source de sagesse et d'humanisme**. Cette quête chamanique faite au milieu de la forêt, du monde végétal au monde minéral, dans la montagne, de l'eau jusqu'au feu, nous livre un nouveau langage, pur et vibrant. « *La nature n'est pas seulement ce que l'on nous a appris d'elle, elle est la mise en images de l'Imagination Divine, le chant des éléments dont nous retrouvons les manifestations vivantes à travers tout un monde merveilleusement magique qui se manifeste et s'exprime par ces entités vibratoires que sont les Esprits de la Nature.* »

Il s'agit donc d'un ouvrage à l'accent personnel, sincère et captivant, ne provenant pas de la compilation d'autres textes ; **un document vécu, authentique**, un chant lyrique et visionnaire qui est **un message profond**, car Mario Mercier sait percevoir la valeur du sacré ainsi que les racines de l'existence qui nous relient directement à la pure Tradition.

Mario MERCIER :
LES RITES DU CIEL ET DE LA TERRE.
La quête spirituelle de l'Homme.

Format 15 x 21 ; 168 pages ; abondamment illustré (photos).



Voici un livre peu ordinaire qui recèle **une expérience vécue** — et à vivre — sur la relation d'amour qui devrait exister entre l'Homme et l'Univers, entre l'Homme et Dieu.

Ce texte relate une évolution spirituelle faite d'amour et de rites communiels basés sur une relation sensorielle et cosmique de l'auteur avec les forces du Ciel et de la Terre. Vous y découvrirez comment l'Être humain, en s'ouvrant au courant de beauté qui part des astres et de la nature, **peut se transfigurer et retrouver son état magique** d'Enfant de la Terre, de Fils ou de Fille du Ciel, d'Époux ou d'Épouse de la Nuit et de la Lumière. Au moment où la Nature recule de plus en plus, devant les machoires mécaniques que l'on nomme le « progrès », au moment où le béton, les pollutions, les déchets de toutes sortes font d'elle un immense dépotoir, au moment où l'Homme, soumis à des systèmes tour à tour culpabilisants et sécurisants, perd le sens de ses racines profondes et la notion de son identité réelle avec la liberté de son âme, ce livre de Mario Mercier, par un retour aux puissances originelles de l'Être, par sa façon sensible et de nous faire voir, sentir et aimer le monde, nous apporte une respiration nouvelle, profonde, une bouffée de vie et de féerie qui peut donner naissance, en nous, au **Nouvel Homme** : Homme d'Éveil et d'Amour, devenu ici l'**Homme Magique**.

Le mystère des nombres

Tout est Nombre, enseigna Pythagore il y a 25 siècles. Platon lui fit écho. Les Sages d'Alexandrie transmirent cette connaissance à l'Occident chrétien. Les savants de la Renaissance la redécouvrirent avec émerveillement. Base de la science traditionnelle, le Nombre ouvre la quête de la Connaissance, car il recouvre de nombreux mystères. Il est rythme et son pouvoir est universel.

Le Nombre et les nombres sacrés possèdent une très longue histoire, toujours en devenir. L'homme a su compter avant de savoir écrire. L'Égypte des pyramides a pratiqué le calcul binaire, cette langue universelle de l'informatique. Les babyloniens inventèrent le Nombre du Nom. Kabbale hébraïque et Cabale christianisée reposent sur cette science qui permet d'interpréter la Bible et les Livres sacrés. La géomancie permet de scruter l'incertain et la numérologie interprète les valeurs secrètes des noms et prénoms.

Fortement documenté aux sources les plus authentiques, ce livre scrute la longue histoire du Nombre, depuis ses origines les plus lointaines jusqu'aux nombres magiques de la physique nucléaire. Des entailles sur os et des calculateurs en menhirs jusqu'aux spéculations sur la Fin du Monde, des tablettes mathématiques de Suse et des pyramides jusqu'à l'ordinateur, du Nombre de la Bête à la numérologie chrétienne, de la géométrie philosophale à l'harmonie des sphères célestes et des édifices sacrés, des carrés magiques au Nombre d'Or, des calculs de hasard à l'Ame du Monde, de l'unité à la décade sacrée... vous découvrirez toute la vivante actualité de la Connaissance la plus traditionnelle.

Ce qui est en bas est comme ce qui est en haut. L'homme microcosme appréhende l'univers macrocosme car l'existence de l'homme est incluse dans le plan du Monde, un monde qui se pense à travers le Nombre et les nombres.



9 782703 302797

Ed. DANGLES